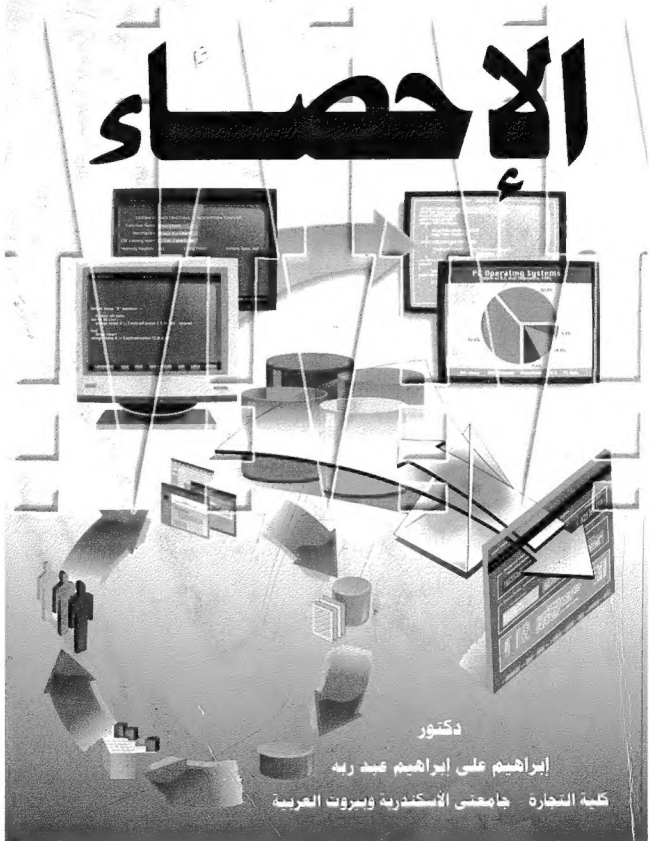


مبادئ علم

الإحصاء



دكتور

إبراهيم على إبراهيم عبد ربه

كلية التجارة جامعة الإسكندرية ومركز البحوث

مبادئ علم

الإحصاء

الأستاذ الدكتور

إبراهيم علي إبراهيم عبد ربه

كلية التجارة - جامعتي الإسكندرية وبيروت العربية

2003 / 2004

الدار الجامعية

٨٤ شارع زكريا غليم "الإبراهيمية"

ب. ٣٥ الإبراهيمية "ومل الاسكندرية"

e-mail: m20ibrahim@yahoo.com

٥٩٠٧٤٦٦ - ٥٩١٧٨٨٣

حقوق التأليف والطبع والنشر
محفوظة للمؤلف

مقدمة

إذ نادت أهمية علم الإحصاء في الأونة الأخيرة، حتى أصبح من العلوم الأساسية التي لا غنى عنها في مختلف البحوث والدراسات العلمية والتطبيقية في المجالات الاقتصادية والاجتماعية، بل ساعدت على تحقيق التقدم والمتطور في ميادين عديدة كالطلب والهندسة والزراعة، وكذلك في مجال العلوم الإنسانية تعلم النفس والاقتصاد والإدارة والمحاسبة.

كما كان لتزايد استخدام الأساليب الإحصائية أثراً فعالاً في إتخاذ القرارات وإجراء عمليات التقييم على أسس علمية وموضوعية في ظل تزايد التعقد في العمليات الاقتصادية في المشروعات الخاصة والعامة.

ونظراً لأن الدراسة الحديثة في كليات ومعاهد الاقتصاد والتجارة تتطلب أن يلم الباحث والطالب بالقدر الملائم من الأساليب الإحصائية وتطبيقاتها في المجالات الإدارية والاقتصادية والمحاسبية.

لذا تناولت الدراسة، تعريف علم الاحصاء، وطرق وأساليب جمع البيانات والمعلومات الاحصائية، وطرق عرضها وتصنيفها جدولياً وبيانياً، ومقاييس النزعة المركزية، ومقاييس النشئت المطلق والنسبي، ومنحنى لورنز ومقاييس الالتواء والعزوم والتفرطح المختلفة ومعاملات الانحدار والأرتباط والإقتران، بجانب الأرقام القياسية وتعديلها واختبارها، والسلاسل الزمنية بمكوناتها المختلفة كوسيلة هامة من وسائل التخطيط والتنبيؤ.

وقد روعى فى هذا الكتاب فى طبعته الأخيرة المعدلة والمنقحة تقديم الأساليب الإحصائية فى صورة مبسطة وتطبيقية بحيث تكون عوناً للباحثين وطلاب كليات التجارة والإقتصاد.

وأخيراً تأمل أن يجد الباحث والطالب فى هذا المؤلف ما نرجوه له وما يرجوه لنفسه.

ونسأل الله العون والتوفيق،،،

المؤلف

الفصل الأول

مقدمة وتعريف

تطور مفهوم علم الإحصاء تدريجياً منذ القدم حتى وصل إلى ما هو عليه الآن من أسس ومبادئ ونظريات ثابتة ومعروفة ، كما تلازمت زيادة أهمية واستخدام هذا العلم بتطور مفاهيمه ونظرياته في مراحلته المختلفة ، وذلك بفضل مساهمة مجموعة من العلماء والباحثين بأبحاثهم وخبراتهم القيمة في هذا المجال ، هذا بجانب ما أسهمت به الجمعيات العلمية للإحصاء وإصدارها لمجلات متخصصة في هذا الشأن ، وأيضاً كأن لظهور وإنشاء الأقسام الإحصائية المتخصصة بالجامعات أثراً ملموساً وفعالاً في تطور المعاهد العلمية ونظريات ذلك العلم وتطبيقاته في معظم أو كل مجالات الحياة العلمية والعملية تقريباً .

١ - نشأة وتطور علم الإحصاء :

بدأ مفهوم الإحصاء بمعنى الحصر والعد منذ قديم المصريين ، حيث قاموا بحصر السكان، وثروة مصر، لأهداف سياسية وإجتماعية ، ولم يختلف الأمر في العصور الوسطى، حيث تم جمع الحقائق الخاصة بشئون الدولة ، وذلك بحصر أعداد السكان وثرواتهم ودخولهم لأسباب دفاعية ومالية محدودة كجباية الضرائب ، لكن في القرنين الأخيرين تطور الحال إلى ما يعرف بالحساب السياسي بالدولة فتناولت الإحصاءات الرقمية أعداد السكان وأعداد المواليد والوفيات بها ، وإيرادات ونفقات الدولة ، هذا بجانب إنتاج الدولة من المحاصيل المختلفة ، وذلك لأهداف إحصائية ، ولتقديم الخدمات الضرورية للسكان في مجالات متعددة كالزراعة والصحة والتعليم والإقتصاد والمساعدات الإجتماعية ، ولا نذكر ماحدث أخيراً من تطور هائل في علم الرياضيات بما له من أثر إيجابي وفعال على تطور الأسس الرياضية لعلم الإحصاء على أيدي علماء بارزين منهم جاوس، وباييز ، وباسكال، وبيرسون، وفisher الخ ، وتحويله من فن إلى علم له أسسه ونظرياته ، كما كان لظهور الثورة الإدارية

والتخطيطية في كثير من الدول في القرن العشرين أثراً بالغاً في إقتناع الخاصة والعامة من علماء ومسؤولين بأهمية الحاجة إلى البيانات الإحصائية ، والطرق الاحصائية ، والنظريات الإحصائية في علوم ومجالات تطبيقية جديدة ، كعلوم الفلك ، والوراثة والأحياء ، وعلوم الزراعة والصناعة والأقتصاد والتجارة ، والطب وعلم النفس الخ ، كما كان للمزج بين علم الاحصاء وعلوم أخرى كادارة الأعمال والاقتصاد والزراعة والطب في ظهور علوم أخرى كبحوث العمليات والاقتصاد القياسي ... الخ ، حيث تعتبر النظريات والطرق الإحصائية في كل ما تقدم هي العامل المشترك في محاولاتها لإتخاذ القرارات في جميع أوجه نشاط إتخاذ القرارات في المجالات التطبيقية السابقة .

وأنعكاساً لكل ما سبق فقد أيقنت كافة دول العالم والهيئات الدولية المختلفة بأهمية الإحصاء في كافة المجالات ، فستت التشريعات لتنظيم العمليات والنشاط الإحصائي ، بها ، فأنشأت بها أجهزة مركزية ، ومحلية متخصصة في مجالات الإحصاء تصدر عنها نشرات إحصائية دورية تغطي كافة المجالات السكانية والإجتماعية والتجارية والصناعية والزراعية والصحية الخ .

٢ - تعريف علم الإحصاء :

يمكن تعريف علم الإحصاء ، بأنه العلم الذي يهتم بالدراسات الخاصة بالمجتمعات والظواهر الإحصائية المقيسه ، (١) من حيث جمع وتسجيل الحقائق الخاصة بها ثم تنظيمها وتلخيصها بطريقه سهل معه عرض هذه الحقائق وتحليلها بما يساعد على تفهم اتجاهاتها وعلاقتها ببعضها البعض ، بهدف تفهم حقيقة هذه الظواهر والمجتمعات وتلمس القوانين والنظريات التي تحكمها بما يساعد على الوصول إلى تحديد قيمتها في الحاضر والتنبؤ بقيمتها في المستقبل سواء تعلقت هذه الدراسات بظواهر علمية بحتة أو اقتصادية أو إجتماعية ، أي أنه

(١) وهي الظواهر التي هي نفسها عبارة عن معلومات رقمية أو يمكن تحويلها إلى معلومات رقمية ، حيث أن المنهاج الاحصائي يبدأ أولاً بجمع المعلومات عن الظاهرة موضوع البحث فإذا لم تكن هذه المعلومات عبارة عن أرقام أو يمكن تحويلها إلى أرقام ينحدر بذلك تطبيق المنهاج الاحصائي .

يعتبر علم إتخاذ القرارات الموضوعية فى ظل توافر معلومات محدودة بهدف التطبيق على كافة العلم الأخرى والتوصل إلى قرارات حكيمة تزيد من درجة الأطمئنان لمثل هذه القرارات.

٣ - مجالات ومراحل علم الإحصاء :

(أ) من التعريف السابق لعلم الإحصاء يتبين أن مجالات علم الإحصاء تنحصر فى مجالين :

أولهما : الإحصاء الوصفى (Discriptive Statistics) .

ويتضمن الطرق العلمية لجمع البيانات عن ظاهرة معينة ، وتسجيلها وتنظيمها وفق تصنيف محدد ، وعرضها سواء فى صورة جداول إحصائية أو رسوم بيانية أو هندسية، تمهيداً لوصف مثل هذه البيانات بمقاييس تعبر عن خصائصها الأساسية عن طريق حساب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت، وغيرها من المقاييس الأخرى .

ثانيهما : الإحصاء الاستدلالي أو الاستنتاجي (Analytic Statistics)

ويتضمن مجموعة الطرق العلمية والإحصائية التى نتناول تقدير معالم المجتمع بناء على البيانات الإحصائية التى تم جمعها من عينه مسحوبة من هذا المجتمع باستخدام نظرية الاحتمالات، وذلك وفق مفاهيم ونظريات محددة كنظرية التقدير estimation، ونظرية إختبارات الفروض Test of hypotheses .

(ب) مراحل أو خطوات المنهاج الإحصائي^(١)

أولاً : تحديد المشكلة ووضع الفروض .

ثانياً : جمع البيانات الإحصائية .

ثالثاً : تحديد وتبويب وعرض البيانات الإحصائية .

رابعاً : تحليل البيانات الإحصائية .

(١) يلاحظ أن خطوات هذا المنهاج لا تختلف عن خطوات المنهاج العلمى فى بحث أى مشكلة أيا

خامساً : إستخلاص وتفسير وإستخدام النتائج الإحصائية .

وستتناول فى هذا الجزء كل من هذه المراحل بشئ من الإيجاز تمهيداً لتناولها بالتفصيل فى الأجزاء اللاحقة .

أولاً : تحديد المشكلة ووضع الفروض لحلها :

تبدأ العملية الإحصائية بمشاهدة الظواهر التى نرغب فى دراستها ، ومن هنا يتولد الإحساس بالمشكلة ووضع فرض مبدئى لتفسير الظاهرة موضوع البحث^(١) فإذا كانت المشكلة تروق للباحث ، فيطلب الأمر منه تفسيرها وتحديد أبعادها وتصور الحلول الممكنة لها ، ويتأتى ما سبق بوضع فرض مبدئى لتفسير الظاهرة موضوع البحث لها ولا يتأتى له ذلك بالتحرف عليها وفحصها من حيث نشأتها وأهمية دراستها ، ونوع البيانات اللازمة لدراستها وسبل تحليلها وإستخدام نتائجها ، وبإستخدام المفهوم السابق يسهل على الباحث تحديد البيانات الواجب عليه جمعها فى أسرع وقت وبأقل تكلفة من ناحية ، ثم تقرير الباحث إما القبول الجزئى أو الكلى للفرض المبدئى لتفسير الظاهرة أو رفضه والبحث عن فرض آخر بديل وذلك بوضع حدود جديدة للمشكلة وبيان الطريق إلى حلها من ناحية أخرى ويعتبر ما تقدم الخطوة الأولى فى أى بحث علمى .

ثانياً : جمع البيانات الإحصائية :

وسلهم هنا بمصادر بيانات للمشكلة موضوع البحث ، وهل سيتم الجمع من مصادر غير مباشرة (تاريخيه) أم من مصادر مباشرة (ميدانية) ، وفى الحالة الأخيرة فهل يتم ذلك بأسلوب الحصر الشامل أم بأسلوب العينات ، مع

(١) والفرض المبدئى ، هو محاولة للفكرة محددة أو إقتراح تجريبي يتصل بطبيعة الظاهرة موضوع البحث ، وهو يعتمد على براعة وخبرة الباحث فمثلاً ظاهرة البطالة بين العمال والفريجين ترجع أسبابها المختلفة قد ترجع إما إلى مستويات الأسعار أو مستويات الأجور أو كميات النقد المتداول أو كمية الإنتاج أو حركة التصدير وربما توزيع الفريجين ودراسة هذه المسببات معقدة أو مغفدة ولتر كل منها على مشكلة البطالة سديبين لذا لهما اتصالاً بموضوع البحث فنوليه اهتمامنا من حيث جمع البيانات عنه وتحليلها وقد تهمل الأخرى .

الأخذ في الاعتبار طبيعة المجتمع موضوع الدراسة وطبيعة البيانات المطلوبة وحجمها والإمكانات المادية والبشرية والزمنية اللازمة لإعداد هذه الدراسة ولخيراً الوسيلة المناسبة لجمع مثل هذه البيانات .

ثالثاً : تجهيز وتبويب وعرض البيانات الإحصائية :

وتتضمن هذه المرحلة بعد مراجعة كشوف البحث أو صحائف الإستيبيان عملية تجهيز وتبويب وعرض هذه البيانات وذلك بإجراء عمليات الترميز والتفتيب ومراجعتها إذا كان حجم البيانات كبيراً - والفرز والتبويب بطريقة تساعد على فهم مدلولها والاستفادة منها، ويكون ذلك بعرضها إما في صورة جداول رقمية وتوضيحها في صورة رسوم بيانية أو أشكال هندسية مختلفة ، وتعديل هذه المرحلة هامة وضرورية خاصة إذا كان مصدر البيانات لأنه يساعد فيما بعد على تحليلها .

رابعاً : تحليل وقياس البيانات الإحصائية :

وتتضمن هذه المرحلة إجراء عمليات التحليل المختلفة بطريقة تحقق واحتياجات المشكلة موضوع الدراسة وذلك باستخدام بعض المقاييس الإحصائية التي تصف لنا توزيع الظاهرة موضوع البحث بطريقة مختصرة ، وكذا قياس درجة تباين أو عدم تجانس توزيع بيانات هذه الظاهرة ، بالإضافة إلى تحديد العلاقة أو درجتها واتجاهها بين ظاهرتين أو أكثر ، بجانب استخدام هذه العلاقة للتدوير بقيم متغير^(١) بدلالة متغير آخر أو عدة متغيرات أخرى ، كل ذلك حسب ما يتفق مع طبيعة المشكلة التي يتم دراستها ، ومعنى آخر باستخدام مقاييس النزعة المركزية ، ومقاييس التشتت والاتواء والإرتباط والانحدار . الخ .

خامساً : استخلاص وتفسير واستخدام النتائج الإحصائية :

يلتئم هذه المرحلة تحليل وقياس البيانات يصبح أمام الباحث الإحصائي نتائج رقمية محددة مقبلة ويتعين عليه بعد ذلك تفسير هذه للنتائج بحكمه ومهارة

(١) المتغير الإحصائي هو ظاهرة ما تأخذ قوماً مختلفة أو صور مختلفة تبعاً للظروف المختلفة .

وموضوعية تتفق مع طبيعة التحليل الاحصائي الذي تم إجراؤه ، وبالمطبع فإن عملية التفسير المشار إليها لا تكون ذات طبيعة إحصائية بحتة ، ولكنها تحتاج أيضاً لخبرات ذات معرفة علمية وثيقة بموضوع البحث الأساسى ، كل ذلك يهدف التنبؤ أو التقرير والتحقيق للظاهرة موضوع البحث ، أى أنه بعد وضع الباحث لفرض ما ، وقيامه بدراسات متعددة لتحقيق فرضه ، يمكنه باستخدام الأساليب الاحصائية والرياضية والمنطقية إستخلاص نتائج مختلفة عن موضوع بحثه .

الفصل الثاني

جمع البيانات والمعلومات الإحصائية

يبدأ البحث الإحصائي سواء تعلق بظاهرة علمية أو اقتصادية أو إجتماعية بقيام الباحث أو الجهة المشرفة على البحث بمناقشة البيانات والمعلومات اللازمة عن الظاهرة موضوع الدراسة، وبعد استقرار الرأى على هذه البيانات تبدأ أهم وأخطر مرحلة إحصائية، وهى مرحلة جمع هذه البيانات، فإذا توافرت فيها الموضوعية والدقة والبعد عن الأخطاء انعكس ذلك فى دقة التحليل وصحة النتائج والإستنتاجات الإحصائية التى يحصل عليها الباحث أو الجهة المشرفة على البحث والعكس صحيح، مع الأخذ فى الإعتبار الامكانيات المادية والعينية والزمنية (الوقت اللازم للدراسة) المتوافرة لاجراء هذه الدراسة من القائمين عليه ومجال استخدام نتائجه، لهذا كان علينا مناقشة كل ما يتعلق بمثل هذه البيانات (المعلومات) الإحصائية من حيث مصدرها، وطبيعتها، وطرق ووسائل جمعها وتكليفها..... الخ .

١ - مصادر البيانات الإحصائية : يمكن تقسيم مصادر البيانات الإحصائية إلى مصدرين أساسين :

أولاً : المصادر الأولية (التاريخية) : يطلق على مصادر البيانات التى قامت بجمعها ونشرها بنفسها بعض الجهات والهيئات المحلية والمركزية حكومية أو غير حكومية سواء أكانت قومية أو دولية، وتتعلم بالظاهرة موضوع الدراسة، فمثلاً الوثائق والتقارير الدورية وغير الدورية التى تنشرها الشركات والوزارات المختلفة وأجهزة الإحصاء المركزية والهيئات الدولية تعتبر مصادر أولية (أساسية)، لكن لو تم نشر البيانات الأساسية للجهات المشار إليها عاليه بعد اقتباسها عن طريق جهات أخرى كالهيئات الصحفية فى جرائدها أو مجلاتها أو فى منشورات لباحثين آخرين أو مؤلفى كتب وما شابه ذلك وفقاً لما تتطلبه مثل هذه البحوث أو أغراض النشر من تعديل أو تحويل فى البيانات الأساسية فإن المصادر الأخيرة يطلق عليها مصادر ثانوية (غير أصلية)

وبالطبع الإعتماد على بيانات المصادر الأولية الأساسية أفضل من الاعتماد على بيانات المصادر الثانوية، فالأولى تعتبر مصادر مباشرة ، والثانية تعتبر مصادر غير مباشرة ، هذا بجانب أن الأولى تحقو على تفسيرات وتوضيحات عن طبيعة مجتمع الدراسة ووحداته ، وكافة مستنداته بعكس الثانية، أيضاً فإن البيانات فى الثانية قد تتعرض لأخطاء من جراء عملية نقل البيانات أو تفسيرها ، وأخيراً فإن من مزايا المصادر التاريخية أن تكاليفها المادية والعينية والزمنية محدودة أو تكاد أن تكون منعدمة فى أحيان كثيرة من وجهة نظر الباحث الإحصائى .

ثانياً : المصادر الميدانية : وفيه يقوم الباحث بنفسه بجمع البيانات التى يريدتها مباشرة من ميدان بحثه ، ولا يلجأ الباحث إلى المصادر الميدانية إلا فى حالة إستحاله أو تعذر الحصول على البيانات من المصادر التاريخية ، أما لعدم وجودها أو لصعوبة الحصول عليها أو لسريتها أو لعدم كفاية البيانات المنشورة بها لإجراء الدراسة المطلوبة ، ويتم جمع البيانات الميدانية من خلال تصميم الباحث لاستمارة إحصائية ، تحقو على مجموعة من الأسئلة ، وبالحصول على إجابات على هذه الأسئلة يتوافر للباحث البيانات التى يتطلبها بحثه أو دراسته ، وبالطبع فإنه فى مثل هذا النوع من مصادر البيانات ، يقتضى الأمر فيه الاتصال المباشر بمفردات مجتمع البحث لجمع الأجوبه منها على طريق الاستمارات الإحصائية ، ويعد تجميع هذه الإستمارات وتفرغ بياناتها يتم تبويبها وتحليلها بهدف الوصول إلى نتائج إحصائية بعد دراستها، والمصدر الميدانى للبيانات يتطلب تكاليف مادية وعينية وزمنية تفوق بكثير مثيلاتها من المصادر الأولية (التاريخية) .

والسؤال الذى يتبادر إلى الذهن هنا ، كيف ، ومتى ، وأين يستخدم المصدر الميدانى لجمع البيانات اللازمة للدارس أو الباحث ؟

وللإجابة على ما سبق يتطلب الأمر مناقشة كل من (باختصار) .

- أساليب جمع البيانات من الميدان

- وسائل جمع البيانات من الميدان .

أولاً : أساليب جمع البيانات من الميدان

أن معرفة كل من المعايير التالية هي التي تحدد الأسلوب الملائم لجمع البيانات الاحصائية من ميدان الدراسة :

أولاً : نطاق مجال البحث أو الدراسة (أى عدد مفردات مجتمع الدراسة) .

ثانياً : الهدف من الدراسة .

فإذا كان نطاق مجال البحث واسعاً جداً ، أى إذا كان عدد مفردات مجتمع الدراسة كبير جداً ومحدداً وملموساً وعما إذا كانت طبيعة مفردات البحث والدراسة لا تتعرض للتلف أو الهلاك من جراء عملية العد أو الحصر ، وكان الهدف من الدراسة الوصول إلى نتائج شامله ودقيقه عن مجتمع البحث ، بغرض استخدام هذه النتائج فى إجراء دراسات أخرى أكثر شمولاً ودقة واحتياجاً للمجتمع السكانى ، كأن تستخدم فى عمليات التخطيط والتنبؤ بالمستقبل فى مجال محدد على سبيل المثال ، فى ظل الظروف السابقه يتطلب الأمر ضرورة استخدام أسلوب الحصر الشامل بشرط توافر الإمكانيات العادية والعينية والبشرية والزمنية اللازمة لإجراء الدراسة ، لذا يستخدم أسلوب الحصر الشامل فى التعدادات العامة للسكان والتعدادات الزراعية ، والصناعية الخ .

لكن إذا كان نطاق مجال البحث واسعاً وغير محدود أو ملموس مع تعرض مفردات مجتمع البحث للتلف أو الهلاك من جراء عملية الحصر أو العد ، وكان الهدف من الدراسة الوصول إلى نتائج أكثر دقة عن مجتمع البحث ، مع توافر إمكانيات مادية وعينية وبشرية وزمنية محدودة لاجراء البحث ، فى مثل هذه الظروف يكون من الضروري استخدام أسلوب « العينات » عند جمع البيانات من مجتمع الدراسة أو البحث .

(أ) أسلوب الحصر الشامل (التعدادات) (census) or (Complete Coverage)

وفيه يتم جمع البيانات عن الظاهرة موضوع الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائي (population) المراد بحثه سواء أكان نطاقه أو مجاله واسعاً أو محدوداً وفي كلا الحالتين يتطلب هذا لأسلوب توافر إمكانيات مادية وبشرية وعينية وزمنية أكبر نسبياً من أسلوب العينات .

(ب) : أسلوب العينات (أو المعاينة) (Sampling)

ويعتصنى هذا الأسلوب يتم جمع البيانات عن جزء فقط من مفردات المجتمع الإحصائي، أى من عينه من هذا المجتمع يتم سحبها بطريقة ما بما تساعد فى تعميم نتائجها على مجتمع البحث .

ولكل أسلوب ظروف - أو معايير - محددة يفضل فيها استخدامه والتي أجمالها فيما سبق كما أن لكل أسلوب منهما مزاياه وعيوبه .

مزايا أسلوب الحصر الشامل :

١ - خال من أخطاء الصدقة (الاخطاء العشوائية أو أخطاء المعاينة)

٢ - أسلوب الحصر الشامل نظراً لإتساع نطاق مجاله فإنه يعطى صورة مفصلة عن مفردات الظاهرة موضوع الدراسة .

عيوب أسلوب الحصر الشامل :

١ - الزيادة الكبيرة فى التكاليف المادية والعينة والبشرية والزمنية اللازمة لإجراء الدراسة .

٢ - بسبب إتساع نطاق مجال الدراسة فيه فيجانب طول الوقت اللازم لانتهاء من الدراسة وما يؤد به ذلك من زيادة فى التكاليف ، ففى كثير من الأحيان يؤدى ما سبق إلى فقد نتائج البحث حداثتها وبالتالي قيمتها .

٣ - تنشأ عن الحصر الشامل نوع من الأخطاء يطلق عليه الأخطاء العامة أو أخطاء التحيز (Bias Error) وهى تنكج عن أسباب عديدة مرجعها مثلاً إلى

عدم شمول أو حدائه إطار مجتمع البحث ،أخطاء الأرهاق الناتجة عن عبء العمل على القائمين بعملية التعداد ، أخطاء ناتجة عن اعطاء مفردات مجتمع البحث إجابات خاطئة سهواً أو عمداً، هذا بجانب أخطاء ناتجة عن تراخي في اجادة تصميم إستعمارة البحث أو عدم فهم العداديين أو المبحوثين لمدلولات بعض الأسئلة بها، أخطاء ناتجة عند أعداد عمليات التصنيف أو التحليل الخ وهذه الأخطاء لا يمكن قياسها أو امكان ضبطها بدرجة كافية، ورغم أن نفس النوع من الاخطاء العامة يتعرض له أسلوب المعاينة، إلا أن نطاقها أقل نسبياً وهناك فرصة أكبر لامكانية ضبطها عنه في أسلوب الحصر الشامل بجانب سهولة اتخاذ التدابير اللازمة لمواجهة الأسباب المؤدية إليها.

إطار مفرداتها مما يستحيل معه إجراء البحوث الإحصائية عليها باستخدام أسلوب الحصر الشامل مثل مجتمعات الطيور والحيوانات المفترسة والاسماك... الخ.

مزايا أسلوب العينات :

١ - نظراً لأن العينة جزء من مجتمع البحث فإنه باستخدام هذا الأسلوب سيكون هناك وفراً كبيراً في التكاليف المادية والعينة والبشرية والزمينية اللازمة لإجراء الدراسة ، مما زاد من امكانية اجراء كثيراً من للبحوث مع الاستفادة من نتائجها فوراً وفقاً لهذا الاسلوب خاصة في مجالات لم يكن من المتصور قيام جهات أو هيئات معينة باجراء بحوث عليها لأسباب إقتصادية خاصة في الدول ذات الإمكانيات المادية المحدودة .

٢ - بسبب ضيق نطاق مجال الدراسة وفقاً لأسلوب المعاينة وبالتالي إنخفاض تكلفته فإنه يؤدي إلى إمكانية إجراء دراسات أكثر تفصيلاً بالتطرق إلى أسئلة أكثر عدداً نسبياً مما عليه عند إتباع أسلوب الحصر الشامل، مما سيزيد من تحليلات الدراسة وبالتالي دقة نتائجها وفقاً لهذا الأسلوب.

٣ - يتعين بالضرورة استخدام أسلوب المعاينة في الحالات التي تتعرض مفردات مجتمع البحث فيها للتدمير أو الهلاك الجزئي أو الشامل عند فحصها أو

عدها كما هو الحال عند فحص جودة إنتاج اللبيمات الكهربائيية ، أو فحص مجتمع لإنتاج البيض أو قياسات لمذى نوع معين من الصواريخ أو عند إجراءات فحص للدم الخ، حفاظاً على قيم وصلاحيية مفردات مثل هذه الأنواع من الأشياء والمنتجات.

٤ - إن أسلوب المعاينة بما حققه من مزايا تكاليفه وزمنية ، ودقه فى النتائج ، فتح الباب واسعاً لإجراء كثيراً من الدراسات والبحوث. والتجارب العلمية والمعملية فى كافة مجالات وميادين البحث العلمى ، والاستفادة الكاملة من نتائجها التى فاقت دقتها فى كثير من الأحيان نتائج الدراسات فى مثل هذه المجالات باستخدام أسلوب للحصر الشامل .

٥ - بسبب ضيق نطاق مجال الدراسة وفقاً لأسلوب المعاينة فقد أمكن زيادة الرقابة وال ضبط والتحكم فى معظم الأسباب المؤدية إلى الاخطاء العامة (التحيز) التى تتعرض لها نتائج الدراسة مما قل إلى حد كبير نسبياً من مثل هذه الأخطاء عنه فى أسلوب الحصر الشامل ، ويرجع لهذا السبب - إلى حد كبير- فى كثير من الأحيان تفضيل أسلوب العينات عن أسلوب الحصر الشامل.

٦ - بإستخدام أسلوب المعاينة ، فيما لو تم بطريقه علميه سليمه وباستخدام نظريه الاحتمالات ، يمكن التحكم فى خطأ المعاينة التى ينفرد بها هذا الأسلوب حتى نصل به إلى حده الأدنى، بما يزيد من دقة النتائج الممكن تعميمها بإستخدام أسلوب المعاينة ، بجانب مزاياه الاقتصادية والفنية الأخرى.

٧ - يتعرض أسلوب العينات لخطأ التحيز وهو نفس للخطأ الذى يتعرض له أسلوب الحصر الشامل ، وينشأ هذا الخطأ لأسباب كثيرة، منها ما يرجع إلى مفردات البحث كعدم إعطاء الاجابات الصحيحة عن الاسئلة لسوء الظن بها أو الخوف من الادلاء بالاجابة الصحيحة عليها ، ومنها ما يرجع إلى الباحث مثل سوء تصميم استماره أو عدم شمول أو حدائه اطار البحث ، أو لعدم القيام بالدعاية الكافية عن أهمية البحث والغرض منه، ومنها ما يعود لشخصية العاديين، وعدم كفاية تدريبهم، أو لسوء تسجيلهم للاجابات، أو الأسباب الأخرى فى عمليات

التبويب أو التحليل، لكن نظراً لأن نطاق مجال العمل في أسلوب العينات محدوداً بالمقارنة بمثيله في أسلوب الحصر الشامل مما سيؤدي إلى زيادة درجة فعالية الرقابة والتنظيم والإشراف والمراجعة في أسلوب العينات عنه في أسلوب الحصر الشامل ومن ثم يقلل من درجة خطأ التحيز وبالتالي دقة النتائج في أسلوب العينات عنه في أسلوب الحصر الشامل.

عيوب أسلوب العينات :

١ - يتعرض أسلوب المعاينة إلى نوع آخر من الأخطاء ينفرد به هذا الأسلوب ويطلق عليه خطأ المعاينة أو خطأ الصدفة ، وهو راجع إلى أن العينة جزء من المجتمع ، ومهما كان أسلوب اختيار مفردات العينة ، والإحتياطات العلمية والعملية المتخذة لأتاحة فرصة ثابتة لكل مفردة من مفردات المجتمع للدخول في مفردات العينة، فلا بد من وجود فرق في المقاييس الاحصائية وينشأ الفرق في نتائج المقاييس المشار إليه بسبب طبيعة إختلاف وزن المفردات المختلفة الداخلة في مفردات العينة عنه في مفردات المجتمع ، وهذا الفرق يطلق عليه خطأ المعاينة والذي أمكن باستخدام نظرية الاحتمالات حساب قيمته ، لتوضيح ما تقدم نصرب المثال المبسط التالي :

إذا كان لدينا مجتمع إحصائي مكون من خمسة طلاب هم أ ، ب ، ج ، د ، هـ أطوالهم على الترتيب بالسنتيمتر ١٨٠ ، ١٦٥ ، ١٧٥ ، ١٩٠ ، ٢٠٠ وتم اختيار عينة مكونة من أربعة طلاب منهم، وأردنا قياس متوسط الطول لكل من المجتمع والعينة حيث أن:

$$\text{متوسط الطول} = \frac{\text{مجموع أطوال الطلبة}}{\text{عددهم}} \quad \text{وعليه سنجد:}$$

متوسط الطول للمجتمع وسنرمز له بالرمز (μ)

$$= \frac{١٨٠ + ١٦٥ + ١٩٠ + ٢٠٠ + ٩١٠}{٥} = \frac{١٨٢}{٥} \text{ سم}$$

عدد العينات الممكن اختيارها = ٥ ق، = ٥ عينات وهي كالآتي مع حساب متوسط الطول في كل عينة منها:

العينة (١) (أ، ب، ج، د) ومتوسط الطول بها، وسنرمز له بالرمز س١

$$= \frac{180 + 160 + 170 + 190}{4} = \frac{710}{4} = 177,5 \text{ سم}$$

العينة (٢) (أ، ب، ج، هـ) ومتوسط الطول بها وسنرمز له بالرمز س٢

$$= \frac{180 + 160 + 170 + 200}{4} = \frac{720}{4} = 180 \text{ سم}$$

العينة (٣) (ب، ج، د، هـ) ومتوسط الطول بها وسنرمز له بالرمز س٣

$$= \frac{160 + 170 + 190 + 200}{4} = \frac{730}{4} = 182,5 \text{ سم}$$

العينة (٤) (أ، ب، د، هـ) ومتوسط الطول بها وسنرمز له بالرمز س٤

$$= \frac{180 + 160 + 190 + 200}{4} = \frac{730}{4} = 182,5 \text{ سم}$$

العينة (٥) (أ، ج، د، هـ) ومتوسط الطول بها وسنرمز له بالرمز س٥

$$= \frac{180 + 170 + 190 + 200}{4} = \frac{740}{4} = 186,25 \text{ سم}$$

واضح أن متوسط الطول (س) بين مفردات العينات يختلف عن بعضها البعض، وأيضاً يختلف عن متوسط الطول في المجتمع (μ) حيث هناك فرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ويختلف هذا الفرق (خطأ المعاينة) أو الصدفة بين نتائج كل عينة ونتائج المجتمع ولقياس هذا الخطأ (متوسط العينة - متوسط المجتمع (س - μ) حيث يبلغ هذا الخطأ.

(١) الخطأ فى العينة الأولى = $177,5 - 182 = -4,5$ سم .

(٢) الخطأ فى العينة الثانية = $182 - 180 = 2$ سم .

(٣) الخطأ فى العينة الثالثة = $182,5 - 182 = 0,5$ سم

(٤) الخطأ فى العينة الرابعة = $183,75 - 182 = 1,75$ سم

(٥) الخطأ فى العينة الخامسة = $186,25 - 182 = 4,25$ سم

أى أنه قد يكون هذا الخطأ (خطأ الصدفة) سالباً فى بعض العينات وموجباً فى البعض الآخر ، لكن محصلته النهائية أى مجموعه من كافة العينات الممكنة لابد وأن يساوى (الصفر) ، ويتوقف قيمة خطأ الصدفة على عوامل كثيرة منها حجم العينة ، فالعلاقة عكسية بين حجم العينة وقيمة خطأ الصدفة بينما العلاقة طردية بين تباين المجتمع وخطأ الصدفة ، كما أن لطريقة إختيار العينة أثر على قيمة خطأ الصدفة فيقل كلما زادت الدقة فى تمثيل العينة للمجتمع تمثيلاً صحيحاً ودقيقاً والعكس صحيح ، ونظراً لامكانية ضبط وقياس هذا الخطأ من ناحية وإمكانية العمل على أن يصل إلى حده الأدنى من ناحية ثانية ، وعليه فإن فرق خطأ التحيز فى صالح أسلوب العينات عنه فى أسلوب الحصر الشامل من ناحية ثالثة ، فلو فرضنا أن خطأ الصدفة بلغ ١ % بينما بلغ خطأ التحيز فى مجتمع ما ٦ % فى حين بلغ نفس الخطأ فى عينة من نفس المجتمع ٢ % ، فإن مجموع خطأى الصدفة والتحيز فى العينة سيبلغ (١ % + ٢ % = ٣ %) ، والتي ستبلغ نصف قيمة خطأ التحيز فى مجتمع الدراسة (٦ %) ما تقدم يوضح أن أفراد أسلوب العينات بخطأ الصدفة لا يقلل من قيمة وأهمية هذا الأسلوب فى مختلف ميادين البحث العلمى .

٢ - أن عملية تحديد نوع العينة المسحوبة والتي تعتبر ممثلة للمجتمع تمثيلاً صحيحاً وصادقاً تعتبر هدفاً أساسياً من عملية المعاينة حتى تكون أخطاء المعاينة فى النتائج عدد حدها الأدنى ، ولا يتأتى ذلك الا بمنع أو تقليل عملية التحيز عند إجراء عملية الإختيار لمفردات العينة من مفردات مجتمع الدراسة .

٣ - إن تحديد النوع والحجم المثالي للعينة التي تعطى أفضل النتائج من حيث الدقة المسحوبة من المجتمع يتوقف على درجة التجانس بين مفردات مجتمع الدراسة ، فتكون العلاقة عكسية بين حجم العينة ودرجه التجانس المشار إليها، لذا فإن هذا الأمر يتطلب المعرفة الدقيقة لبعض خصائص هذا المجتمع مقدماً - ويدون هذه المعرفة أو تعذرها تصبح عملية المعاينة نفسها متعذرة ومستحيلة ، ومعنى آخر فإن أسلوب المعاينة لا يفضل أن يتم مستقلاً بذاته دون معرفة لخصائص المجتمعات التي ستم دراستها من خلاله .

يتضح لنا مما تقدم أن مزايا وظروف استخدام أسلوب المعاينة حتمت الاهتمام بهذا الأسلوب ومحاولة زيادة دقة نتائجه ، وذلك بالعمل على التقليل أو القضاء على العيوب والمشاكل السابقة - حتى أصبح علماً قائماً بذاته سنعرض باختصار لدراسة بعض أنواع العينات الهامة، ولكن قبل ذلك لابد من تعريف إطار مجتمع البحث، ومبدأ العشوائية في إختيار العينات.

(أ) الإطار (Fram) :

قبل إختيار مفردات العينة يجب وضع جميع وحدات مجتمع البحث في قائمة مرتبة حسب الأحرف الهجائية مثلاً فعند سحب عينه من سكان محافظة الاسكندرية فالإطار هو قائمة بأسماء جميع سكان محافظة الاسكندرية عند تاريخ سحب العينة أو أقرب تاريخ أعد فيه هذا الإطار ، وقد تكون وحدات الإطار هنا قائمة بأسماء الأسر بالمحافظة ، وقد تكون خريطة لمساحة أرض زراعية أو صورة شمسية لها ... الخ ، وعليه يتضح لنا أن الإطار هو وسيلة تحتوي على جميع وحدات مجتمع المعاينة ، وعلى ذلك يختلف الإطار من عينه لأخرى طبقاً لطبيعة الدراسة ونوع العينة ، لكن يشترط فيه أن يكون

حديثاً، أي مشتملاً لجميع وحدات المجتمع الإحصائي أي غير غافل لاحتواء احداها من ناحية مع مراعاة عدم تكرار مثل هذه الوحدات به أكثر من مرة من ناحية أخرى ، حتى يتحقق مبدأ العشوائية كاملاً ، عند القيام بعملية اختيار مفردات العينة من خلاله

(ب) مبدأ عشوائية الاختيار : أن العشوائية فى الاختيار لا تعنى الاختيار حسبما أتفق أو بغير هدى وفقاً للمعنى العام للكلمة ، لكن العشوائية تعنى هنا إتاحة فرص متكافئة فى الاختيار لكل مفردة من مفردات مجتمع البحث للدخول فى العينة المختارة ومعنى آخر لا بد من توافر إحتمال متساوى لجميع وحدات المجتمع للدخول فى الاختيار ضمن مفردات العينة، ويمكن أن يتحقق مبدأ العشوائية المشار إليه باستخدام أكثر من وسيلة علمية عند القيام بعملية الاختيار وفقاً لما سيأتى فيما بعد:

(ج) أنواع العينات العشوائية : نظراً لإختلاف طبيعة وخصائص مجتمع البحث أو الدراسة من حالة لأخرى من ناحية، وأختلاف الهدف من الدراسة من ناحية أخرى ونظراً لأن الهدف من استخدام أسلوب العينات هو الرغبة فى الحصول على بيانات عن مجتمع الدراسة بأقل تكلفه وفى الوقت المناسب مع جعل أخطاء المعاينة عند حددها الأدنى حتى لا تؤدي نتائجها غير الدقيقة إلى تقديرات غير دقيقة أيضاً من ناحية ثالثة ، لكل ما تقدم فهناك أكثر من نوع للعينات العشوائية نذكر منها بإيجاز مايلى :

١ - العينة العشوائية البسيطة (Simple Random Sample)

هى العينة التى يتم سحب مفرداتها على أساس تساوى أو تكافىء الفرص للإختيار لجميع مفردات مجتمع البحث للدخول فى مفردات العينة، أى لا يتم التحيز لأى مفردة من مفردات المجتمع على حساب المفردات الأخرى ، وهذا يعنى أن نتيج لكل مفردة من مفردات مجتمع البحث إحتمال متساو ومستقل للدخول فى مفردات عينة البحث ، والأمر يقتضى منا لتحقيق مبدأ العشوائية السابق القيام بوضع وحدات المجتمع فى إطار مع إعطاء أرقام متسلسلة لكل مفردة من مفردات إطار المجتمع ، ثم اختيار مفردات العينة ، مفردة مفردة مع إستبعاد المفردات التى يتكرر دخولها حتى ننتهى من سحب كافة مفردات العينة ، ويمكن إجراء ما تقدم بأكثر من وسيلة أو طريقة على حسب حجم مفردات العينة المختارة .

١٥	٤٩	٢٢	٠٢	٧٧	٩٦	٦٣	٤٨	٣٢	٩٨	٩٥	١٦	٥٣	٥٠	٣٢
٢٨	١٢	٣٦	٦٧	٦٤	٣٢	٤٠	٣٦	٤٠	٩٦	٨٢	٥١	٤٠	٥٢	٩٢
٣٤	٢٥	١١	٥٥	١٢	٥٠	٢٧	٤٣	٣٩	٠٣	٥٩	٣٤	٢١	١٠	٢٧
٢٤	٨٥	٥٢	٣٧	٢٦	٥٤	٠٠	٧١	٥٣	٤٣	٩١	٧٠	١٦	٧٠	٢٥
٦٧	٨٣	٨١	٤٢	٣٧	١٤	٤٩	٤٣	٠٦	٠١	٨٣	٤٩	٣٣	١١	٣١

ويتم إختيار عينة الأطفال السابقة لو بدعنا عشوائيا من العمود الثالث في

الجدول السابق كما يلي : (٢١، ١٦، ٣٣، ٤٩، ٣٤، ٠١، ٤٣، ٣٢، ٠٣)
علي الترتيب ، ونلاحظ أننا استبعدنا الأرقام الأكبر من أكبر رقم في إطار
المجتمع هو (٥٠) وأخذنا الأرقام الأقل مع استبعاد الأرقام المتشابهة التي

تكررت ، حتى لا يكون هناك تحيز لمفردات الأرقام المكرره مع ملاحظة أنه
يمكن اختيار نقطة الابتداء من أى مكان عشوائياً سواء من الأعمدة أو من
الصفوف مع ثبات الطريقة للمختارة حتى الانتهاء من اختيار عدد مفردات
العينة سواء بإتخاذها تتابعياً إلى أسفل أو أعلى أو يمين أو يسار الرقم الأول المختار .

ونلاحظ أن مبدأ العشوائية هنا متوافر عند إعداد الأرقام العشوائية لهذا
الجدول لأن كل خانة فيه تم إختيارها عشوائياً هذا بجانب أن ترتيبها تم عشوائياً ،
كما يتم إختيار نقطة الإبتداء عشوائياً ، وأخيراً النظام الهندسي المستخدم
فى عملية التتابع عند اختيار مفردات العينة يتم ايضاً عشوائياً ، كما يمكن
من واقع هذه الجداول العشوائية إختيار أى عينة مهما كان عدد مفرداتها أو
عدد مفردات إطار مجتمع البحث فإذا بلغ الأطار الكلى ٥٠٠٠ وحجم العينة
(٥٠) فإننا نضم عمودين معاً قد يكونا الأول والثاني أو الثاني والثالث .. الخ
لتكون الأرقام المختارة منها مكونة من خانات (الأحاد/والعشرات/والمئات/
والآلوف) كما هو الحال فى أكبر رقم يتكون منه الأطار (٥٠٠٠) ثم نختار (٥٠)
مفردة بالتتابع مع ملاحظة عدم التكرار ، أى استبعاد الأرقام التى سبق ظهورها
فى الأعمدة أو الصفوف واستبعاد الأرقام التى تزيد عن (٥٠٠٠) إلى أن ننتهى
من إختيار مفردات العينة .

الحاسبات الالكترونية (الآلية) :

وأخيراً إذا كان مجتمع الدراسة واسعاً جداً أى أن مفردات مجتمع البحث كبيراً جداً ، وأيضاً عدد مفردات العينة كبيرة نسبياً ، فيمكن استخدام النظام الالكتروني أى الحاسبات الآلية عند إختيار مفردات العينة وهى عبارة عن آلات حديثة تقوم بألاف العمليات المتنوعة فى وقت قصير جداً ومجهود أقل وأيسر مما تتطلبه طريقتى السلة وجداول الأرقام العشوائية (اليدوية) .

وتتميز العينة العشوائية البسيطة بسهولة وبساطة ودقة إختيارها ويفضل استخدامها إذا كانت مفردات الإطار متجانسة ، لكن إذا كانت مفردات الإطار غير متجانسة فإن هذا النوع من العينات لا يكون ممثلاً للمجتمع تمثيلاً صحيحاً ، وبالتالي تكون نتائجها ونتائج التقديرات المطلوبة بإستخدامها غير دقيقة ، هذا بالإضافة إلى أن إستخدام هذا النوع من العينات لا يكون مستحياً إذا كانت مفردات العينة المطلوبة صغيرة بينما مفردات الإطار منتشرة على نطاق واسع جغرافياً ذلك لأن مفردات العينة وفقاً لهذا النوع من العينات فى الحالة السابقة قد تتضمن مفردات تقع فى مناطق نائية بحيث يتعذر الوصول إليها أحياناً أو أن الوصول إليها يزيد من عامل التكلفة المادية والبشرية والزمنية بما يقلل من فائدة أسلوب المعاينة أو يشوبه لو تم إهمال مثل هذه المفردات ، وأخيراً هذا النوع من العينات يحتاج إلى إعداد إطاراً شاملاً وحديثاً والذي يستحيل إعداده فى بعض الحالات كما يكون إعداد مكلفاً فى أحيان أخرى .

٢ - العينة الطبقية (Strati Fiecl Sample)

إذا كانت مفردات مجتمع الدراسة غير متجانسة ، ويمكن تقسيم هذا المجتمع إلى عدة أقسام أو طبقات متجانسة فيما بينها وذلك وفقاً لمعيار محدد ، بحيث تتجانس إلى حد كبير - مفردات كل طبقة مع بعضها البعض وفقاً لذلك المعيار بينما تختلف مفردات كل طبقة عن الأخرى وفقاً لنفس المعيار ، فمثلاً إذا كنا ندرس مستويات للدخول السنوية لسكان منطقة معينة ، فإنه يمكن تقسيم سكان تلك المنطقة إلى مجموعة من الطبقات وفقاً لمستويات الدخل كطبقة

العمال العاديين ، وطبقة العمال المهنيين وطبقة الموظفين الحكوميين ، ثم طبقة رجال الأعمال ، وأخيراً طبقة أصحاب المهن الحرة ، وباستخدام الإجراء السابق فإننا نعمل على التقليل من عدم التجانس بالنسبة لمعيار الدخل بين مفردات مجتمع الدراسة كاملاً ، وحتى تكون العينة ممثلة للمجتمع تمثيلاً صحيحاً ، فإننا نعتبر كل طبقة مجتمعاً مستقلاً حيث نسحب بطريقة عشوائية بسيطة عدد من مفردات كل طبقة تتناسب مع مجموع مفردات هذه الطبقة ، بحيث يكون مجموع المفردات المسحوبة من الطبقات المختلفة هي التي تمثل عينة الدراسة للمجتمع ككل ، والعينة الطبقيّة اذا كانت تمثل بالتساوي أو نسبياً . تعتبر أفضل تمثيلاً لمجتمع الدراسة فيما لو تم سحب نفس حجم العينة بطريقة عشوائية بسيطة من المجتمع الكلي .

وتتميز العينة الطبقيّة بأنها تقضي على مشكلة الاختلاف الكبير بين مفردات المجتمع . في العينات العشوائية البسيطة . بتقسيمه إلى طبقات متجانسة ، كما أن استخدام العينة الطبقيّة يقلل من خطأ التحيز بالعينات فلا يكون هناك تخوف من تركيز مفردات عينة الدراسة في المثال السابق في طبقة بطبيعتها ذات متوسط دخل منخفض أو العكس يكون التركيز في طبقة بطبيعتها ذات متوسط دخل مرتفع ، ومن ثم لا يعكس متوسط الدخل الناتج القيمة الحقيقية الدقيقة للمتوسط المشار اليه والتي يمكن تعميمها على المجتمع ككل ، وأخيراً فإن العينات الطبقيّة بأسلوبها السابق تساعد إلى حد كبير على تسهيل إعداد إمارات الدراسة لمفردات كل طبقة بدلاً من إعداد إطار شامل لمفردات الطبقات ، كما أنها تمكننا من الحصول على نتائج مستقلة لكل طبقة بجانب الحصول على نتيجة عامة لمجتمع الدراسة ككل .

٣ - العينة متعددة المراحل (Multi - Stage Sample)

ولا يختلف هذا النوع من العينات عن العينات العشوائية البسيطة إلا في طريقة الاختيار فقط ، حيث يتم الاختيار على مراحل متعددة مع توافر مبدأ العشوائية في كل مرحلة ، وهنا يتم تقسيم المجتمع إلى أقسام متجانسة ويتم الاختيار العشوائي لعدد من المفردات بكل قسم بحيث يتم ذلك تتابعياً فيتم

الاختيار العشوائى من القسم الاول كمرحلة أولى ثم يتم الاختيار العشوائى من القسم الثانى كمرحلة ثانية ، وهكذا حتى نصل إلى الإختيار فى المرحلة النهائية فمثلاً إذا كنا بصدد إعداد دراسة عن مستويات التحصيل لمادة جديدة بين طلبة المدارس الثانوية ، فإنه بدلاً من إختيار عينه من الطلبة على مستوى الجمهورية بأسلوب العينات العشوائية البسيطة لما يحتاجه من وقت وتكلفة كبيرة فإنه يمكن أن تتم هذه الدراسة بأسلوب العينة متعددة المراحل ويتم ذلك كما يلى :

١ - تقسم الجمهورية إلى محافظات وإعداد إطار باسماء هذه المحافظات ولكن ٢٦ محافظة وإختيار إحداها عشوائياً كمرحلة أولى .

٢ - تقسم المحافظة التى تم إختيارها عشوائياً فى المرحلة الأولى ولكن المحافظة رقم (٤) إلى أقسام وفقاً للمراكز الادارية ويفترض أنها تتكون من ١٠ مراكز ادارية وإختيار إحداها عشوائياً كمرحلة ثلثية .

٣ - تقسيم المركز الإدارى المختار فى المرحلة الثانية وليكن المركز رقم (٨) طبقاً للمديريات التعليمية ونفترض أنه يتكون من (٧) مديريات تعليمية وإختيار مديرتين تعليميتين منها كمرحلة ثالثة .

٤ - تحديد عدد المدارس الثانوية بكل مديرية من المديريات المختارة فى المرحلة الثالثة ونفترض أن عدد المدارس الثانوية بالمديرتين المختارتين (٢٠) مدرسة فيتم إختيار (٤) مدارس منها عشوائياً كمرحلة رابعة .

٥ - بعد إطار باسماء الطلبة فى الـ(٤) مدارس التى تم إختيارها فى المرحلة للرابعة وتختار منه مفردات العينة المحددة للدراسة المطلوبة كمرحلة خامسة .

مما تقدم يتضح أن :

(أ) أن للدراسة تركزت فى عدد محدود من المدارس الثانوية بإحدى مراكز محافظة محددة مما سيؤدى إلى اتمام للدراسة فى أقل وقت ممكن وبأقل تكلفة ممكنة .

(ب) إن إعداد إطارات محددة بكل مرحلة أى لعدد المحافظات ، والمراكز الادارية بإحدى المحافظات ، وعدد المديريات التعليمية بإحدى المراكز، وعدد

المدارس الثانوية التابعة لمديرية تعليمية محددة ، واسماء طلبة إحدى المدارس الثانوية ، أسهل وأوفر وقتاً ومجهوداً وتكلفة من إعداد إطار شامل بطلبة المدارس الثانوية على مستوى الجمهورية .

٤ - العينة المنتظمة (Systematic Sample)

وبمقتضاها يتم إختيار مفردات العينة فى تتابع منتظم من مفردات مجتمع الدراسة ، ومعنى آخر يتم ترتيب مفردات مجتمع الدراسة بطريقة محددة لها علاقة بموضوع الدراسة ، على أن نقسم مدى نطاق مجتمع الدراسة بعد ترتيبه إلى أقسام متساوية تتحدد بعدد مفردات العينة المراد إختيارها ، وهذا يعنى أن طول القسم الواحد المنتظم = $\frac{\text{مجموع وحدات مجتمع الدراسة}}{\text{عدد مفردات العينة}}$ ثم نختار عشوائيا المفردة الأولى للعينة من مفردات القسم الأول فى مجتمع الدراسة وتحديد ترتيبها به ، وهذا نوقف عملية الإختيار لباقي مفردات العينة ، حيث ستحدد أرقام باقى مفردات العينة تلقائيا بدون إجراء اختيار وذلك بإضافة طول القسم على ترتيب المفردة الأولى المختارة فيحدد ترتيب المفردة الثانية ، وبإضافة طول القسم على ترتيب المفردة الثانية يتحدد ترتيب المفردة الثالثة ، وهكذا .

فمثلاً فى مجتمع مكون من ١٠٠٠٠ عامل فى صناعة معينة وأردنا إختيار عينة مكونة من ١٠٠ عامل من هذا المجتمع فيمكن تقسيم هذا المجتمع بعد ترتيبه أبجدياً مثلاً إلى أقسام متساوية طول كل منها = $\frac{10000}{100} = 100$ قسم منتظم .

ويأخذ عمال القسم الأول الأرقام من (١ - ١٠٠) ، والقسم الثانى (١٠١ - ٢٠٠) والقسم الثالث (٢٠١ - ٣٠٠) ، وهكذا حتى القسم الأخير من (٩٩٠١ - ١٠٠٠٠) .

ثم نختار عامل واحد من القسم الأول (١ - ١٠٠) عشوائياً ولنفرض أنه العامل رقم (٤٣) ومن ثم بتحديد رقم العامل الأول رقم (٤٣) نتحدد أرقام بقية عمال العينة كمايلى :

العامل الثاني = ترتيب العامل الأول + طول القسم المنتظم

$$١٤٣ = ١٠٠ + ٤٣ =$$

العامل الثالث = ترتيب العامل الثاني + طول القسم المنتظم

$$٢٤٣ = ١٠٠ + ١٤٣ =$$

وهكذا

العامل الأخير = ترتيب العامل قبل الأخير + طول القسم المنتظم .

$$٩٩٤٣ = ١٠٠ + ٩٨٤٣ =$$

ويتميز هذا النوع من العينات بالسهولة والبساطة في عملية الاختيار من ناحية ، واختصار وقت سحبها وتكلفتها من ناحية ثانية ، كما يمثل مجتمع الدراسة كله في عينه الدراسة بما يجعلها ممثلة تمثيلاً صحيحاً لمجتمع الدراسة في كثير من الأحيان من ناحية ثالثة ففي الاطار الذي قمنا باختيار مفردات العينة منه في المثال السابق ، نجد أن عمال العينة المنتظمة المختارين من الاطار المشار اليه سوف تتضمن عدد متساوياً من كافة الأقسام والمهن والدرجات الوظيفية ، بما يجعل مثل هذه العينة من العمال أصدق تمثيلاً لمجتمع الدراسة وبالتالي أقل تأثراً بخطأ الصنفه وبالتالي تحيزاً للتقديرات بهذه العينة بالمقارنة بالعينات العشوائية البسيطة أو العينات الطبقية .

وما يميزها هو في إستخدامها اذا كان إطار مجتمع الدراسة يعكس اتجاهات دورية للظاهرة موضوع البحث وكان طول القسم مساوياً لطول الدورة ، كأن يكون في المثال السابق وجود رئيساً للعمال لكل مائة عامل وليكن العامل رقم (١٠٠) في القسم الأول والعامل رقم (٢٠٠) في القسم الثاني ، ورقم (٣٠٠) في القسم الثالث ... وهكذا ، ووقع الاختيار العشوائي في القسم الأول على رئيس العمال رقم (١٠٠) وطبقاً لأسلوب العينة المنتظمة ستكون العينة في مثل هذه الظروف متضمنة كلها لرؤساء العمال فقط ، بما يجعلها غير ممثلة لمجتمع الدراسة - مجتمع العمال - تمثيلاً صحيحاً وبالتالي تحيز تقديرات الدراسة بالعينة عن القيم الحقيقية لمجتمع الدراسة .

ويعتبر تصميم العينة من حيث نوعها وحجمها وطريقة اختيارها مسؤولية الباحث الإحصائي بشرط أن يأخذ في الاعتبار عامل التكلفة ، ولا ينأتى له التصميم الأمثل للعينة إلا بعد توافر الشروط التالية :

١ - المام الباحث الإحصائي إلى حد معقول بموضوع البحث أو الدراسة سواء تعلق بعلوم إقتصادية أو إجتماعية أو علوم طبيعية بما يساعده على فهم مشكلة البحث ووضعها في القالب الإحصائي بما يساعد على وضع القواعد والاساليب والنظريات الإحصائية في خدمة الدراسة المطلوبة .

٢ - أن يوضح الباحث الإحصائي للمسؤولين والقائمين على الدراسة بأهمية توافر الاطار الشامل والصحيح والحديث على دقة نتائج وتقديرات الدراسة .

٣ - التزام الدارس بالرجوع الى الباحث الإحصائي إذا واجهته مشكلة ما في أى ناحية من نواحي تصميم عينة البحث أو تنفيذها على الطبيعة .

ثانياً ، وسائل جمع البيانات من الميدان

الإستمارة الإحصائية :

سبق أن أوضحنا أنه في حالة تعذر أو عدم توافر البيانات من المصادر الأولية (التاريخية) عن الظاهرة موضوع الدراسة ، فليس هناك بد من اللجوء الى المصادر الميدانية وسواء تم ذلك بإستخدام أسلوب الحصر الشامل أو أسلوب العينات فإن الوسيلة التي يتم جمع البيانات من الميدان عن طريقها هي «الاستمارة الإحصائية» وهي عبارة عن صفحة أو مجموعة من الصفحات يدون بها مجموعة من الاسئلة المطبوعة التي يقوم بإعدادها الباحث بهدف جمع الإجابات عنها من مفردات مجتمع البحث، والتي تكون البيانات الخام التي تتطلبها الدراسة وهناك قواعد أو شروط عامة يجب مراعاتها عند تصميم هذه الاستمارة الإحصائية نتلخص فيما يلي:

١ - أن يتضمن رأس الإستمارة، الغرض أو الهدف من الدراسة باختصار ووضوح ، وأهمية التأكيد على أثر الإجابات الصحيحة على دقة نتائج البحث

وتقديراته، وأيضاً للتأكيد على سرية البيانات المدلى بها وعدم إستخدامها مرة أخرى فى غير الأغراض الإحصائية على أن يتم ما تقدم بأسلوب بسيط وسهل وصائق، وبما يعكس ثقة مفردات مجتمع البحث فى الباحث بجانب الإشارة إلى موضوعية وإيجابية نتائج البحث للباحث وللمجتمع ككل كما أن وجود اسم الجهة القائمة أو المشرقة على البحث قد يزيد من الثقة المطلوبة، وأخيراً إبراز التحديد الواضح والدقيق للتعريف والاصطلاحات ووحدات القياس المستخدمة فى البحث، بما يساعد على فهم موحد لها من جميع المبحوثين.

٢ - يجب الا يغالى الباحث فى عدد الأسئلة باستمارة البحث فيمل الباحث عدد الاجابة عليها، وفى نفس الوقت لا يجب أن يكون عدد الأسئلة محدوداً جداً مما يؤدى إلى بيانات لا تفى بالفرص من البحث، ولكن يجب أن يكون عددها معقولاً مع مراعاة تغطيتها لأهداف الدراسة وعناصره الأساسية ، وتسلسلها المنطقى مع مقدمات الدراسة حتى لا تنقطع سلسلة أفكار المستجوب أثناء إجابته عليها .

٣ - يجب أن تكون الاسئلة قصيرة حتى يمكن للمبحوث فهمها والإدلاء بالاجابات الصحيحة عليها فى أقصر وقت ممكن وبدون عناء كبير فى التفكير، من هنا يفضل تجزئه السؤال الى عدد من الاسئلة القصيرة للسبب ذاته ، مع مراعاة أن يكون كل جزء سهلاً وواضحاً من ناحية، ومحدداً، أى لا يحمل أكثر من معنى من ناحية أخرى.

٤ - يستحسن إستخدام الأسئلة التى تكون الإجابة عليها قصيرة ، ويفضل الأسئلة التى تكون الإجابة عليها بـ «نعم، أو لا» ، فإذا كانت الإجابة على السؤال تحمل إجابات متعددة فيستحسن فى هذه الحالة كتابة كل الاجابات الممكنة تحت السؤال على أن يختار المبحوث الإجابة الصحيحة منها بوضع علامة صح (✓) أمامها مما يساعد فى تسهيل عمليات تصنيف وتبريد الاجابات بعد ذلك .

كما يجب الابتعاد عن الاسئلة التى تكون الإجابات عليها كيفية لكن يفضل أن تكون الاجابه عليها رقمية فمثلاً إذا كان هناك سؤال عن طول الشخص فلا تكم الاجابة عليه بقصير أو متوسط أو طويل ولكن تحدد شرائح

الطول بالسنتيمتر مثلاً (١٤٠)، (١٦٠)، (١٧٠)، (١٨٠) فأكثر مثلاً، ويختار منها المبحوث ما يتفق مع طوله القطى بما يساعد على تبويبها بعد ذلك .

٥ - الإبتعاد عن الاسئلة الإيحائية ، أو التى تسبب حرجاً للمبحوث عند الإجابة عليها بما يبعده عن الاجابات الصحيحة ، ومن ثم يكون هناك احتمالاً كبيراً للتحيز فى الاجابات عليها (كمثال لماذا تفضل ماركه التليفزيون التى تتلجها مصانعنا ؟) .

٦ - يجب الإبتعاد عن الإسئلة التى تحتاج إلى إجابات معقدة أو تحتاج الاجابه عليها إلى تفكير عميق أو عمليات حسابيه معقدة (مثلاً تحديد عمرك باليوم والشهر والسنة) .

٧ - يحسن تحليل السؤال الى عناصره المختلفه ، مثلاً اذا كنا نسأل عن تفضيل المبحوث للورع معين من السيارات ، فيجب أن نتذكر أن هناك عوامل كثيرة للمفاضلة (كالتكلفة، والاداء، والحجم ، والمظهر) وكل عامل من هذه العوامل له جزئيات، فالتكلفة تنقسم إلى قسمين أحدهما تكلفة شراء السيارة والأخرى تتمثل فى النفقات الجارية لإستخدامها على ذلك فإن أجمال الأسئلة عن المفاضلة فى سؤال واحد سيكون مؤدياً فى الغالب إلى اجابات مضللة .

٨ - يستحسن إعادة صياغة بعض الاسئلة الاساسية بطريقة مختلفة وفى أماكن مختلفة بالاستمارة الاحصائية وذلك للتأكد من صحة البيانات التى قام المبحوث بالأجابة عنها قبل ذلك، ويطلق عليها مجموعة أسئلة للمراجعة، فمثلاً للتأكد من صحة عمر المبحوث، فيكون هناك سؤال آخر عن عمر والدته، ولا يعقل مثلاً أن يكون الفرق بين عمريهما ٧ سنوات، أو سؤال عن الوظيفة التى يشغلها المبحوث، وسؤال آخر عن مؤهله الدراسى، وهكذا .

وفيماء يلى نمونجين للاستمارة الاحصائية الأولى ، خاصة بإستطلاع رأى الطالب بجامعة بيروت العربية ، والثانية نموذج تقويم الطلبة لمقرر دراسى بجامعة الملك سعود .

نموذج (أ)
نموذج تقويم الطلبة المقرر دراسي

١ - رقم ووجه القرو	الرمز	الرقم	الدرجة
٢ - المعدل التراكمي للطلبة :	٥ - ٤	٤ - ٣	٣ - ٢
	٢	٣	٤

ضع إشارة (✓) تحت أحد الأرقام من ١ إلى ٥ أمام كل العبارات التالية
علماً بأن ١ تعني ضعيف جداً ، ٥ تعني ممتاز :

أولاً : استعداد استاذ المادة للتدريس :

١	٢	٣	٤	٥
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
١ - الماهية بالمادة				
٢ - مدى حماسه لتدريس المادة				
٣ - بوضوحه في إيصال المعلومات				
٤ - اعداده للمحاضرات قبل وقتها				
٥ - تشجيعه للعمل الممتاز من جانب الطلبة				
٦ - تنمية لروح التفكير والابتكار والمناقشة				
٧ - نجاحه في حسن الاستماع للمعيدين (إن وجدوا)				
٨ - مدى استعداده للاستجابة على أسئلة الطلبة				
٩ - مدى التزامه بمواعيد المحاضرات				
١٠ - مدى رغبتك في أن تدرس مقرراً آخر مع هذا الأستاذ				
١١ - تقويمك لأداء استاذ هذه المادة مقارنةً ببقية أساتذة القسم الذين درست معهم				
١٢ - استخدام وسائل الإيضاح المعينة				

ثانياً : علاقة الأستاذ بالطلبة :

١	٢	٣	٤	٥
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
١ - احترامه لأرائهم وتجاربهم مع أساتذتهم				
٢ - ترحيبه بالنقد الهادف				
٣ - وجهه أثناء الساعات المكتبية				

٤ - الترتيب العام لعلاقة الأستاذ بالطلبة ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

ثلاثاً : مساحة هذا المقرر في مجرى بحثك التعليمية :

١ ٢ ٣ ٤ ٥

- ١ - معرفتك بموضوع المقرر بصورة عامة ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٢ - حبك للمادة العلمية ورغبتك في تعلمها ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٣ - زيادة رغبتك في توسيع معلوماتك وإدراكك حول الموضوع في المستقبل ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٤ - قدرتك على مناقشة الموضوع بصورة أكثر حلسية ومعرفة ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٥ - التفهم العام لمساحة هذا المقرر في وضع مستوى معلوماتك ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

وأبشاً : تقويم التخطيط لمبج المقرر :

١ ٢ ٣ ٤ ٥

- ١ - النتبج من حبث الكيف ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٢ - وضوح وتتابع المواضيع وفروع المواضيع ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٣ - ترابط أجزاء المادة ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٤ - التذكبر على المواضيع الرئيسية والاستنتاجات ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٥ - ملائمة الكتب المقررة والقراءات المختارة ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٦ - فائدة الواجبات الأخرى ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٧ - مستوى وطريقة الامتحانات ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٨ - عدالة وموضوعية تصحيح الامتحانات ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ٩ - إذا قلوت هذه المادة بالمواد الأخرى التي درستها في الجامعة ، كم من الوقت بذلته في الدراسة والأعداد لهذه المادة عن كل ساعة معتمدة (٥ تعني وقتاً كثيراً جداً ، ١ تعني قليلاً جداً) .. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐
- ١٠ - يستعمل معظم وقت المحاضرة في :
الإسلاء ☐ الشرح ☐ المناقشة ☐

١١ - في دراستي لهذه المادة اعتمدت في الغالب على :

الكتب المقرر ☐ المذكرات ☐ إملاء الأستاذ ☐ مراجع مختلفة ☐

أنواع الاستثمارات الإحصائية :

يمكن تقسيم الاستثمارات الإحصائية وفقاً لمن يقوم بملأها إلى نوعين رئيسين :

١ - صحيفة الاستقصاء أو الاستبيان (Questionnaire)

وهي استثمار مطبوعة يهدا الباحث ، ثم يرسلها إلى المبحوثين بطريقة أو بأخرى^(١) ، والذين بدورهم يعيدونها إلى الباحث بعد الإجابة عليها بأنفسهم بنفس طريقه الأرسال بعد وقت كاف، ونظراً لأن المبحوث سيقوم بنفسه بالإجابة على الأسئلة فى صحيفة لاستقصاء ، فجاءت التصميم الجيد لصحيفة الاستبيان ، يجب أن يرفق بها خطاب رفيق يحث المبحوث على التزام الجدية والموضوعية فى إجاباته والتأكيد له على أنها ستكون سرية جداً ، مع شرح مختصر لبعض الكلمات والمفاهيم التى جاءت بالأسئلة كما يراها الباحث حتى لا يساء فهمها من قبل المبحوثين هذا من ناحية ، مع إرفاق مطروف عليه عنوان جهة البحث ملصق عليه طابع البريد ، حيث سيشرح الإجراء السابق المبحوثين على إعادة صحائف الاستبيان بعد الإنتهاء من الاجابة على أسئلتها بدون تحمل أية أعباء مالية ، ويراعى هنا ألا تستخدم صحائف الاستبيان الا فى مجتمع علم بالقراءة والكتابة من ناحية ، وعلى مستوى من الإنارك للمسؤولية حتى لا تقل نسبة عدد المستجيبين عن حد معين ، كما يفضل استخدامها عندما تتعلق الأسئلة بنواحي شخصية للمبحوثين من ناحية أخيره . ويتميز هذا الاسلوب بسهولة وقلة تكاليف الإتصال بالمبحوثين خاصة اذا كان نطاق أو مجال مجتمع البحث واسعا وتم إرسالها بطريق البريد ، كما أنها توفر الوقت الكافى للمبحوثين للإنتهاء من إجاباتهم الصحيحة والدقيقة .

٢ - كشف البحث (Schedule) :

ويختلف عن صحيفة الاستبيان من حيث قيام الباحث بنفسه - أو عن طريق مندهين - اذا اتسع نطاق مجال البحث بتدوين إجابات مبحوثيه بعد

(١) بواسطة مندوبين أو عن طريق البريد.

الاتصال المباشر بالمبحوثين، أو بمشاهدة مفردات مجتمع البحث - إذا استخدم في البحوث التي تتم بالمشاهدة أو الملاحظة، ويحتم استخدام هذه الوسيلة لجمع البيانات اذا كان مجتمع البحث ترتفع به نسبة الأمية ، كما أنها تتميز بانخفاض خطأ التحيز في إجابات بعض الاسئلة التي تنتج عن غموض أو عدم دقة تحديد الأسئلة وذلك بتفسيرها وإيضاحها للمبحوثين من قبل الباحث أثناء المقابلة خاصة بالنسبة للأسئلة ذات الإصطلاحات الفنية ، وأيضاً تمكن الباحث في بعض الدراسات من تلمس بعض الإجابات الإضافية للبحث والباحث عن طريق الملاحظة ، كمنظافة المنزل باعتبارها إحدى وسائل تحديد مستوى الثقافة الصحية لدى المبحوثين مثلاً ، لكن يعيبها الوقوع في خطأ التحيز من قبل الباحث في بعض الأحيان التي يؤثر فيها الباحث أو مندوبيه بدون قصد في اجابات مبحوثيهم من ناحية ، ولارتفاع تكلفه البحث نسبياً عنه بالمقارنة بأسلوب صحيفة الاستبيان من حيث عدد المندوبين اللازمين وتكاليف إنتقالهم، من ناحية ثانية، وطول الوقت اللازم لالنتهاء من جمع البيانات باستخدامه من ناحية ثالثة.

وأخيراً يمكن أن يتم الحصول على البيانات من الميدان باستخدام صحيفة الاستبيان أو كشف البحث باستخدام أحد الأساليب التالية :

١ - أسلوب المشاهدة أو الملاحظة أي باستخدام النظر أو الحواس الأخرى وهو شائع الاستخدام في التجارب المعملية .

٢ - أسلوب المقابلة الشخصية بين الباحث أو مندوبيه والمبحوثين .

٣ - أسلوب المراسلة أي الاتصال باستخدام البريد بين الباحث والمبحوث.

٤ - أسلوب الاتصال التليفوني بين الباحث والمبحوث .

٥ - وأخيراً أسلوب يمزج بين الثلاث وسائل الأخيرة ، أي طريقة المقابلة الشخصية مع إرسال خطابات بالبريد أو الاتصال التليفوني .

الفصل الثالث

تصنيف وعرض البيانات الإحصائية

المبحث الأول

تصنيف وعرض البيانات في صورة جدولية

Classification & Tabulation

مقدمة :

بعد إنتهاء مرحلة جمع البيانات ، يصبح لدى الباحث أو الهيئة المشرفة على الدراسة مئات أو آلاف الاستثمارات الإحصائية ، والتي بدورها تتضمن ألاف بل عشرات الألاف في بعض الأحيان من الاجابات عن أسئلة هذه الإستثمارات التي تتعلق بموضوع البحث أو الدراسة - خاصة اذا كبر حجم مجتمع الدراسة وتشعبت عناصره - وتوافر مثل هذا الكم الهائل من البيانات الخام بالصورة التي عليها بعد مراجعتها لن يفيد في إجراء الدراسات اللازمة في إظهار نتائج عن المشكلة موضوع الدراسة ، ولن يقاى ماسبق إلا بإجراء عمليات تجميع وتنسيق وترتيب لهذه البيانات ، ومعنى آخر بتصنيفها وعرضها بما يسمح بسهولة إستيعابها من ناحية ، وإمكانية وسهولة دراستها وتحليلها من ناحية أخرى .

أى أن الهدف من عمليات التصنيف والتبويب ، هو تجميع وتلخيص البيانات التي تم جمعها في مجموعات متجانمة ، تختلف باختلاف طبيعة هذه البيانات، وأيضاً لكيفية إستخدامها بعد إجراء عملية التبويب لها، ومما لا شك فيه أن الجداول الإحصائية هي الوسيلة المثلى لإجراء عمليات التلخيص والتبويب المشار اليه .

والسؤال الذى يفرض نفسه في ذلك المجال، ما هي وسائل وأسس أو كيفية وطرق تصنيف البيانات الإحصائية في صورة جداول احصائية؟

تصنيف وتبويب البيانات فى صورة جداول إحصائية

إن الغرض من عملية تصنيف أو تبويب البيانات المجمعة كما ذكرنا عليه ، هو تجميعها فى صورة مجموعات متجانسة يطلق عليها ، الفئات ، حيث تتضمن الفئة الواحدة مفردات المجتمع الإحصائى المتحدة أو المتشابهة فى صفة أو عدة صفات مرتبطة بموضوع للبحث أو الدراسة فى خلية من الجدول الإحصائى المصمم لغرض عملية التتبويب المطلوبة ، مما يسمح بالحصول على المجموعات ، الفئات ، المتشابهة فى أسرع وقت ، وبما يضمن دقتها واتاحة الفرصة لإجراء المقارنات المختلفة بينها بسهولة ويسر .

الجدول الإحصائية :

هى إحدى وسائل تصنيف أو تلخيص البيانات الإحصائية بسهولة ودقة وذلك فى صفات أو مجموعات متجانسة تطلق عليها إذا كانت كمية ، فئات ، إما إذا كانت وصفية ، صفات ، ويتوقف عددها على طبيعة البيانات وحجمها من ناحية ، والغرض من إعداد هذه الجداول ، والتفاصيل اللازمة لأعداد وتحليل الدراسة من ناحية أخرى ، وعليه يمكن تصنيف الجداول الإحصائية إلى نوعين أساسيين هما الجداول العادية أو البسيطة ، والجداول المزودة .

والجداول العادية ، تختص بتصنيف ظاهرة واحدة ، وتتكون من عمودين أساسيين الأول منها يخص الصفات أو الفئات والثانى لتسجيل الأعداد الخاصة التى تنتمى للمصفة أو لفئة محددة بالجدول ، أما الجدول المزود فيختص بتصنيف ظاهرتين فى نفس الوقت ، حيث يتكون من عدد من الأعمدة وعدد من الصفوف ، حيث يختص العمود الأول بالصفات أو الفئات للظاهرة الأولى كالتول أو الوزن لمجموعة من الأشخاص ، أو مدة الزواج ، أو عدد الأولاد لمجموعة من الأسر كظاهرة ثانية مثلاً وكل بيان من حيث الطول أو الوزن مثلاً يتم رصده فى خلايا الجدول عدد ملتقى العمود والصف اللذين تعينهما الصفتان (أو الظاهرتان) موضوع الدراسة .

طرق ومعايير التبريب

هناك معايير أو أسس كثيرة ومختلفة تتخذ كأساس لإجراء عملية تصنيف أو تبريب البيانات في صورة جداول إحصائية تعتمد على طبيعة البيانات عن الظواهر المراد دراستها وتتلخص فيما يلي :

- ١ - معيار زمني
- ٢ - معيار جغرافى .
- ٣ - معيار نوعى .
- ٤ - معيار كمى .
- ٥ - أو على أساس خليط من المعايير السابقة .

كما يتوقف تحديد الطريقة التى يمكن إستخدامها فى عملية تصنيف أو تبريب البيانات الإحصائية على كل من عدد الوحدات المراد تصنيفها من جهة، وطبيعة هذه الوحدات من حيث تنوعها من جهة أخرى، والإمكانات المادية والفنية المرصودة لإجراء البحث أو الدراسة من جهة أخيرة ، ووفقاً لما تقدم يمكن حصر طرق التصنيف فيما يلى :

الطريقة الأولى . التصنيف أو التبريب اليدوى

وتستخدم هذه الطريقة إذا كان عدد الوحدات المراد تبريبها محدودة ، أو إذا نواضعت الإمكانيات المادية والفنية المرصودة لإجراء الدراسة .

وتتم عملية التبريب يدوياً على مرحلتين متتابعتين ، حيث يطلق على أولهما بمرحلة تفريغ البيانات ، ويمقتضاها يتم تصنيف البيانات التى إحتوتها الإستمارات الإحصائية موضوع الدراسة فى صورة مجموعات متشابهة (أو متجانسة) وهى الفئات وذلك فى جدول يطلق عليه جدول تفريغ البيانات ، وهذا الجدول مكون من عمودين الأول يخصص للمعيار المحدد لتبريب الظاهرة سواء كانت صفة أو كمية أو مكانية أو زمنية ... الخ ، فى حين يخصص للعمود الثانى لتفريغ البيانات موضوع الدراسة وذلك بقراءة البيانات الأصلية (الخام)

قراءة قراءة أو بيان بيان وتسجيل كل منها أمام الصفة أو الفة أو المعيار المرتفق مع فقرتها ، وذلك بتمثيله بشرطة مائله من أعلى اليمين إلى أدنى اليسار كمايلي(//) حتى تبلغ أربع شرطات مائله ، والخامسة تكون كخط أو شرطة تقطع الأربعة السابقة في صورة عكسية كما يلي (/X/) والخمسة قراءات في الصورة السابقة يطلق عليها **حزمة** ويرجع السبب في استخدام أسلوب الحزم المشار اليه ، لتسهيل عمليه العد للمفردات أمام كل صفة أو فة بجدول التفريغ.

ويطلق على المرحلة الثانية في عملية تصنيف أو تبويب البيانات بمرحلة عرض البيانات في صورة جداول إحصائية ، أو توزيعات تكرارية ، وفيها يتم ترجمة حزم أو مفردات عمود التفريغ في جدول التفريغ أمام كل صفة أو وجه أو معيار بنفس الجدول السابق إلى « **تقسيم تكرارية** » بعدد المفردات أو مفردات الحزم أمام كل منها كما يتضح من الأمثلة التالية:

(أ) تصنيف البيانات الوصفية أو النوعية :

مثال (١) فيما يلي التقديرات في مادة الإحصاء لعدد ٣٠ طالباً في إحدى الفرق الدراسية :

ممتاز	جيد	ضعيف	مقبول	مقبول
جيد	ضعيف	ضعيف	جيد جداً	ممتاز
مقبول	جيد جداً	ضعيف	جيد	مقبول
جيد جداً	جيد جداً	جيد	مقبول	ضعيف
ممتاز	جيد	مقبول	مقبول	جيد
جيد	جيد	جيد	جيد	جيد

والمطلوب : تبويب البيانات السابقة في صورة جدول تكرارى :

الحل :

التقديرات هنا عبارة عن صفات ، ويمكن تبويبها على أساس هذه الصفات كما يلي :

المرحلة الأولى : جدول التفرغ

الصفة (التقدير)	عملية التفرغ
ممتاز	///
جيد جداً	////
جيد	/ ///
مقبول	//
ضعيف	///

المرحلة الثانية : جدول التوزيع التكرارى

الصفة (التقدير)	عدد التكرارات
ممتاز	٣
جيد جداً	٤
جيد	١١
مقبول	٧
ضعيف	٥
إجمالي التكرارات	٣٠

وقد أدت عملية التبويب فى الجدول التكرارى (البسيط المطلق) السابق إلى أن البيانات الخام (الصفات) أصبحت ذات معنى أكثر أفادة عند تحليل بيانات هذه العينة من الطلاب طبقاً لخاصية التقدير فى مادة الاحصاء ، حيث أن تقسيمها إلى الفئات (الصفات) المشار إليها يمكننا من إستيعاب تلك البيانات الصبوية ، وتحليلها ودراسة صفات الظاهرة ولدراك ما تعكسه البيانات المقدمه عنها من علاقات .

ويطلق على الجدول التكرارى السابق ، بالجدول التكرارى البسيط المطلق ، ويمكن تحويله إلى ، جدول تكرارى بسيط نسبي ، ، وذلك بقسمة عدد التكرارات أمام كل صفة على قيمة إجمالي تكرارات الجدول البسيط المطلق كما يلى :

الصفة (التقدير)	التكرار المطلق	التكرار النسبي
ممتاز	٣	$\frac{3}{30} = 0,10$
جيد جداً	٤	$\frac{4}{30} = 0,13$
جيد	١١	$\frac{11}{30} = 0,37$
مقبول	٧	$\frac{7}{30} = 0,23$
ضعيف	٥	$\frac{5}{30} = 0,17$
إجمالي التكرارات	٣٠	١

والجدول التكرارى النسبى الأخير أضاف تحليلاً جديداً لخصائص توزيع الطلبة على تقديرات النجاح المختلفة ليس على أساس مطلق ولكن على أساس نسبى أيضاً ، فيمكننا أن نقول أن هناك ٠,١٠ من مجموع الطلاب ناجح بتقدير ممتاز فى مادة الاحصاء فى حين أن ٠,٣٧ من نفس المجموع نجح بتقدير جيد وهكذا، وينص الأسلوب فى المثال السابق يمكننا تصنيف أو تبويب أى مجموعة من البيانات النوعية أو الوصفية مهما اختلفت طبيعة هذه الصفات فمثلاً يمكن تصنيف السكان إلى ذكور وإناث ، أو الحالة الاجتماعية إلى (متزوجون / مطلوقون / أرامل / عزاب) أو طبقاً للون (أحمر / أصفر / أبيض... الخ) بالنسبة لمجموعة من الزهور .. وهكذا .

(ب) تصنيف البيانات الكمية :

أيضاً يمكن تصنيف البيانات الإحصائية الخام عن ظواهر أو متغيرات إحصائية كمية أى التى تتخذ قيم كمية أو رقمية كمقاييس الأطوال لمجموعة من الأشخاص أو أوزان هؤلاء الأشخاص.... الخ ، والتساؤل هنا، حيث تم تلخيص مجموعة من البيانات النوعية لتقديرات النجاح فى مادة الإحصاء فى المثال السابق طبقاً لنوع التقدير .. ممتاز ، جيد جداً ... الخ ، فما هو الأساس الذى سيتم على أساسه تصنيف أو تبويب البيانات الكمية ؟ وللإجابة الدقيقة

على التساؤل السابق يقتضى منا الأمر أولاً التعرض لأنواع المتغيرات أو البيانات الكمية ، حيث يمكن تقسيم المتغيرات الكمية من حيث بعض خصائصها إلى نوعين من المتغيرات :

١ - المتغيرات الوثابة أو المنفصلة (Discontinuous Variablie) :

وهى متغيرات أو بيانات عن ظواهر بطبيعتها تأخذ قيم صحيحة فقط ، وبمعنى آخر فإن مقدار الظاهرة يقدر من قيمة صحيحة إلى قيمة صحيحة أخرى فجأة بدون أن تندرج إلى القيم الواقعة بينهما ، أى أنها لا تأخذ قيمة كسرية ، كعدد أفراد الأسرة ، وعدد العمال فى مصنع ، وعدد الكتب فى إحدى المكتبات الخ .

٢ - المتغيرات المتصلة أو المستمرة (Continuous Variable) :

وهى متغيرات أو بيانات عن ظواهر بطبيعتها تأخذ جميع القيم سواء أكانت قيم صحيحة أو قيم كسرية - فى داخل مدى معين أو بين قيمتين محددين بالنسبة لوحدات قياس محددة - مثلا الأجور تكون بالجنيات أو كسروها بالقروش ، والأطوال تكون بالأمتار أو كسروها بالسنتيمترات ، والمليمترات ، ودرجات الحرارة أثناء اليوم الخ .

وتقوم فكرة تبويب البيانات الكمية على أساس بسيط مؤداه تقسيم مدى القيم الأصلية للظاهرة إلى مجموعات جزئية وذلك بضم بعض القيم المتقاربة إلى بعضها البعض فى مدى بسيط نسبياً فى تتابع يطلق عليه « فئات groups » ، ويفضل أن تكون هذه الفئات متساوية ويتم ذلك عملياً وفقاً للخطوات التالية :

أولاً : تحديد مدى التغير فى البيانات الأصلية وهو عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة فى مفردات الظاهرة الكمية موضوع التبويب أى أن :

$$\text{المدى} = (\text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة})$$

ثانياً : تقسيم المدى السابق إلى عدد معقول من الفئات ، قد تكون هذه الفئات متساوية الطول أو غير متساوية الطول على حسب الأحوال ، مع تحديد حدود كل فئة من هذه الفئات - طبقاً لخبرة الباحث - مع مراعاة ألا تكون

هذه الجدود متداخلة^(*) من ناحية أو متباعدة أى يكون هناك هجوة بين كل فئة وأخرى من ناحية أخرى - حتى لا يحدث خطأ بال تكرار أو عدم تصنيف بعض البيانات الأصلية .

ويجب أن يراعى أن إتساع مدى الفئة قد يصنع بعض معالم التوزيع من ناحية ، كما أن ضيق مدى الفئة قد يؤدي ألا تكون هناك فائدة مرجوه من عملية التبيويب من حيث تلخيص البيانات الأصلية .

ونود أن نوجه النظر هنا أنه لا توجد طريقه محددة لتحديد العدد المناسب للفئات ، لذلك فإن تحديد عدد الفئات يترك للتقدير الشخصى لمن يقوم بإعداد الجداول التكرارية مراعيأ فى ذلك طبيعة البيانات الأصلية التى نقسّم مداها إلى عدد من الفئات ، ولكن يجب ألا يكون هذا العدد مختصراً جداً بما يعمل على زيادة تلخيص البيانات الأصلية بما يمحو كثيراً من خصائصها، كما يجب ألا يكن عدد هذه الفئات كبيراً بما لا يؤدي إلى تحقيق الهدف الاساسى من ذلك ، وهو العمل على تلخيص البيانات الأصلية ، لكل ما سبق يجب أن يتراوح عدد الفئات بين ٦ - ٢٠ فئة ^(**) على حسب طبيعة البيانات المراد تبويبها ، والغرض من عملية التبيويب من ناحية ثانية .

وخارج قسمة ، مدى البيانات الأصلية ÷ مدى الفئة اذا كانت متمساوية يعطينا عدد الفئات .

ثالثاً : القيام بتسجيل القيم الأصلية فى جدول التفريغ كل حسب الفئة التى تتبعها باستخدام أسلوب (الحزم) وفقاً لما تم فى تبويب البيانات الوصفية فى المثال رقم (١) السابق .

رابعاً : نقوم بترجمة عدد مفردات كل فئة ، وعدد الحزم التى أمامها لتحديد تكرار كل فئة ، لنصل إلى جدول التوزيع التكرارى .

(*) أن التقسيم إلى فئات يستغ جميع المفردات ، ويكون تكرار لأى مفردة أمام أكثر من فئة واحدة

(**) قاعدة (Starges Rule) لتحديد عدد الفئات فى التوزيعات ذات القيم المنرسه من (١٠٠ - ١٠٠٠) .

عدد فئات التوزيع التكرارى = ٣,٢ + ١ لورغاريتم عدد القيم .

ولتحقيق شرطى عدم التداخل أو التباعد بين فئات الجدول التكرارى فإنه يختلف تحديد حدود الفئات فى بيانات المتغيرات المنفصلة عنه فى بيانات المتغيرات المتصلة .

(أ) المتغيرات المتصلة (أو المستمرة) (Continuous Variable)

إذا أخذت قيم بيانات الظاهرة جميع القيم الممكنة أى سواء أكانت قيم صحيحة أو كسرية ، فى داخل مدى معين أى بين قيمتين محدنتين فإن مثل هذه الظواهر يطلق عليها إحصائياً متغيرات متصلة أو مستمرة وعليه فكل من ظواهر الأجور ، والأطوال ، والأوزان ، ودرجات الحرارة على مدار يوم محدد....، تعتبر متغيرات متصلة أو مستمرة ، والجدول التكرارى لها يكون متصلاً أى أن مجموع فئاته المتتالية تكون متصلة أيضاً، فمثلاً إذا بلغ أقل أجر يومية لعينة من العمال باحدى الصناعات ٥ جنيهات بينما بلغ أعلى أجر بنفس العينة ٥٥ جنيهها وأردنا تبويب مجموعة العمال بهذه العينة طبقاً لمستويات أجورهم اليومية ، على أن يتم تلخيصها فى خمسة فئات متساوية يتم تحديد حدودها كما يلى :

$$\text{طول الفئة الواحدة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{55 - 5}{5} = \frac{50}{5} = 10 \text{ جنيهات}$$

ويمكن كتابة حدود الفئات بالطرق التالية:

ترتيب الفئة	حدود الفئات	للطريقة (١)	الطريقة (٢)
١	٥ وأقل من ١٥	٥ -	١٥ - ٥
٢	١٥ وأقل من ٢٥	١٥ -	٢٥ -
٣	٢٥ وأقل من ٣٥	٢٥ -	٣٥ -
٤	٣٥ وأقل من ٤٥	٣٥ -	٤٥ -
٥	٤٥ وإلى ٥٥	٥٥ - ٤٥	٥٥ -

ويلاحظ أن حدود اللغات المتتالية ليست متداخلة حيث أن المتغير متصل ويطلق على الجدول التكرارى الذى حددت له كل من الحد الأدنى للقيمة الأولى وهى الفئة (٥) والحد الأعلى للفئة الأخير وهى القيمة (٥٥) بالجدول التكرارى المعقل فى حين لو لم يتم تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى بل ظلت مفتوحة بدون حدود كالآتى (١٥ -) أو أقل من ١٥ فى حين تم تحديد الحد الأعلى للفئة الأخيرة كالآتى (٤٥ - ٥٥) فيطلق على الجدول التكرارى فى الحالة السابقة بجدول تكرار مفتوح من أسفل وهناك حالات عملية تتطلب ذلك، لكن لوحدث العكس أى تم تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى (٥ -) ولم يتم تحديد الحد الأعلى للفئة الأخيرة (٤٥ -) أو ٤٥ فلكثر فيطلق على الجدول فى هذه الحالة جدول تكرارى مفتوح من أعلى، وهناك حالات عملية تتطلب ذلك، لكن لو لم يتم تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة فيطلق عليه جدول تكرارى مفتوح الطرفين، حيث هناك حالات عملية أيضاً تتطلب ذلك، وستظهر أهمية نوعية للجدول التكرارى عند إعداد الرسوم البيانية وبعض المقاييس الاحصائية المختلفة سيرد ذكرها فيما بعد .

(ب) المتغيرات المنفصلة (الوثائية) *Discrete Variable*

إذا أخذت قيم بيانات الظاهرة ، فبما صحيحة فقط بحيث تقفز من قيمة إلى أخرى فجأة ويسدون أن تتدرج فى القيم الواقعة بينهما، فإن مثل هذه الظواهر يطلق عليها احصائياً متغيرات منفصلة أو وثائية ، وعليه فكل من عدد العمال فى مصنع أو عدد أفراد الاسر فى منطقة ما ، وعدد الكتب فى احدى المكتبات ، تعتبر متغيرات منفصلة أو وثائية، والجدول التكرارى لها يكون منفصلاً أى أن مجموع فئاته المتتالية تكون منفصلة أيضاً ، فمثلاً إذا أردنا تصنيف مجموعة المنشآت الصغيرة فى منطقة معينة طبقاً لعدد العمال بكل منها وكانت أصغر منشأة بها ٣ عمال وأكبر منشأة بها ٢٣ عمالاً فيمكن تبويبها فى سبعة فئات متساوية طول كل منها ٣ كمائلى :

ترتيب الفئة	حدود الفئات	ويمكن اختصار كتابتها كالآتي
١	من ٣ إلى ٥	٥ - ٣
٢	من ٦ إلى ٨	٨ - ٦
٣	من ٩ إلى ١١	١١ - ٩
٤	من ١٢ إلى ١٤	١٤ - ١٢
٥	من ١٥ إلى ١٧	١٧ - ١٥
٦	من ١٨ إلى ٢٠	٢٠ - ١٨
٧	من ٢١ إلى ٢٣	٢٣ - ٢١

ونلاحظ أنه ليس هناك تداخل بين حدود الفئات اعلاه ، وليس هناك فجوة بين حدود فئة وحدود الفئة التالية لها مباشرة حيث أن المتغير منفصل ، وأن أطوال الفئات متساوية ، لذا يطلق عليه جدول تكرارى منتظم أما اذا كانت أطوال الفئات غير متساوية ، فيطلق عليه جدول تكرارى غير منتظم .

مثال (٢) فيما يلى التوزيع الطولى لعدد ٥٠ تلميذاً بالسنتيمتر بفصول إحدى المدارس فى العام الدراسى ١٩٩٧/٩٦ .

١٢٥	١٣٠	١٣٨	١٤٢	١٥١	١٣٤	١٤٢	١٥٤	١٣٤	١٤٢
١٣٩	١٤٠	١٥٠	١٢٦	١٥٢	١٣٨	١٤٧	١٣٥	١٥٣	١٢٨
١٣٤	١٤١	١٣٥	١٣١	١٤١	١٣٦	١٥٣	١٤١	١٣٦	١٣٢
١٣٧	١٤٤	١٤٥	١٣٧	١٤٥	١٤٦	١٢٩	١٤٦	١٣٨	١٤٨
١٤٠	١٣٣	١٤٤	١٤٥	١٤٤	١٤٠	١٣١	١٤٧	١٤٣	١٢٧

والمطلوب تبويب البيانات السابقة فى عدد خمسة فئات متساوية بجدول تكرارى منتظم مطلق ونسبى .

الحل :

$$\text{المدى} = 154 - 125 = 29$$

$$\text{طول الفئة المتساوية} = \frac{29}{5} = 5.8 \text{ تقرب إلى أقرب عدد صحيح أعلى أي } 6 \text{ سم}$$

٢ - الجدول التكرارى

١ - جدول تفريغ البيانات

حدود الفئات (للطول)	التكرار المطلق (عدد التلاميذ)	التكرار النسبى	عملية تفريغ البيانات	حدود الفئات
125 -	6	0.12	/ IIII	125 -
131 -	11	0.22	/ IIII IIII	131 -
137 -	15	0.30	IIII IIII IIII	137 -
143 -	12	0.24	II IIII IIII	143 -
149 - 155	6	0.12	/ IIII	155 - 149
إجمالي التكرارات	50	1.00		

مثال (٣) فيما يلى عدد أيام الغيات عن العمل لعينة من عمال إحدى المنشآت تتكون من عدد ٤٠ عاملاً .

١٦	١٢	١٥	١٠	٢٠	٤	٣٣	٣٤
١	١٨	١٧	١٤	١١	٢٥	١٣	١٩
٣٠	٢٣	٢٢	٢١	١٨	٢٦	١٩	٢٧
١٢	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٧	١٥	١٦
١٧	١٨	١١	١٠	١١	٢٨	٢٨	٢٩

والمطلوب : تلخيص البيانات السابقة فى عدد ستة فئات متساوية

بجدول تكرارى منتظم مطلق ونسبى .

الحل :

$$\text{المدى} = ٣٤ - ١ = ٣٣$$

$$\text{طول الفئة الواحدة} = \frac{٣٣}{٦} = ٥,٥ \text{ تقرب إلى } ٦$$

وحيث أن عدد أيام الفيات متغير منفصل

٢ - الجدول التكرارى

١ - جدول تفريغ البيانات

النسبة التكرار	التكرار المطلق (عدد التلاميذ)	حدود الفئات (الطول)	عملية تفريغ البيانات	حدود الفئات
٠,٠٥	٢	٦ - ١		٦ - ١
٠,١٧٥	٧	١٢ - ٧	 	١٢ - ٧
٠,٢٧٥	١١	١٨ - ١٣	 	١٨ - ١٣
٠,٢٥	١٠	٢٤ - ١٩	 	٢٤ - ١٩
٠,٢٠	٨	٣٠ - ٢٥	 	٣٠ - ٢٥
٠,٠٥	٢	٣٦ - ٣١		٣٦ - ٣١
١ -	٤٠	إجمالي التكرارات		

الجدول التكرارية غير المنتظمة :

نظراً لأن بعض للظواهر قد يؤدى تفريغها فى فئات منتظمة إلى وجود بعض الفئات بها تكرارات قليلة وأنعادها فى البعض الآخر لذا يفضل تفريغ مثل هذه الظواهر فى فئات غير متساوية .

مثال : فيما يلى جدول تكرارى عن ظاهرة وفيات الأطفال الرضع بالحدى المدن طبقاً لعمر الطفل بالشهور .

فئات العمر بالشهور	التكرار (عدد الاطفال المتوفين)	طول الفئة
أقل ١	١٠٠	١
١ وأقل ٣	٥٠	١
٣ وأقل ٦	٢٠	٣
٦ وأقل ٩	١٥	٣
٩ وأقل ١٢	٩	٣
١٢ وأقل ٢٤	٦	١٢
الأجمالي	٢٠٠	

التوزيعات التكرارية المتجمعة : Cumulative Frequency distributions :

من الجداول التكرارية المطلقة أو النسبية في المثالين (٢) ، (٣) السابقين من السهل باستخدام هذه الجداول أن نجيب بسهولة ويسر على سؤال بعدد التلاميذ الذين تتراوح أطوالهم بين (١٣٧ - ١٤٣) أو نسبتهم وكذلك سؤال عن عدد العمال الذى تتراوح مدة غيابهم ما بين ١٩ - ٢٤ يوماً فى السنة أو نسبتهم، لكن ليس سهلاً باستخدام نفس الجداول تحديد عدد التلاميذ أو نسبة الذين تزيد (أو تقل) أطوالهم عن ١٣٧ ، أو عدد العمال الذين تزيد (أو تقل) مدة غيابهم عن ١٩ يوماً أو نسبتهم لكن باستخدام الجداول التكرارية المتجمعة سواء الصاعدة أو الهابطة يمكننا بمجرد النظر لمثل هذه الجداول الإجابة على الأسئلة السابقة :

١ - الجداول التكرارية المتجمعة الصاعدة :

تتلخص الفكرة التى يقوم عليها إعداد مثل هذا النوع من الجداول على تحديد الحدود العليا لجمع الفئات الأصلية وأيضا للحد الأدنى للفئة الأولى بالجدول التكرارى الأصلى ونسبقها بكلمة ، أقل من ، ويحدد التكرار المتجمع المناظر لكل فئة أصلية لجمع بيانات التكرارات من جهة الفئات الأولى الى الأخيرة بالجدول :

فى المثال رقم (٢) السابق يمكن إعداد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد المطلق والنسبى كما يلى

١ - الجدول التكرارى المتجمع الصاعد المطلق
الجدول رقم (١)

الترددات (ف)	التكرار المطلق (ك)	حدود الترددات	التكرار المتجمع الصاعد المطلق
١٢٥ -	٦	أقل من ١٢٥	صفر
١٣١ -	١١	أقل من ١٣١	٦
١٣٧ -	١٥	أقل من ١٣٧	١٧
١٤٣ -	١٢	أقل من ١٤٣	٣٢
١٥٥ - ١٤٩	٦	أقل من ١٤٩	٤٤
		أقل من ١٥٥	٥٠
إجمالي التكرارات	٥٠		

٢ - الجدول التكرارى المتجمع الصاعد النسبى

الجدول رقم (٢)

الترددات (ف)	الصاعد النسبى (ك)	حدود الترددات	التكرار المتجمع النسبى
١٢٥ -	٠,١٢	أقل من ١٢٥	صفر
١٣١ -	٠,٢٢	أقل من ١٣١	٠,١٢
١٣٧ -	٠,٣٠	أقل من ١٣٧	٠,٢٤
١٤٣ -	٠,٢٤	أقل من ١٤٣	٠,٦٤
١٥٥ - ١٤٩	٠,١٢	أقل من ١٤٩	٠,٨٨
		أقل من ١٥٥	١,٠٠
إجمالي التكرارات	١,٠٠		

٢ - الجداول التكرارية المتجمعة الهابطة (النازلة)

ونقوم على تحديد الحدود الدنيا لجميع الفئات وأيضاً الحد الأعلى للفئة الأخيرة بالجدول التكرارى الأصلي، ونلحقها بكلمة ، فأكثر ، ويحدد التكرار المتجمع الهابط المناظر لكل فئة أصلية بطرح تكرار الفئة الأصلية الأولى من اجمالى التكرارات ، ومن للرصيد السابق يطرح تكرار الفئة الثانية وهكذا لباقي الفئات كالأتى :

أى أنه لتكوين التوزيع التكرارى للنازل نبدأ بالمجموع الكلى للتكرارات أمام الحد الأدنى للفئة الأولى ثم نطرح منه تكرار الفئة الأولى فيكون الباقي هو عدد المفردات التى أكبر من الحد الأدنى للفئة الثانية ... وهكذا مع باقى الفئات كما أن من الأفضل أن نبدأ بوضع صفر أمام الحد الأدنى للفئة الأخيرة ثم نضيف تكرار كل فئة إلى مجموع التكرارات للفئات التى أسفها حتى نصل الى المجموع الكلى أمام الفئة الأولى .

فى المثال رقم (٢) السابق يمكن إعداد للجدول التكرارى المتجمع الهابط المطلق والنسبى كما يلى :

١ - الجدول التكرارى المتجمع الهابط المطلق

الجدول رقم (٣)

الفئات (ب)	التكرار المطلق (ك)	حدود الفئات	التكرار المتجمع للمساعد المطلق
١٢٥ -	٦	١٢٥ فأكثر	٥٠
١٣١ -	١١	١٣١ فأكثر	٤٤
١٣٧ -	١٥	١٣٧ فأكثر	٣٣
١٤٣ -	١٢	١٤٣ فأكثر	١٨
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٤٩ فأكثر	٦
		١٥٥ فأكثر	صفر
اجمالى التكرارات	٥٠		

٢ - الجدول التكرارى المتجمع الهابط النسبى

الجدول رقم (٤)

الفئات (ف)	التكرار النسبى (هـ)	حدود الفئات	التكرار المتجمع الهابط النسبى
١٢٥ -	٠,١٢	١٢٥ فأكثر	١ -
١٣١ -	٠,٢٢	١٣١ فأكثر	٠,٨٨
١٣٧ -	٠,٣٠	١٣٧ فأكثر	٠,٦٦
١٤٣ -	٠,٢٤	١٤٣ فأكثر	٠,٣٦
١٥٥ - ١٤٩	٠,١٢	١٤٩ فأكثر	٠,١٢
		١٥٥ فأكثر	صفر
اجمالى التكرارات	١ -		

وعليه من واقع للجداول التكرارية المتجمعة الصاعدة والهابطة السابقة
يمكن الاجابة على الأسئلة التى أشرناها فيما سبق بمجرد النظر فنجد :

- عدد التلاميذ الذين يقل طولهم عن ١٣٧ سم هم ١٧ تلميذاً من الجدول رقم (١).

- نسبة التلاميذ الذين يقل طولهم عن ١٣٧ سم هي ٠,٢٤ من مجموع التلاميذ من
الجدول رقم (٢)

- عدد التلاميذ الذين يزيد طولهم عن ١٣٧ سم هم ٣٢ تلميذاً من الجدول رقم (٣).

- نسبة التلاميذ الذين يزيد طولهم عن ١٣٧ سم هي ٠,٦٦ من مجموع التلاميذ
من الجدول رقم (٤) .

كما سيتم استخدام الجداول التكرارية المتجمعة السابقة عند حساب بعض
المقاييس الإحصائية أو عند استخدام أساليب المقارنة بين توزيعين مختلفين
بجانب بعض الرسوم البيانية كما سيرد فيما بعد :

الجداول التكرارية المزدوجة :

تستخدم الجداول التكرارية العادية أو البسيطة سواء أكانت مطلقة أو نسبية أو متجمعة صاعدة أو هابطة لتلخيص أو تبويب البيانات عن ظاهرة واحدة سواء تطلعت هذه الظاهرة بمتغيرات متصلة أو متغيرات منفصلة لكن لو أردنا تبويب البيانات عن ظاهرتين معاً تمهيداً للوقوف على العلاقة بينهما، فإننا نستخدم الجداول التكرارية المزدوجة لهذا الغرض ، وهي جداول مركبة حيث تتكون من عدد من الأعمدة وعدد من الصفوف ويحدد العمود الأول لفئات الظاهرة الأولى، والسطر الأول لفئات الظاهرة الثانية على أن - يتم تفريغ البيانات بها كما سبق أن أوضحنا فيما سبق عدد دراسة الجداول الإحصائية البسيطة، وكما سيتضح من المثال التالي في باقى الأعمدة وباقى الصفوف .

مثال (٤) فيما يلى الإنتاجية والأجر اليومي ، لعدد ٣٠ عاملاً بأحدى

المنشآت :

الإنتاج اليومي بالقطعة	الأجر اليومي بالجنيه	الإنتاج اليومي بالقطعة	الأجر اليومي بالجنيه
٥٨	٩٩	٧٩	٧٦
٧١	٧٣	٨١	٧٦
٨٢	٨١	٧٢	٦٩
٦٢	٦١	٦٣	٦٦
٨٣	٨٦	٨٤	٨٣
٥١	٥٦	٦٤	٦١
٧٤	٧٦	٨٥	٨٢
٩١	٩٣	٥٤	٥١
٧٥	٧٣	٧٢	٦٦
٩٢	٩٣	٨٦	٨٧
٧٦	٧١	٥٧	٥٣
٧٧	٧٢	٨٧	٨٢
٩٦	٩٤	٦١	٥٨
٧٧	٧٣	٥١	٥٠
٧٩	٧٨	٦٠	٧٠

والمطلوب : إعداد جدول تكرارى مزدوج للظاهرتين السابقتين من خمسة فئات متساوية للظاهرتين :

الحل :

مدى ظاهرة الإنتاج = ٩٦ - ٥٠ = ٤٦

مدى ظاهرة الأجر = ٩٩ - ٥١ = ٤٩

طول فئة الإنتاج = $\frac{٤٦}{٥}$ = ٩,٢ ترفع إلى ١٠

طول فئة الأجر = $\frac{٤٩}{٥}$ = ٩,٨ ترفع إلى ١٠

أولاً : جدول تفريغ الهانات

فئات الإنتاج \ فئات الأجر	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ - ١٠٠
٥٩ - ٥٠	////				/
٦٩ - ٦٠	/	///	/		
٧٩ - ٧٠		//	///		
٨٩ - ٨٠			/	///	
٩٩ - ٩٠					///

ثانياً : الجدول التكرارى المزدوج

فئات الأجر فئات الانتاج	٥٠ -	٦٠ -	٧٠ -	٨٠ -	٩٠ -	لجمالى التكرارات
٥٩ - ٥٠	٤				١	٥
٦٩ - ٦٠	١	٣	١			٥
٧٩ - ٧٠		٢	٨			١٠
٨٩ - ٨٠			١	٦		٧
٩٩ - ٩٠					٣	٣
لجمالى التكرارات	٥	٥	١٠	٦	٤	٣٠

وليس شرط أن يكون عدد فئات الظاهرة الأولى فى الجدول التكرارى المزدوج مساوياً لعدد الفئات للظاهرة الثانية أو أن يكون طول الفئات بهما متساوية ، لكن من الممكن أن يختلف كل من حدود للفئات أو طول الفئة أو كلاهما فى ظاهرة عن الأخرى على حسب طبيعة البيئتين أو طبقاً لما يتراءى للدارس فى هذا المجال .

الطريقة الثانية : التصنيف أو التوبىب الأكى :

وتستخدم هذه الطريقة إذا كان عدد البيانات المراد تصنيفها أو الأسئلة عنها كبيراً من ناحية ، وتوافرت الإمكانيات المادية والتقنية المرصودة لأعداد الدراسة من ناحية أخرى ، والأهم بنواحى فنية أخرى تختلف من حاله لأخرى ويختلف الأسلوب المستخدم فى هذه الطريقة على حسب نوعية الآلات المتوافرة .

(١) مثل الات شركات I.B.M ، وريميتون راند .

الأسلوب الأول : وفيه تستخدم الآت تقليديه كآلات الترميز والتي بمقتضاها نستبدل البيانات الاحصائية برموز في صورة رقمية ويقم نقلها على بطاقات مخصصه لهذا الغرض يطلق عليها الآت تثقيب البطاقات تسهل لنا عملية تثقيب مثل هذه البطاقات في صورتها الجديدة ، والآت اخرى تساعد على مراجعتها كما توجد آلات أخرى لفرز مثل هذه البطاقات المثقوبه وتبويبها في جداول تكرارية تتناسب مع البيانات الخام ويقم كل ذلك بعناية ودقة وسرعة كبيرة نسبياً عنه في الطريقة اليدوية .

الأسلوب الثاني : وفيه تستخدم آلات الكترونية حديثة تتميز بالكفاءة والسرعة الهائلة والقيام بعمليات كثيرة ومتنوعة في وقت واحد من إدخال وتثقيب وفرز وتبويب وتحليل وإخراج للنتائج ، تمهيد لاتخاذ القرارات في وقت وبمجهود بسيط جداً بالقياس للطرق والوسائل الأخرى أى باستخدام البطاقات المثقوبه الورقيه أو المغناطيسيه أو باستخدام البطاقات الممغنطة أو الحبر الممغنط ، وكل ذلك يقتضى الإلمام بلغات خاصه بالحاسبات الالكترونية كلفة الفورتران ، ولغة الكوبول.... الخ، ولغة لكتابة البرامج واعطاء التعليمات مع امكانية مراجعة البرامج ومتابعتها ، وأيضاً الإلمام بمكونات الحاسبات من وحدات إدخال أو وحدات تخزين أو وحدات رقابة أو وحدات إخراج للنتائج .

كما انه مع التطور المستمر لعلوم الحاسب ووسائل الاتصال اصبح لدي الكثير من المنشآت القدرة علي الحصول علي معلومات آتية عن أنظمتها الداخلية وكذلك من البيئة المحيطة بها عن طريق بناء " تنظيم إدارة قواعد بيانات متطورة " والاشتراك في شبكة معلومات باستخدام برامج احصائية جاهزة من أهمها . Mintap / spss / sAs / B MDP/ Instat .

المبحث الثاني

العرض البياني للبيانات الإحصائية

يعتبر العرض البياني - أى الرسوم البيانية - وسيلة أخرى لتلخيص وعرض البيانات الإحصائية ، خاصة أنها أسهل إستيعاباً وأكثر سهولة وجاذبية للقارئ العادى عنه فى أسلوب العرض الجدولى ، هذا بالإضافة الى أن بعض الرسوم البيانية يساعد فى اجراء بعض التحليلات الإحصائية كما سيراد فيما بعد .

وتختلف أشكال العرض البياني ، لإختلاف نوعية البيانات الإحصائية ، ولإختلاف وظيفته التوضيحية لمن سيطلع عليه . ذلك لأن الهدف من الرسم البياني لا يمكن تحقيقه إلا بإختيار الرسم المناسب ، فهناك رسوم يكون هدفها إبراز طريقة التغير فى الظواهر موضوع الدراسة خلال فترة زمنية محددة ، وأخرى يكون هدفها بيان ظاهرة كلية إلى أجزائها المختلفة فى فترة وليكن عام محدد ، أو أن يبرز الرسم البياني هذا التقسيم فى عدة أعوام متتالية . فيتضح التغير فى تركيب الظاهرة من عام لآخر مثلاً .

لكل ما تقدم تختلف أشكال العرض البياني للبيانات النوعية (غير المئوية) عنه فى البيانات التكرارية (المئوية)

أهم أشكال العرض البياني للبيانات النوعية (غير المئوية) Nominal Data. أولاً : الأعمدة أو المستطيلات البيانية (Bar Chart)

وعادة ما يستخدم هذا الشكل لتحليل بيانات متصلة أو منفصلة وهدفها إبراز قيم ظاهرة فى عدد من السنوات أو فى عدة أماكن مختلفة ، أو لأبرز ظاهرتين أو أكثر لعدد من السنوات أو فى أماكن مختلفة أو لإبراز التغير فى ظاهرة ما سواء كان تغيراً موجباً أو سالباً الخ ، وهناك أكثر من نوع من هذه الأعمدة وفى كل الأنواع يجب مراعاة مايلى :

١ - يجب أن يتم الرسم البياني على محورين متعامدين أحدهما المحور الأفقى (س) ويخصص دائماً للمتغير المستقل . والآخر للمحور الرأسى (ص) ويخصص للمتغير التابع ، على أن تمثل الأوجه المختلفة للظاهرة وقد تكون

سنوات، صفات أو فئات، كقواعد متساوية للأعمدة على المحور الأفقى، على أن تمثل الظاهرة نفسها كارتفاع (للأعمدة) على المحور الرأسى على أن يبدأ المقياس المدرج على المحور الرأسى - من (الصفر) دائماً - حتى تتناسب مساحة الأعمدة مع ارتفاعاتها أى مع الأرقام الحقيقية التى تمثلها الظاهرة موضوع الدراسة ، على أن يتم كل ذلك بمقياس رسم - مناسب - يفضل أن يوضح بجانب الرسم - بما يعمل على تسهيل إجراء المقارنات المختلفة بين قيم هذه الظاهرة فى الأزمنة أو الأمكنة المختلفة .

٢ - يجب أن توضح الأعمدة ، على الرسم بطريقة مناسبة ويفضل أن يترك مسافة بين كل عمودين متجاورين تعادل $\frac{1}{4}$ قواعد هذه الأعمدة، على أن يكتب اسم كل وجه من أوجه الظاهرة فى أسفل العمود الذى يمثلها .

٣ - إذا ما كانت قيم بعض السنوات أو الأمكنة متطرفة وبالتالي سيكون ارتفاع العمود الذى تمثله شاذاً - وفقاً لمقياس الرسم المختار - فإنه فى مثل هذه

الحالات يمكننا كسر ذلك العمود قرب قمته بطريقة غير منتظمة هكذا  وكتابة قيمته للعديده أعلاه .

٤ - يتم كتابة كل من موضوع ومكان وزمان البيانات التى تمثل الشكل بعنوان يكتب عادة أعلاه ، على أن يكتب مصدر هذه البيانات أسفل الشكل .

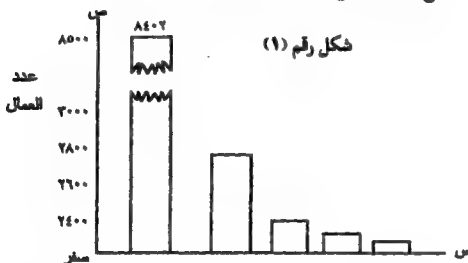
(أ) الأعمدة البيانية البسيطة :

وتستخدم إذا كان هناك سلسلة من القيم لظاهرة واحدة ذات أوجه مختلفة أو لعدد من السنوات أو الأمكنة المختلفة ، ويراد عرضها بواسطة الأعمدة ، وحتى يتم استيعاب تطور بيانات الظاهرة بسرعة بمجرد النظر إليها تمثل بمجموعة من الأعمدة المتجاورة بشكل مناسب على أن تمثل السنوات أو الأمكنة على المحور الأفقى كقواعد متساوية لهذه الأعمدة ، بينما تمثل قيم الظاهرة على المحور الرأسى كارتفاعات لهذه الأعمدة ويتضح لذا ذلك من الأمثلة التالية :

مثال (١) : الجدول التالي يوضح توزيع عدد المنشآت بالملكة العربية السعودية حسب عدد العمال بالمنشأة حتى ١٠٠ عامل في عام ١٤١٢ هـ. والمطلوب تمثيل ذلك بيانياً في شكل أعمدة بسيطة .

فئات العمال	١٩-١	٢٩-٢٠	٥٩-٤٠	٧٩-٦٠	١٠٠-٨٠
عدد المنشآت	٨٤٠٢	٢٧٧٣	١١٨٩	٦٦٦	٤٧١

توزيع المنشآت على حسب فئات العمال عن سنة ١٤١٢ هـ .



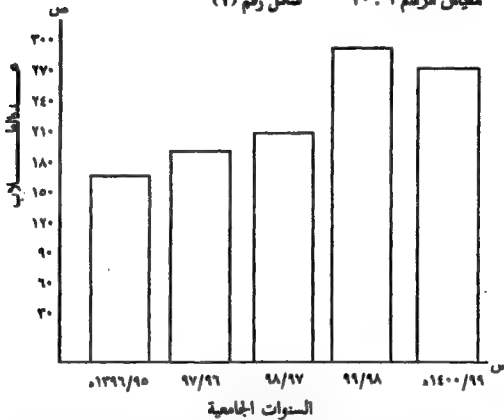
مثال (٢) : فيما يلي عدد الطلبة للخريجين بكلية العلوم الادارية - جامعة الملك سعود في الفترة من العام الجامعي ١٣٩٦/٩٥ هـ حتى العام الجامعي ١٤٠٠/٩٩ هـ .

العام الجامعي	٩٦/٩٥	٩٧/٩٦	٩٨/٩٧	٩٩/٩٨	١٤٠٠/٩٩ هـ
عدد الطلاب	١٧٦	١٨٤	١٩٤	٢٧٧	٢٦٩

المطلوب : تمثيل ذلك بيانياً في شكل أعمدة بسيطة

عدد الطلبة المسجلين بالكلية في الفترة من العام الجامعي ١٣٩٦/٩٥ هـ
حتى ١٤٠٠/١٣٩٩ هـ .

مقياس للرسم ٣٠ : ١ (شكل رقم ٧)



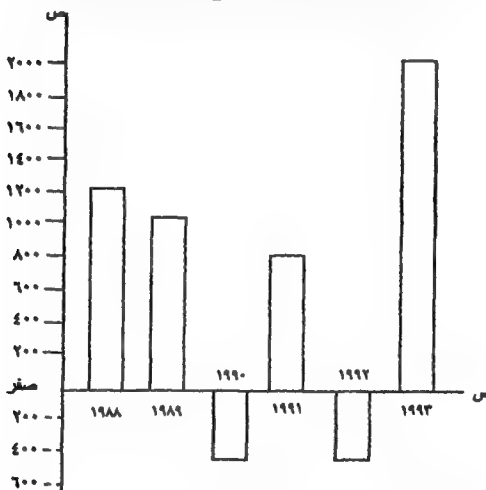
المصدر : دليل كلية العلوم الإدارية ١٤٠٠ - ١٤٠١ هـ

وهناك بيانات بعض الظواهر التي تكون موجبة في بعض الأحيان وسالبة في أحيان أخرى وكأمثلة لذلك ، نديجة أعمال إحدى الشركات قد تكون ربح (موجب) أو خسارة (سالب) خلال عدة سنوات متتالية ، أو بيانات للتصدير والاستيراد لدولة ما في عدة سنوات ، والميزان التجاري لأحدى الدول في فترة محددة كفائض أو عجز ، هنا يمكن تمثيل قيم هذه الظواهر بأعمدة بسيطة أيضاً على أن تمثل القيم الموجبة بأعمدة ترسم أعلى محور السينات بينما يتم تمثيل القيم السالبة بأعمدة ترسم أسفل محور السينات بنفس مقياس الرسم .

مثال (٣) : فيما يلي بيان صافي الربح أو الخسارة بالآلاف جنيه خلال السنوات ١٩٨٨ حتى ١٩٩٣ لإحدى الشركات ، مع ملاحظة أن الخسارة ستعمل بـقيم سالبة .

السنة	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣
نتيجة الأعمال	١٢٠٠	١٠٠٠	(٣٥٠-)	٨٠٠	(٤٠٠-)	٢٠٠٠

المطلوب : تمثيل تلك البيانات بيانياً في صورة أعمدة بسيطة .



الشكل رقم (٣)

مقياس الرسم ١ : ٢٠٠

(ب) الأعمدة البيانية المزدوجة (المتلاصقة) :

وتستخدم اذا كانت هناك سلسلتين أو أكثر من القيم لظاهرتين أو أكثر أو لظاهرة ذات عدة أوجه مختلفة في عدد السنوات، أو الأماكن المختلفة ... الخ، وهنا يتم تمثيل كل سنة أو مكان أو وجه من أوجه الظاهرة بعمودين أو أكثر متلاصقين ، وهكذا بالنسبة للأوجه أو السنوات أو الأماكن الأخرى ، بحيث يكون طول كل عمود منها متناسباً مع القيمة التي تمثلها كل ظاهرة أوجه ولسهولة إجراء المقارنات يمكن تظليل أيهما أو إعطاء كل منها لون مختلف عن الآخر ويتضح ذلك من المثال التالي .

مثال رقم (٤) : فيما يلي عدد العاملين بالمؤسسة العامة للتأمينات الإجتماعية على حسب الجنسية خلال الفترة من ١٤٠٨ هـ حتى ١٤١٢ هـ بالمملكة العربية السعودية .

السنة		١٤٠٨	١٤٠٩	١٤١٠	١٤١١	١٤١٢
عدد	غير سعودي	١٠١	٩٤	٩٢	٨١	٥٩
	سعودي	١٣٦٢	١٣٨٢	١٣٢٢	١٤١٣	١٣٩٩

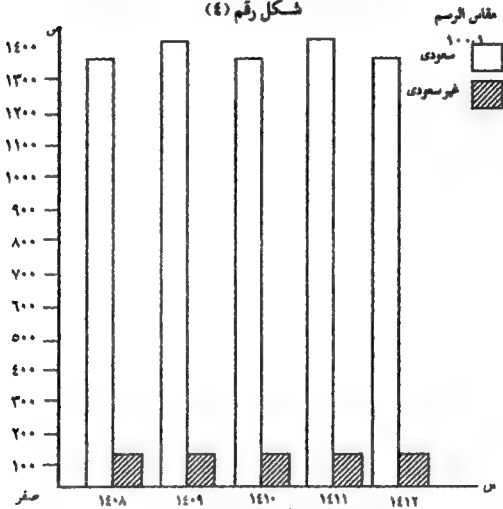
المطلوب : تمثيل ذلك بيانياً في صورة أعمدة مزدوجة .

الحل :

عدد العاملين بمؤسسة التأمينات الاجتماعية السعودية

(سعودى - غير سعودى) فى الفترة من ١٤٠٨ - ١٤١٢

شكل رقم (٤)



المصدر : التقرير الإحصائى السنوى الثالث عشر ١٤١٢ هـ

ج - الأعمدة البيانية المجزأة (المركبة) :

وعادة ما تستخدم اذا كانت هناك ظاهرة ما تتكون جملتها من عدة أجزاء من نوعيات مختلفة فمثلاً اجمالى عدد السكان فى بلد أو منطقة ما تتكون من جزء من السكان الذكور ، وجزء آخر من السكان الأنثى، أيضاً عدد الطلبة بجامعة أو كلية ما تتكون من جزء من الطلاب الذكور والجزء الآخر من

الطالبات، كما أن إجمالى الاستيراد فى عام ما لبلد ما يتكون من جزئيات من البضائع المختلفة ويمكن إيضاح هذه الجزئيات المختلفة فى عدة سنوات متتالية أو أماكن مختلفة فى شكل عمود واحد لكل سنة أو مكان على أن يتكون هذا العمود من عدة جزئيات تجميعية مميزة على حسب الأحوال ، وهنا يمكن :

١ - مقارنة الأعمدة المقابلة ببعضها البعض من ناحية ، ومقارنة الأجزاء المتشابهة فى كل عمود من ناحية أخرى، وللايضاح يتم تظليل أو تلوين كل جزء بشكل أو لون يختلف عن الجزء الآخر، ويتضح ما تقدم من المثال التالى:

مثال (٥) :

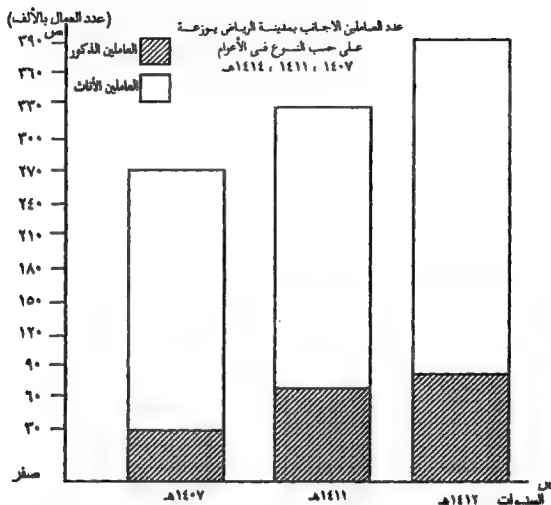
فيما يلى اجمالى العمالة الأجنبية بمدينة الرياض عن الأعوام ١٤٠٧، ١٤١١، ١٤١٢ موزعة على حسب للنوع.

السنة النوع	١٤٠٧ هـ	١٤١١ هـ	١٤١٢ هـ
ذكور	٢٣٥٦٣٩	٢٥٨٤٦٢	٢٧٩٣٧٤
إناث	٣٧٩٧٩	٧٢١٣٥	٧٧٩٧٢

المطلوب : تمثيل ذلك بيانياً فى شكل أعمدة مجزأة

الحل :

مقياس للرسم ١ : ٣٠ ألف



شكل رقم (٥)

المصدر : التقرير السنوي للفرقة التجارية الصناعية بالرياض

١٤١٣/١٩١٢ هـ .

ويلاحظ أن طول العمود الكلي يمثل جملة العاملين ، بينما يمثل الجزء المظلل عدد العاملين الإناث، والجزء غير المظلل عدد العاملين الذكور.

أخط البياني (Line Chart) :

وعادة ما يستخدم لتوضيح سير ظاهرة ما خلال فترة زمنية محددة ، فنقوم برسم خطين أو محورين متعامدين ، يختص الأفقى منها للتعبير عن الزمن ، بينما

يختص الرأسى منها لقياس التغير فى الظاهرة عن الفترات الزمنية المختلفة على أن تحدد قيم الظاهرة بنقاط فى المستوى المحصور بين المحورين بقيمتين أحدهما مقيسه على المحور الأفقى والأخرى على المحور الرأسى (الإحداثيات) ولو تم توصيل هذه النقاط بخطوط مستقيمة فإننا نحصل على شكل نطلق عليه « الخط البيانى » .

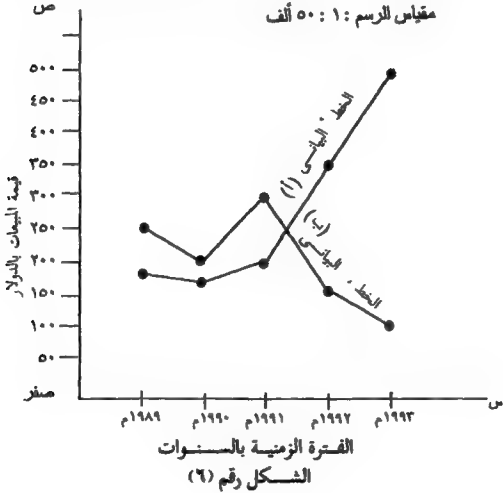
كما يصلح الخط البيانى أيضا لمقارنة ظاهرتين أو أكثر بالنسبة للزمن أو كظاهرة مشتركة ، حيث يتم تخصيص خط بيانى لكل ظاهرة أو متغير مع تمييز كل منها عن الأخرى باحدى طرق الرسم المستخدمة وليكن اللون مثلا .

ويتضح لنا ما تقدم من الأمثلة التالية :

مثال (٦) :

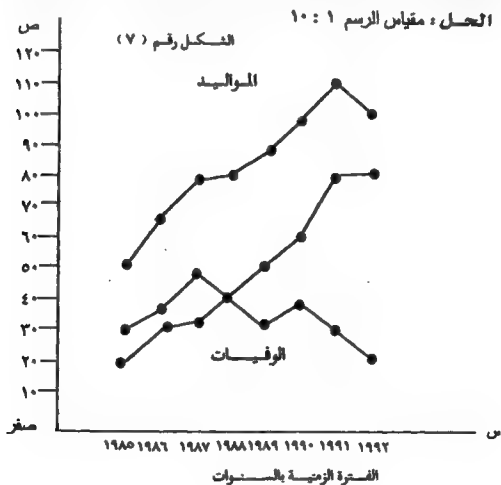
فيما يلي المبيعات لمحلات إدريس لكل من الفرعين أ ، ب بالآلف دولار
في المدة من ١٩٨٩ م حتى ١٩٩٣ م والمطلوب تمثيل ذلك بيانياً في صورة
خط بياني.

السنة	١٩٨٩م	١٩٩٠م	١٩٩١م	١٩٩٢م	١٩٩٣م
الفرع أ	١٨٠	١٦٥	٢٠٠	٣٥٠	٥٠٠
الفرع ب	٢٥٠	٢٠٠	٣٠٠	١٥٠	١٠٠



مثال (٧) فيما يلي عدد المواليد وعدد الوفيات في إحدى القرى خلال الفترة الزمنية من ١٩٨٥ م حتى ١٩٩٢ م ، المطلوب تمثيل ذلك بيانياً في صورة خطوط بيانيه مع استنتاج الظاهرة المشتركة بينهم .

السنة	١٩٨٥ م	١٩٨٦ م	١٩٨٧ م	١٩٨٨ م	١٩٨٩ م	١٩٩٠ م	١٩٩١ م	١٩٩٢ م
الوفيات	٥٠	٦٥	٧٦	٨٠	٨٥	٩٥	١١٠	١٠٥
المواليد	٢٠	٣٠	٣٢	٤٠	٣٠	٣٥	٤٠	٢٥
عدد الباقيين على قيد الحياة	٣٠	٣٥	٤٤	٤٠	٥٠	٦٠	٨٠	٨٠



شكل الدائرة :

ويمقتضى هذا الأسلوب لتمثيل البيانات ، تستخدم فيه المساحات بدلا من الخطوط البيانية أو الأعمدة لتمثيل البيانات، ففيه تكون مساحة القطاعات الدائرية متناسبة مع الأرقام أو القيم التي تمثلها .

وفيه أيضاً تمثل جملة الظاهرة بمساحة دائرة كاملة على أن تمثل القيم الجزئية التي تتكون منها جملة الظاهرة بقطاعات دائرية ، حيث تتلاقى هذه القطاعات الدائرية عند مركز هذه الدائرة ، ويجب أن تتناسب مساحة كل قطاع دائري مع المقادير الجزئية المكونة للظاهرة ، مع مراعاة تمييز كل قطاع منها بلون أو أشكال زخرفية مختلفة لزيادة الإيضاح .

وعليه فإن الشكل البياني للدائرة يمكن أن يستخدم لتمثيل بيانات مكونة من مجموع عام لظاهرة ما ، وفيه يقسم المجموع العام المشار اليه إلى أجزاء، ومن ذلك يمكن مقارنة البيانات الجزئية لمجموع الظاهرة على أساس نسبي .

مثال (٨) :

الجدول التالي يوضح توزيع منشآت القطاع الخاص باحدى المدن موزعة على مناطقها المختلفة عام ١٩٩٥ .

المنطقة	الشرقية	الغربية	لشمالية	للجنوبية	الإجمالي
عدد المنشآت	٣٤٢٠	٥٢٦٩	٤١٥٣	١٤٤٧	١٤٢٦٩

المطلوب : تمثيل ذلك بياناتاً في شكل دائرة

الحل :

أولاً : يتم تحويل القيم المطلقة إلى نسب مئوية (بقسمة عدد المنشآت في كل منطقة على اجمالي المنشآت بالمدينة) .

$$\text{أى النسبة المئوية لأى جزء} = \frac{\text{قيمة الجزء}}{\text{قيمة اجمالى الظاهرة}} \times 100$$

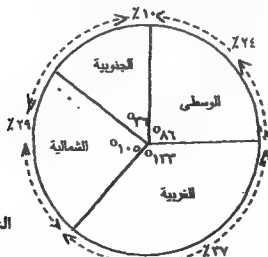
ثانياً : تحويل النسب المئوية فى (أولاً) إلى زوايا قطاعية - من زاوية مركزية للدائرة قدرها 360° - تتناسب كل منها مع النسبة المئوية لكل جزء .

أى أن : الزاوية القطاعية لأى جزء = $360^\circ \times$ النسبة المئوية للجزء .

ويوضح الجدول التالى الخطوات المطلوبة فى (أولاً) (وثانياً) .

المنطقة	عدد المنشآت	النسبة المئوية لعدد المنشآت	زاوية قطاعية
الشرقية	3420	$Z_{24} = 100 \times \frac{3420}{14289}$	$0_{86} = \frac{24}{100} \times 360$
الغربية	5269	$Z_{37} = 100 \times \frac{5269}{14289}$	$0_{133} = \frac{37}{100} \times 360$
الشمالية	4153	$Z_{29} = 100 \times \frac{4153}{14289}$	$0_{105} = \frac{29}{100} \times 360$
الجنوبية	1447	$Z_{10} = 100 \times \frac{1447}{14289}$	$0_{36} = \frac{10}{100} \times 360$
الاجمالى	14289	Z_{100}	0_{360}

ويمكن تمثيل ذلك بيانياً فى شكل دائرة كما يلى :



الشكل رقم (أ)

إذا كان عدد الأجزاء لظاهرة ما كبيراً ، فلا يفضل استخدام شكل الدائرة لتمثيل مثل هذه الظاهرة بيانياً ، لتعذر التمييز الواضح بسهولة لكل قطاع دائري فيها وهو الهدف الأساسي للتمثيل البياني ، وعليه في مثل هذه الحالات يستحسن استخدام شكل الأعمدة المجردة .

التمثيل البياني للتوزيعات التكرارية (المئوية)

المفاهيم المتصلة :

١) المدرج التكرارى : Histogram

هو عبارة عن شكل مدرج يشبه تدرج السلم ، ويمثل التوزيع التكرارى فى الجدول التكرارى فى شكل رسم بياني أو هندسى ، ومعنى آخر هو عبارة عن عدة أعمدة متلاصقة تتناسب أطوال كل منها مع تكرارات كل فئة تكرارية شريطة أن تمثل قواعد هذه الأعمدة أطوال فئات هذا التوزيع .

وعليه فإنه يمكن تمثيل كل فئة تكرارية بعمود ، قاعدته هى طول هذه الفئة ، وأرتفاعه عبارة عن تكرار نفس الفئة ، وسنفرق هنا بين مدرج تكرارى يمثل توزيع منتظم ، وآخر يمثل توزيع تكرارى غير منتظم .

أولاً : حالة التوزيع التكرارى المنتظم .

١ - نرسم محورين متعامدين أحدهما محور الصادات (الرأسى) وتمثل عليه التكرارات الأصلية للظاهرة موضوع التمثيل البياني ، وذلك بمقياس رسم مناسب ، ولا بد أن يبدأ المقياس من الصفر .

٢ - ومحور السينات (الأفقى) وتمثل عليه الفئات المختلفة للتوزيع التكرارى بمقياس رسم مناسب أيضاً ، وليس من الضرورى أن يبدأ تدريجه من الصفر ، ولكن من فئة سابقة لأدنى فئات التوزيع التكرارى .

٣ - نقيم أعمدة (مستطيلات) متلاصقة على المحور الأفقى (س) ذات قواعد متساوية (تمثل أطوال الفئات) ، على أن يمثل طول كل عمود (أو مستطيل) منه التكرار المناظر لكل فئة على المحور الرأسى (ص) .

ثانياً : حالة التوزيع التكرارى غير المنتظم :

وفية يكون أطوال الفئات غير متساوية ، وبالتالي ستكون أطوال (قواعد) المستطيلات غير متساوية ، ومن ثم إن تتناسب مساحة المستطيلات مع التكرارات الأصلية (ارتفاعات المستطيلات فى هذه الحالة) ، وحتى تظل مساحة المستطيلات متناسبة مع ارتفاعاتها (أى التكرارات) فندخل التعديل التالى على التوزيع التكرارى الأصلى قبل الرسم لنصل إلى ما سنطلق عليه التكرار المعدل الذى سيتخذ أساساً لرسم المدرج التكرارى .

$$\text{التكرار المعدل (الجديد) ك' لأى فئة} = \frac{\text{التكرار الأصلى لفئة ك}}{\text{طول الفئة المقابلة له}} = \frac{ك}{ل}$$

مثال (١٠) فيما يلى جدول يمثل توزيع الدخول اليومية بالجنيه لعدد ٥٤٠ من العائلات بأحدى المدن .

٥٠ - ٤٠	- ٣٤	- ٢٨	- ٢٢	- ١٨	- ١٠	الفئات (ف)	الدخل اليومى بالجنيه
٣٠	١٨٠	١٢٠	٩٠	٨٠	٤٠	التكرارات (ك)	عدد العائلات

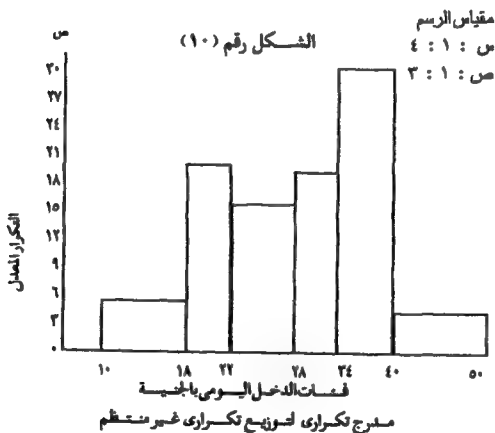
والمطلوب تمثيل ذلك بيانياً فى صورة مدرج تكرارى :

الحل :

حيث أن أطوال فئات الدخل غير متساوية ، بل مختلفة الأطوال فطولها فى الأولى (٨) ، والثانية (٤) والثالثة والرابعة والخامسة (٦) والخامسة (١٠) فالتوزيع التكرارى غير منتظم .

وعليه فقبل تمثيله فى صورة مدرج تكرارى وحتى تتناسب مساحات المستطيلات مع تكراراتها المناظرة فيجب الوصول إلى التوزيع التكرارى المعدل وفقاً لما يلى :

ف	التكرار الاصلى (ك)	أطول الفئات (ل)	التكرار المعدل (ك')
١٠ -	٤٠	٨	$٥ = \frac{٤٠}{٨}$
١٨ -	٨٠	٤	$٢٠ = \frac{٨٠}{٤}$
٢٢ -	٩٠	٦	$١٥ = \frac{٩٠}{٦}$
٢٨ -	١٢٠	٦	$٢٠ = \frac{١٢٠}{٦}$
٣٤ -	١٨٠	٦	$٣٠ = \frac{١٨٠}{٦}$
٤٠ - ٥٠	٣٠	١٠	$٣ = \frac{٣٠}{١٠}$
الإجمالى	٥٤٠		



(ب) المضلع التكرارى : *Frequency polygon*

هو عبارة عن الخط المنكسر الواصل بين مراكز الفئات العليا للمدرج التكرارى (الموضح فى الشكل ١٠ السابق) .

أو الخط المنكسر الواصل بين إحداثيات مراكز الفئات المختلفة ، والتكرارات الأصلية أو المعدلة المناظرة لكل مركز فئة أى يمكن أن نصل إلى شكل المضلع التكرارى باحدى طريقتين .

الطريقة الأولى :

تحدد مراكز القواعد العليا للمدرج التكرارى ثم نصل نقطة كل مركز منه بنقطة المركز الذى يليه بخط مستقيم .. وهكذا، ولإكمال الشكل نفترض أن هناك فئة سابقة للفئة الأولى بنفس طول الفئة الأولى وتكرارها = صفر ، وفئة أخرى لاحقة للفئة الأخيرة بنفس طولها وتكرارها = صفر .

علماً بأن :

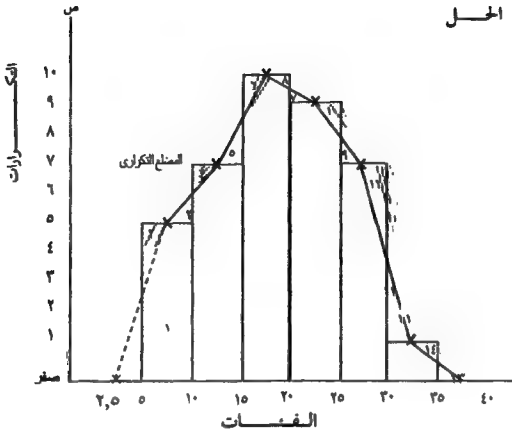
$$\text{مركز أى فئة} = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى لنفس الفئة}}{2}$$

$$\text{أو مركز الفئة} = \frac{\text{طول الفئة}}{2} + \text{الحد الأدنى للفئة}$$

$$\text{أو مركز الفئة} = \frac{\text{طول الفئة}}{2} + \text{الحد الأعلى للفئة}$$

مثال (١١) مثل بيانات المثال رقم (١) السابق فى صورة مضلع تكرارى .

الحل



الشكل رقم (١١)

وقد تم الوصول إلى المراكز العليا للفئات كمايلي :

$$7,5 = \frac{10 + 5}{2} = \text{حيث أن مركز ف}_1$$

$$12,5 = \frac{10 + 10}{2} = \text{حيث أن مركز ف}_2$$

$$17,5 = \frac{20 + 15}{2} = \text{حيث أن مركز ف}_3$$

$$22,5 = \frac{25 + 20}{2} = \text{حيث أن مركز ف}_4$$

$$27,5 = \frac{30 + 25}{2} = \text{حيث أن مركز ف}_5$$

$$32,5 = \frac{35 + 30}{2} = \text{حيث أن مركز ف}_6$$

$$2,5 = \frac{5 + 0}{2} = \text{مركز الفلة السابقة للفلة الأولى}$$

$$37,5 = \frac{40 + 35}{2} = \text{مركز الفلة اللاحقة للفلة الأخيرة}$$

الطريقة الثانية :

١ - نحدد المراكز السفلى (للفئات) على المحور الأفقى (س) مع أفترض أن هناك فئة سابقة للفلة الأولى بنفس طولها وتكرارها = صفر ، وفئة لاحقة للفلة الأخيرة بنفس طولها وتكرارها = صفر .

والمراكز السابقة هي :

٢,٥ ، ٧,٥ ، ١٢,٥ ، ١٧,٥ ، ٢٢,٥ ، ٢٧,٥ ، ٣٢,٥ ، ٣٧,٥ على الترتيب .

٢ - نحدد أمام كل مركز فئة ، نقطة تقابل تكرار تلك الفئة وهي فى مثالنا صفر ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٧ ، ٢ ، صفر (على الترتيب على المحور الرأسى (ص)) .

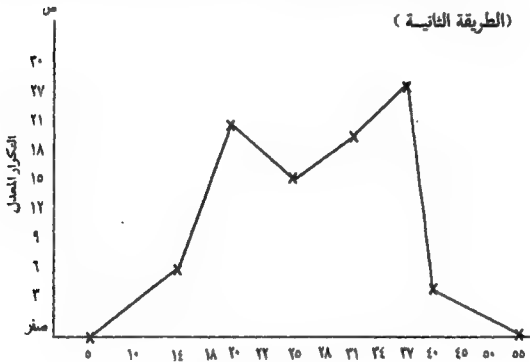
٣ - طبقاً لمثالنا رقم (٩) السابق يكون إحداثى النقط (س، ص) كالآتى على الترتيب .

التكرارات ، أى يمكن أن نقول أن مساحة المصنع التكرارى تساوى مساحة المدرج التكرارى لأى ظاهرة يمكن تمثيلها بيانياً وفقاً للشكلين المشار إليهما
عاليه .

مثال (١٢)

أما المثال رقم (١٠) السابق من جدول التوزيع التكرارى المعدل يمكن تمثيله فى صورة مصنع تكرارى كما يلى :

(الطريقة الثانية)



المصنع التكرارى المعدل

الشكل رقم (١٣)

جـ - المنحنى التكرارى Frequency Curve

عبارة عن الخط الممهد باليد بين كل أو معظم نقاط المراكز الطيا
للمصنع التكرارى .

من التعريف السابق نجد أن المنحنى التكرارى لا يختلف عن المضلع التكرارى - الذى تم مناقشته فى البند (ب) السابق إلا فى أمر واحد فقط وهو أن عملية التوصل بين نقاط المراكز العليا للصفات التى تمت بخطوط مستقيمة بين كل مركزين متتاليين فى المضلع التكرارى ، يكون التوصيل باليد بين كل أو معظم نقاط المراكز العليا للصفات المختلفة . بما فيها الفئة السابقة للفئة الأولى والفئة اللاحقة للفئة الأخيرة ، وبذلك نحصل على المنحنى التكرارى ، وعادة ما تكون المساحة المحدودة تحت المنحنى التكرارى أقل أو مساوية تقريباً^(٢) للمساحة المحدودة لكل من المضلع أو المدرج التكرارى لنفس الظاهرة موضوع التمثيل البيانى .

مثال (١٣) :

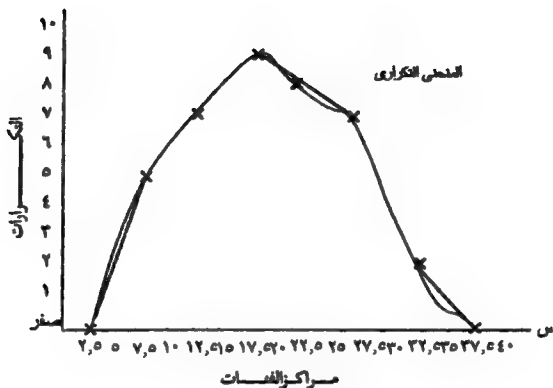
فى المثال رقم (١١) السابق - مثل بياناته فى صورة منحنى تكرارى .

الحل :

١ - باتباع نفس الخطوات التى تمت فى المثال (١١) حتى تحديد إحداثى نقاط (س ، ص) المختلفة .

٢ - بالتوصيل بخط ممهد^(٢٠) باليد بين كل أو معظم قيم (ص) المختلفة وهى (صفر ، ٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٩ ، ٧ ، ٢ ، صفر) على الترتيب نحصل على المنحنى التكرارى لنفس الظاهرة .

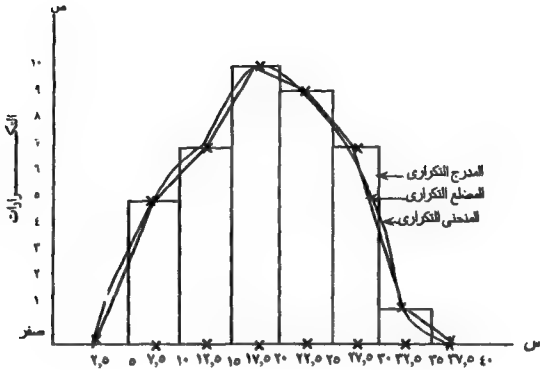
(٢٠) كلما كانت أطوال الفئات قصيرة كلما إقتربت مساحة المضلع التكرارى من مساحة كل من المدرج والمضلع التكرارى لنفس الظاهرة وفى النهاية تتساوى المساحات كلما صغر طول الفئة .
(٢٠) خط لمس غال من الانكسارات الفجائية .



الشكل رقم (١٤)

مثال (١٤) :

وعليه يمكن تجميع المثال رقم (١) السابق في الشكل رقم (١٥) التالي
حيث يمثل كل من (١) المدرج التكرارى (٢) المصنع التكرارى (٣) المنحنى
التكرارى وفقاً لمايلي :



الفئات ومراكز الفئات

الشكل رقم (١٥)

أنواع المنحنيات التكرارية :

يتوقف شكل المنحنى التكرارى على التوزيع التكرارى الذى يتم تمثيله بيانياً ^(٢) كما يستخدم المنحنى التكرارى كشكل بيانى لعرض نموذجين أو أكثر من التوزيعات التكرارية والتي تختلف فيما بينها على أساس خاصية أو أكثر من الخصائص الأربعة ^(٣) فهذا لك :

١ - المنحنى التكرارى المعتدل أو المتماثل *Symetric or Normal Curve* :

(٢) يتوقف على خصائص التوزيع الأربعة من حيث القيمة الوسطى ، والقفز ، والاتواء ، والقفزطح .

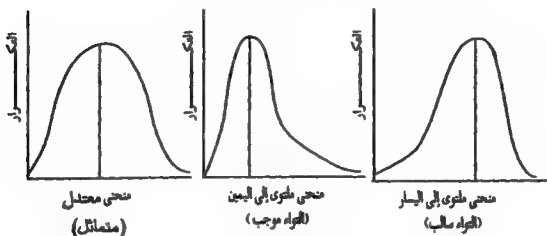
وهو منحنى متمائل وله محور رأسى متمائل يمر بنقطة النهاية العظمى للتوزيع ، ويقسم للتوزيع إلى جزئين متطابقين تماماً .

٢ - المنحنى التكرارى غير المعتدل (غير متمائل أى ملتوى: Kewed-curve: ويختلف عن المنحنى المعتدل فى أن طرفيه غير متماثلين ، فقد يكون الطرف الأيمن معتد إلى مسافة أطول من الطرف الأيسر ويطلق عليه (منحنى ملتوى إلى اليسار أى ذات التواء سالب) وقد يحدث العكس بأن يكون الطرف الأيسر أطول من الطرف الأيمن ، ويطلق عليه (منحنى ملتوى إلى اليمين أو ذات التواء موجب) .

ونلاحظ هنا أن :

- المنحنى الملتوى إلى اليسار يكون صعوده إلى القمة سريعاً وهبوطه منها بطيئاً ، والعكس فى المنحنى الملتوى إلى اليمين يكون صعوده إلى القمة بطيئاً وهبوطه منها سريعاً .

ويتضح لنا ما تقدم من الأشكال البيانية التالية :



شكل رقم (١٦)

٣ - المنحنى التكرارى المتجمع (Commulative Frequency Curve) :

سبق لنا فى الفصل الثالث أن تعرضنا للتوزيعات التكرارية المتجمعة سواء أكانت المتجمعة الصاعدة أو المتجمعة الهابطة ، المطلقة أو النسبية (x) ويمكننا رسم منحنيات تمثل التوزيعات السابقة ، وذلك بتخصيص المحور الأفقى (س) فى الشكل البياني لحدود الفئات سواء أكانت فئات صاعدة أو فئات هابطة ، على أن يخصص المحور الرأسى (ص) للتكرارات المطلقة أو النسبية ، المتجمعة الصاعدة (أو الهابطة) ، على أن يتم توصيل النقاط الناتجة بخط ممهد باليد ، وبذلك نحصل على أى من المنحنيين المتجمعين ، المنحنى المتجمع الصاعد (من جدول تكرارى متجمع صاعد) أو المنحنى المتجمع الهابط (من جدول تكرارى متجمع هابط) أو المنحنيين معاً .

ويلاحظ أن المنحنى المتجمع الصاعد فى صعود مستمر ، بينما المنحنى المتجمع الهابط فى نزول مستمر ، كما أنه إذا رسمنا كلا من المنحنيين الصاعد والهابط فى شكل واحد ونفس مقياس الرسم على المحورين (س، ص) فإن نقطة تقابلهما يكون لها خاصة مفيدة من الناحية العملية حيث أن إحداثيها الرأسى يساوى نصف مجموع التكرارات جميعها ويطلق عليه « الوسيط » .

مثال (١٥) :

من الجدول التكرارى المتجمع الصاعد ، والمتجمع الهابط (المطلق والنسبى) التالى مثل ذلك بيانياً فى صورة منحنى متجمع صاعد ثم منحنى متجمع هابط ، ثم المنحنيين معاً .

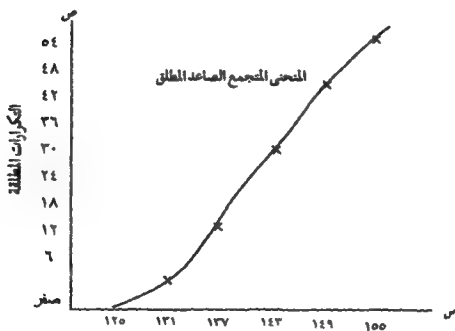
الحل :

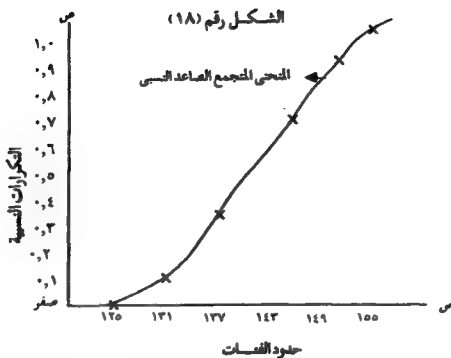
(١) انظر الجدول رقم (٤، ٣، ٢، ١) ص ٥١، ٥٢، ٥٣ .

أولاً : التكرار المتجمع الصاعد (المطلق والنسبي) كما في الشكلين (١٧)، (١٨) التالية :

التكرارات	التكرار المطلق البسيط	حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد المطلق	التكرار النسبي البسيط	التكرار المتجمع الصاعد النسبي
١٢٥	٦	أقل من ١٢٥	صفر	٠,١٢	صفر
١٣١	١١	أقل من ١٣١	٦	٠,٢٢	٠,١٢
١٣٧	١٥	أقل من ١٣٧	١٧	٠,٣٠	٠,٣٤
١٤٣	١٢	أقل من ١٤٣	٣٢	٠,٢٤	٠,٦٤
١٥٥, ١٤٩	٦	أقل من ١٤٩	٤٤	٠,١٢	٠,٨٨
		أقل من ١٥٥	٥٠		١, -
إجمالي التكرارات	٥٠			١, -	

الشكل رقم (١٧)

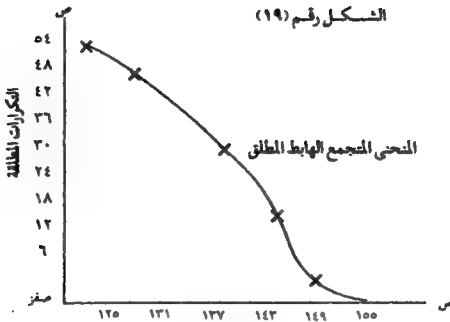




ثانياً : التكرار المتجمع الهابط (المطلق والنسبي) (كما في الشكلين ١٩ ، ٢٠ التالية).

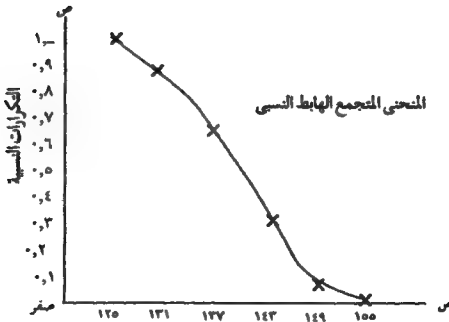
الفئات	التكرار المطلق البسيط	حدود الفئات	التكرار المتجمع الهابط المطلق	التكرار النسبي البسيط	التكرار المتجمع الهابط النسبي
١٢٥ -	٦	١٢٥ فأكثر	٥٠	٠,١٢	١, -
١٣١ -	١١	١٣١ فأكثر	٤٤	٠,٢٢	٠,٨٨
١٣٧ -	١٥	١٣٧ فأكثر	٣٣	٠,٣٠	٠,٦٦
١٤٣ -	١٢	١٤٣ فأكثر	١٨	٠,٢٤	٠,٣٦
١٥٥-١٤٩	٦	١٤٩ فأكثر	٦	٠,١٢	٠,١٢
		١٥٥ فأكثر	صفر		صفر
إجمالي التكرارات	٥٠			١ -	

الشكل رقم (١٩)



حدود الفئات

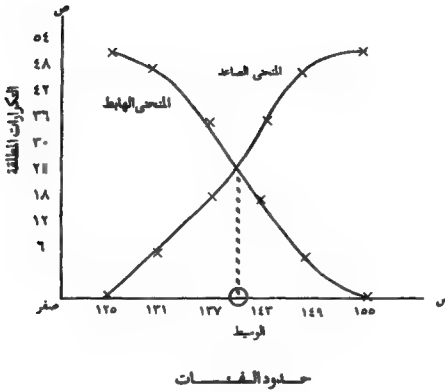
الشكل رقم (٢٠)



حدود الفئات

ثالثاً : التكرارين معاً كما فى الشكل التالى :

الشكل رقم (٢١)



أسئلة وتمارين (١، ٢، ٣)

١ - عرف علم الاحصاء سواء الاحصاء الوصفي، الاحصاء الاستدلالي وما هي مجالات استخدامه الاساسية ؟

٢ - أذكر باختصار مراحل أو خطوات المنهاج الإحصائي .

٣ - تكلم عن :

(أ) مصادر جمع البيانات الإحصائية .

(ب) أساليب جمع البيانات الإحصائية .

(جـ) مزايا وعيوب أسلوب الحصر الشامل

(د) مزايا وعيوب أسلوب العينات .

(ر) خطأ الصدفة وخطأ التحيز ، وعما يتوقف خطأ الصدفة ؟

(هـ) الإطار .

٤ - من أهم أنواع العينات .

العينة العشوائية البسيطة ، العينة الطبقية ، العينة متعددة المراحل ، العينة المنتظمة .

ناقش ما هية كل منها من حيث عملية السحب وكيف تتم ، وظروف استخدامها ومزاياها وعيوبها ؟

٥ - وضح القواعد أو الشروط العامة الواجب مراعاتها عند تصميم الإستمارة الإحصائية .

٦ - عرف كل من :

(أ) صحيفه الإستقصاء ، أو الإستبيان .

(ب) كشف للبحث .

- ٧ - أذكر أهم أساليب جمع البيانات من الميدان .
- ٨ - ناقش باختصار أهم طرق تصنيف أو عرض البيانات الإحصائية .
- ٩ - فرق بين المتغير المنفصل و المتغير المتصل .
- ١٠ - أذكر أنواع الجداول الإحصائية مع ذكر أهم الأسس والقواعد الواجب مراعاتها عند إعداد هذه الجداول سواء لبيانات وصفية أو لبيانات كمية .
- ١١ - اذكر خطوات التصنيف أو التقويب الآلى للبيانات الإحصائية .
- ١٢ - فيما يلي بيان بالإنتاج من الذهب (بملايين الدولارات) فى إحدى الدول المنتجة له عن المدة من ١٩٨٠ - ١٩٩٠ .

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠
إنتاج الذهب (بملايين الدولارات)	١٦٤	٢٦٠	١٨٠	٢٠٠	٣٠٠	٢٤٠

والمطلوب : تمثيل ذلك فى صورة أعمدة بسيطة .

- ١٣ - فيما يلي جدول يوضح ، اجمالى الاقساط ، واجمالى التعريضات باحدى شركات التأمين عن عامى ١٩٩٣/٩٢ ، ١٩٩٤/٩٣ (بالآلف جنيه) .

الميدان	١٩٩٣/٩٢			١٩٩٤/٩٣		
	تأمينات حيلة	تأمينات عامة	الجملة	تأمينات حيلة	تأمينات عامة	الجملة
اجمالى الاقساط	٤٥٥٣	٣٠٥٢٤١	٣١٠٢٩٤	٥٧٠٧	٣٥٧٧٢٠	٣٦٣٤٤٧
اجمالى التعريضات	١٧٩٨	٢٠٢٩٤٤	٢٠٤٧٤٢	١٧٥٧	٢١٥٦٢٩	٢١٧٣٨٦

والمطلوب :

تمثيل ذلك بيانيا :

(أ) فى صورة أعمدة مزدوجة .

(ب) فى صورة أعمدة مجزأة

١٤ - الجدول التالى يوضح تطور عدد سكان مناطق العالم عن الأعوام ١٩٥٠، ١٩٦٠، ١٩٧٠ موزعة على القارات المختلفة (بالمليون نسمة) :

القارة	١٩٥٠	١٩٦٠	١٩٧٠
إفريقيا	٢١٧	٢٧٨	٣٤٤
آسيا	١٣٨٨	١٦٥٩	٢٠٥٦
أوروبا	٣٩٢	٤٢٥	٤٦٢
أمريكا الشمالية	١٦٦	١٩٩	٢٢٨
أمريكا الجنوبية	١٦٢	٢١٣	٢٨٣
إستراليا	١٣	١٦	١٩
روسيا	١٨٠	٢١٤	٢٤٣
الإجمالى	٢٥١٧	٣٠٠٥	٣٦٣٢

والمطلوب :

تمثيل ذلك بيانيا :

١ - فى صورة أعمدة بسيطة بالنسبة لاجمالى السنوات

٢ - فى صورة أعمدة بسيطة مزدوجة بالنسبة للتوزيع على القارات عام ١٩٧٠ .

٣ - فى صورة أعمدة بسيطة مجزأة بالنسبة لأعوام ٥٠ ، ٦٠ ، ١٩٧٠ .

١٥ - فيما يلى جدول يوضح إجمالى الودائع فى البنوك عام ١٩٩١ كقيمة بالمليون جنيه .

القطاع	القطاع الحكومى	شركات القطاع العام	قطاع الأعمال الخاص	القطاع المائلى	الظم الخارجى	الاجمالى
الأرصدة فى نهاية يونيو	١٠١٧٣	٩٧٨٠	١١٨٠٥	٤٨٨٠٠	١٠٩*	٨١٦٤٨

والمطلوب :

تمثيل ذلك بيانيا فى شكل دائرة .

١٦ - الجدول التالى يوضح أنصبة الدول الرئيسيه المستوردة للقطن المصرى فى عامى ٨٩/ ١٩٩٠ ، ٩٠ / ١٩٩١ .

الدولة	الاتحاد السوفيتى	رومانيا	اليابان	بلغاريا	سويسرا	أخرى	الاجمالى
عام ٨٩/ ١٩٩٠	٢٢,٢	١,١	٢٠	١,٤	٣,٢	٥٢,١	١٠٠
عام ٩٠/ ١٩٩١	٣٠,٨	٢٦,٧	١٥,٩	٥	٣,٧	١٧,٩	١٠٠

المطلوب :

تمثيل ذلك بيانيا فى صورة الخط البيانى .

١٧ - فيما يلى جدول يوضح تقديرات ميزان المدفوعات عام ٩٠/ ١٩٩١ بالمليون دولار .

الميزانية									
المصارف					الدخل				
مصرفات أخرى	مصرفات	التداول	مصرفات الخز	مصرفات	مصرفات بن	مصرفات	فوائد	فائدة	رسم التوزيع
أخرى	أخرى	أخرى	أخرى	أخرى	أخرى	أخرى	أخرى	أخرى	أخرى
١١٢١,٥	٤٤٤,٧	١٥٢٢,٧	٨٢,٩	١٠١,٠	٣٣٦,٢	١١٤٢٤,٥	٣٣٦,٥	١٠٤٤,٤	١١٢١,٩
									٨١٢,١
									٢٨٦١,٨

والمطلوب :

تمثيل ذلك بيانيا في شكل بياني مناسب .

١٨ - أظهرت حسابات بنك لأربعة أعوام توزيع الأرباح كما يلي (بالمليون جنيه)

للسنة	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣
الربح قبل الضرائب	١٧٥	٢٠٠	٣٥٠	٤٠٠
الضرائب	٥	١٠	١٢	١٥
أرباح الأسهم	٢٥	٣٥	٤٠	٥٥
صافي الربح	١٤٥	١٥٥	٢٩٨	٣٣٠

والمطلوب :

تمثيل ذلك بأحدى طرق التمثيل البياني المناسبة .

١٩ - الجدول التالي يوضح إستثمارات شركات التأمين المخصصة لحقوق حملة الوثائق موزعه على أنواع التأمين للرئيسيه في عامي ١٩٩٣/١٩٩٤ ، ١٩٩٢/١٩٩٣ (بالآلف جنيه) .

السنة	حياة وتكوين أموال	تأمينات عامه	جملة إستثمارات مخصصة	إستثمارات حرة	الإجمالي
٩٤/٩٣	١٩٨٢٦٩٠	٣٤١٠٢٧١	٥٣٩٢٩٦١	٩٧٩٧٩٩	٦٣٧٢٧٦٠
٩٣/٩٢	١٥٨٢٥٦٦	٢٩٨٨٩٦١	٤٥٧١٥٢٧	٨٣٤٢١٧	٥٤٠٥٧٤٤

المطلوب :

(أ) تمثيل ذلك بيانيا في صورة أعمدة .

(ب) تمثيل ذلك بيانيا في صورة دائرة .

٢٠ - المفردات التالية تمثل درجات (٤٠ عاملا) في إختبار النكاه .

٩٦	١١٠	١٠٧	٩٢	١٢٨	٩٤	١٠٠	١١٩
١١٦	١٠٤	٨٩	١١٥	١١٢	١٠٨	١٢٢	١٠٥
٩٠	١٠٨	١٢٥	١٠٣	١٣٥	٨٤	٩٦	١١١
١٠٦	٩٧	٧٧	١٠٠	١١٥	١٠١	١٢٠	١٠٥
٨١	٩٤	١١٧	٩٨	١٣٧	٧٢	١٠٨	٩٦

المطلوب :

وضع المفردات السابقة على شكل توزيع تكرارى عدد فئاته (٧ فئات متساوية) على أن تبدأ الفئة الأولى بـ (٧٠) .

٢١ - الجدول الآتى يوضح توزيع الأجور الأسبوعية بإحدى الورش بالدولار :

فئات الأجر	١٨ -	٢٠ -	٢٤ -	٢٦ -	٢٨ -	٣٠ - ٣٢
عدد العمال	٢٠	٢٥	٣٠	١٥	١٠	٥

المطلوب :

أولا : تمثيل التوزيع السابق في صورة

(أ) مدرج تكرارى (ب) مضلع تكرارى (ج) منحنى تكرارى

(د) المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد

(هـ) المنحنى التكرارى المتجمع الهابط .

ثانيا : إحصاء التوزيع التكرارى النسبى لبيانات السؤال السابق ومنه أوجد

التوزيع المتجمع الهابط ، والمتجمع للصاعد النسبى

٢٢ - الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد (٣٠٠) من العمال باحدى

المؤسسات موزعه على حسب أعمارهم :

فئات العمر	١٥ -	٢٠ -	٣٠ -	٣٥ -	٥٠ -	٧٠ - ٨٠	الاجمالى
عدد العمال	٣٠	٥٠	٥٥	٤٥	٨٠	٤٠	٣٠٠

التمثيل البيانى للتوزيع التكرارى السابق في صورة

(أ) مدرج تكرارى (ب) مضلع تكرارى

(ج) منحنى تكرارى (د) منحنى متجمع صاعد

(هـ) منحنى متجمع هابط

(و) حدد عدد العمال الذين تقل أعمارهم عن ٣٠ سنة

(ز) حدد عدد العمال الذين تزيد أعمارهم عن ٣٥ سنة .

٢٣ - إذا كانت البيانات التالية توضح أطوال وأوزان (٤٠ شخصا) كما يلي .

الوزن	الطول	الوزن	الطول	الوزن	الطول	الوزن	الطول
٦٦	١٤٥	٦٧	١٥٩	٧٩	١٦٩	٧٩	١٦٩
٨٦	١٧٤	٩٥	١٧٦	٥٣	١٤٢	٨٨	١٦٧
٧٨	١٧٥	٧٦	١٧٨	٧٢	١٦٣	٧٨	١٥٧
٥٧	١٤٨	٥٤	١٤٨	٨٧	١٧٥	٩٢	١٧٢
٨٦	١٦٨	٨٣	١٦٤	٥٩	١٣٩	٦٢	١٤٧
٧٦	١٥٦	٧٣	١٦٥	٧٥	١٦٧	٩٣	١٦٧
٦٢	١٥٢	٦٥	١٥٧	٦١	١٣٧	٧٣	١٤٦
٧٦	١٤٨	٨٥	١٥٦	٧١	١٦٢	٨٩	١٧٨
٧٩	١٦٨	٧٦	١٥٣	٧٩	١٥٩	٧٦	١٥٦
٦٩	١٦٥	٥٥	١٥٢	٦٨	١٥٧	٧٤	١٦٦

المطلوب :

عمل توزيع تكرارى مزدوج للوزن والطول معاً ثم من التوزيع التكرارى

(أ) عمل توزيع تكرارى مستقل لكل من الوزن والطول .

٢٤ - فيما يلى بيان بأسعار مجموعه محددة من الاسهم (بالجنيه) فى بورصة الاسكندرية .

١١٧	٨٧	٣١٦	١٩٥	٢٢٤	٨٣
٩٧	٢١١	١٢٩	٩٨	٣٠٤	١٣٣
١٥٤	٢٧٥	٣٠٤	١٦٢	١٦٥	١١٦
٢٨٢	١٦٢	١٢٨	١٦٢	١٣١	١٤٠
١١٩	١٨٩	٨٥	١٢٣	١٤٨	٨٦
١٣٤	٩٦	١٤٧	٢٥٣	١٣٧	١٠١
١٤٦	٢٥٤	١٢٢	٩٣	٢٠٣	٧٦

المطلوب :

تبويب الارقام السابقة في جدول تكرارى منتظم طول فلكه ٢٠ جنبها .

٢٦ - الجدول التالى يوضح التوزيع التكرارى لمرضى التأمين الصحى بأحد المستشفيات موزعين على حسب العمر والنوع .

العمر	أنثى	ذكور	المجموع
أقل من ٢٠	٦	٩	١٥
٢٠ -	٥٥	١٥٠	٢٠٥
٣٠ -	٤٠	٢٠٠	٢٤٠
٤٠ -	٣٠	٢٨٠	٣١٠
٥٠ -	٢٠	٣٢٠	٣٤٠
٦٠ -	١٠	١٨٠	١٩٠
٧٠ فأكثر	٥	٢٥	٣٠
المجموع	١٦٦	١١٦٤	١٣٣٠

المطلوب :

١ - رسم المدرج التكرارى لتوزيع كل نوع من انواع المرضى .

٢ - رسم للمضلع التكرارى لمجموع المرضى .

٢٧ - اذا كان لدينا عينه مكونه من ٢٥ مفردة لدراسة العلاقة بين عمر الزوجه وعمر الزوج وكانت بياناتها كالتالى :

رقم الاسرة	عمر الزوجه (س)	عمر الزوج (س)	رقم الاسرة	عمر الزوجه (س)	عمر الزوج (س)	رقم الاسرة	عمر الزوجه (س)	عمر الزوج (س)
١	٢٧	٣١	١٠	٣٣	٤٨	١٩	٢٣	٢٢
٢	٢٢	٤٢	١١	١٦	٢٨	٢٠	١٦	٤٣
٣	٢٩	٤٣	١٢	٢١	٤٥	٢١	١٧	٤٩
٤	١٧	٢٤	١٣	٢٢	٤٠	٢٢	٣٥	٤٨
٥	١٨	٣٣	١٤	١٧	٤٩	٢٣	١٦	٤٧
٦	٢٣	٣٨	١٥	٢٨	٣٥	٢٤	٢٣	٣١
٧	١٨	٤٩	١٦	٢٤	٢٤	٢٥	٣٩	٤٣
٨	٢٢	٢٣	١٧	٢٢	٣٦	-	-	-
٩	٢٠	٢٧	١٨	٢٧	٣٨	-	-	-

المطلوب :

اعداد التوزيع التكرارى للمزدوج لعمرى الزوجة والزوج وكل التوزيعات الهامشية الأخرى الممكنة .

الفصل الرابع

المرحلة الرابعة : تحليل البيانات الإحصائية مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات الاحصائية)

Measures Of central Tendency

Or Statistical Averages

تعريف عام : فى الفصول السابقة تم وصف وتلخيص البيانات الإحصائية الخام عن الظاهرة موضوع الدراسة ، إما فى شكل جداول إحصائية أو فى بعض الأشكال البيانية أو الهندسية ، ومما لا شك فيه أن الخطوتين السابقتين قد ساعدت إلى حد كبير على فهم وإدراك بعض خواص مثل هذه الظواهر ، ورغم ذلك لم يكن من الميسور فى بعض الحالات إجراء بعض المقارنات الدقيقة بين الظواهر المتشابهة فى فترات أو أماكن مختلفة كما يستحال ذلك فى البعض الآخر من الأشكال البيانية .

من هنا كان لابد من إستكمال الخطوتين السابقتين بخطوة ثالثة ضرورية تسهل وتيسر لنا إجراء عمليات المقارنات المشار إليها بين الظواهر من ناحية ، وتزيد من إبراز خصائص بيانات هذه الظواهر من ناحية أخرى ، وتقوم الخطوة الثالثة على تلخيص بيانات الظواهر أو المتغيرات موضوع الدراسة فى صورة رقم واحد يستخدم بعض المقاييس الإحصائية المختلفة .

وتعتبر مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات من أهم المقاييس الإحصائية الرقمية التى سنتناولها بالدراسة فى الأجزاء التالية :

المتوسط أى مجموعة من البيانات الإحصائية هو القيمة التى تعبر عن المجموعة بصفة عامة أو للنموذج الذى يمثل مجموعة القيم أو مفردات الظاهرة أو المعيار الذى تقاس بالنسبة إليه مفردات هذه المجموعة وتُقارن بواسطته المجموعة كلها بالنسبة إلى المجموعات الإحصائية الأخرى . وكما أن هذه القيمة أو هذا للنموذج تنحرف عنه للقيم أو المفردات الأخرى بشئ من الإنتظام .

وعن طريق المتوسطات تتم مقارنة المجموعات المتشابهة بعضها ببعض بدقة وسهولة ويسر ، كما أنه بالحصول على المتوسطات يمكننا الاستغناء عن

استقراء مفردات الظاهرة كلها بصفة عامة ، أو بصفة خاصة في حالة المجتمعات الإحصائية الكبيرة أو في المجتمعات التي يصعب أو يستحيل فيها ذلك .

فالطبيب الذي يفحص المرضى بغرض قياس ضغط الدم لديهم مثلاً ، ولاجراء ذلك يقوم بإختيار مجموعة من الأشخاص يقيس ضغط الدم لكل فرد في هذه المجموعة المختارة ، فيجد أن هذا الضغط مختلفاً من شخص لآخر وذلك راجع لإختلاف ظروفهم عن بعضهم البعض من حيث العمر ، والحالة الصحية والاجتماعية والعصبية أو طريقة التغذية ، ولختلاف العادات بينهم من حيث التدخين ، ومزاولة الرياضة الخ ، ومما لاشك فيه أن هذا الطبيب يحتاج إلى نموذج أو قيمة مثلى لهذه الجماعة من حيث قياس ضغط الدم لمقارنتهم بغيرهم من ناحية ، وببعضهم البعض من ناحية أخرى ، وحيث أن بعض الأشخاص ضغطهم منخفض والآخر مرتفع والبعض يقع بينهم ، فإن يكون النموذج أو القيمة المثلى هي القيمة المنخفضة أو القيمة المرتفعة ، ولكن ستكون قيمة متوسطة بينهما ، أو القيمة التي يتركز حولها معظم الحالات المقيمة ، حيث تميل القيم إلى التجمع نحو قيمة معينة يطلق عليها بمتوسط القيم أو بمتوسط ضغط الدم التي على أساسها يقارن كل حالة تعرض عليه عند قياس ضغط الدم ، وبناء عليه سيحكم على هذه الحالة هل هي مرتفعة أو منخفضة عن الحالة المتوسطة أو تساويها أو قريبة منها ، وبناء على ذلك يقال أن ذلك الشخص ضغط دمه مرتفع ويقال للآخر أن ضغط دمه منخفض ، ويقال للثالث أن ضغط دمه عادى أى مساوى للحالة المتوسطة ، وهكذا ، فالرقم النموذجي هنا هو الرقم الذي يلخص مجموعة القيم في رقم واحد يمثلها ويعبر عن خصائص التوزيع لهذه الظاهرة ، والقيمة المثلى أو النموذج المتوسط تقرب منه معظم مفردات الظاهرة الإحصائية المقاسة أو تتركز حولها معظم مفردات للظاهرة ، أى يزداد عدد للقيم كلما قربت من المتوسط ويقل عددها كلما بعدت عنه ، ويطلق على خاصية

تجمع القيم حول قيمة معينة أو النموذج أو المتوسط ، خاصية النزعة المركزية ، كما يطلق على المقاييس المستخدمة لقياس هذه النزعات بالمتوسطات ، وأهم مقاييس النزعة المركزية أو المتوسطات الإحصائية هي :

- (١) الوسط الحسابي
- (٢) الوسيط
- (٣) المنوال
- (٤) الوسط الهندسي .
- (٥) الوسط التوافقي

ولكل من مقاييس المتوسطات السابقة خصائصه ومزاياه وعيوبه ، ويعتمد إختيار أى من هذه المتوسطات ، كمقياس كمى ملائم يمثل مجموعة بيانات الظاهرة ، على شكل التوزيع - معتدلاً أو ملتوياً من ناحية - ومدى توافر خاصية معينة فى المجموعة - نوعية أو ترتيبية أو فئوية من ناحية أخرى ، هذا بجانب توافر نواحي منطقية ورياضية وعملية من ناحية ثالثة ، وسنورد ذلك تفصيلاً عند دراسة كل متوسط منها .

وإن كانت الفكرة التى يقوم عليها موضوع المتوسطات واحدة ، وهى تمثيل التوزيع التكرارى بقيمة واحدة يبرره ميل المجموعات الكبيرة من الوحدات نحو التركيز حول قيمة معينة تنحرف عنها القيم الأخرى بشئ من الانتظام هذه القيمة هى ما نطلق عليه بالمتوسطات وإن كانت تتخذ أسماء مختلفة .

ولحساب مقاييس المتوسطات التى تعبر عن مختلف البيانات ، ونساعد على المقارنة بين نزعتها نحو مراكز معينة سنعرض فيما يلى بشئ من التفصيل إلى أهم هذه المقاييس .

المبحث الأول

الوسط الحسابي

Arithmetic Mean

١ - مقدمة وتعريف :

إن الوسط الحسابي عبارة عن نقطة الأتزان لأى توزيع لظاهرة ما سواء أكانت هذه الظاهرة يمثلها قيمة مفردة ، أو كانت لتوزيعاً محدداً ، أو متلوياً ، وعندما نجد أن مجموع الفروق بين قيمة هذه النقطة (الوسط الحسابي) والقيم الأصغر منها من ناحية تساوى مجموع الفروق عن نفس القيمة والقيم الأكبر منها من ناحية ثانية ، أى أن مجموع محصلة الفروق عنه يساوى (الصفر) ، وعليه فإن الوسط الحسابي للقيم المختلفة التى يأخذها متغير ما ، هو القيمة الممثلة لجميع القيم التى حسب لها ، وبمعنى آخر هو للقيمة التى لو ضربت فى عدد مفردات الظاهرة موضوع القياس لكان للنتاج مجموع قيم مفردات هذه الظاهرة .

٢ - الوسط الحسابي لبيانات غير مبوبة :

نفرض أن لدينا متغير (س) تأخذ مفرداته القيم $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ ، أى أن عدد مفردات قيم المتغير (ن) ، فإن الوسط الحسابي لمجموعة مفردات هذه القيم ، هو عبارة عن مجموع مفردات هذه القيم مقسوماً على عدد مفرداتها .

ولا يختلف المفهوم السابق للوسط الحسابي سواء كنا نقيس الوسط الحسابي لمجتمع إحصائى أو لعينة إحصائية ، والاختلاف بينهما يتركز فى رمز الوسط الحسابي لهما حيث نرسم للوسط الحسابي للمجتمع الإحصائى بالرمز (M) ونرمز للوسط الحسابي للعينة الإحصائية بالرمز (\bar{x}) ، كما أننا نستخدم لكلمة « مجموع » بالرمز « مج » ، كما تختلف صيغته القائلون باختلاف نوع المتغيرات ، فردية أم تكرارية أى غير مبوبة أم مبوبة .

أولاً : الوسط الحسابى لبيانات غير مبوبة (مفردة)

(أ) الطريقة المباشرة : أى باستخدام المفردات الخام الأصلية وفيها :

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\text{مجموع } X}{n} \dots (1/1)$$

مثال (١) : أوجد للوسط الحسابى لدرجات عينه مكونه من (١٠)

طلاب فى مادة الرياضيات إذا كانت درجاتهم فى هذه المادة كمايلى :

٢٥ ، ٦٠ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٧٥ ، ١٠ ، ١٠٠ .

الحل :

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع } X}{n}$$

وحيث مجموع $X = 25 + 60 + 85 + 90 + 55 + 45 + 55 + 75 + 10 + 100 = 600$

$n = 10$ ،

∴ \bar{X} (الوسط الحسابى لدرجة النجاح فى مادة الرياضيات)

$$= \frac{600}{10} = 60 \text{ درجة}$$

(ب) طريقة الوسط الفرضى (أو الانحرافات البسيطة) وفيها يتم :

١ - إختيار وسط فرضى وسرمزله بالرمز (أ) (٥)

٢ - قياس انحرافات القيم الأصلية للظاهرة أو المتغير عن الوسط الفرضى

المختار (أ) وسرمزله هنا بالرمز (ح) .

أى أن (ح) = ($X - A$)

٣ - ثم نحصل على مجموع صافى (٥٥) الانحرافات أى (مجموع ح)

٤ - وعليه نحصل على الوسط الحسابى (\bar{X}) باستخدام صيغه التقنون التالية :

(٥) يراعى فى الإختيار أن يكون (أ) فيه تكوسط تقريباً مجموعة القيم ، لنقل من السجلات الحسابية ، وليس شرطاً أن تكون إحدى المفردات المبشرة المتغير .

(٥٥) سيكون هناك بعض الانحرافات السالبة للقيمة ($X < A$) وبعض الانحرافات السالبة للقيم ($X > A$)

$$\bar{x} = 1 + \frac{\text{مجم ح}}{ن} \dots\dots\dots (1/ب)$$

مثال (٢) حل المثال السابق باستخدام طريقة الوسط الفرضى .

١ - نختار وسط فرضى ولكن القيمة (٥٠)

٢ - حساب انحرافات القيم عن الوسط الفرضى (أ) وبالتالي حساب
مجم ح كالتالى .

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ح} & , & \text{ح} & , & \text{ح} & , & \text{ح} \\ (50-25) & , & (50-60) & , & (50-185) & , & (50-90) & , & (50-55) \end{array}$$

$$\text{مجم ح} = 25 - 10 + 25 + 10 + 25 + 40 + 5 =$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{ح} & , & \text{ح} & , & \text{ح} & , & \text{ح} \\ (50-45) & , & (50-55) & , & (50-75) & , & (50-10) & , & (50-100) \end{array}$$

$$5 - 5 + 5 + 25 - 40 + 50 =$$

$$\text{مجم ح} = 170 - 70 + 100 =$$

$$\therefore \bar{x} = 50 + \frac{100}{10}$$

$$= 50 + 10 = 60 \text{ (نفس النتيجة بالطريقة المباشرة)}$$

(ج) طريقة الانحرافات المختصرة : (لا تستخدم إلا اذا كانت كافة الانحرافات تقبل القسمة على رقم ثابت وليكن (ل) ويكون ناتج خارج قسمة الانحراف المختصر $\bar{x} = \frac{\text{مجم ح}}{ن} = \text{مقدر صحيح}$ (وليس كسرى حتى لا تعتمد العمليات الحسابية) وتستخدم صيغة القانون التالية فى هذه الحالة :

$$\overline{م} = 1 + \left(\frac{\text{مجم ح}}{n} \times ل \right) \dots (1/ح)$$

مثال (٣) حل المثال رقم (١) السابق باستخدام الطريقة المختصرة :
الحل :

- ١ - نختار وسط فرضي (أ) وليكن (٥٠) كما في المثال رقم (٢) .
- ٢ - نحسب انحرافات القيم عن الوسط الفرضي ح- (س-أ) كما في المثال رقم (٢) .
- ٣ - نقسم الانحرافات ح على قيمة ثابتة (ل) ولتكن (٥) .

$$\text{ح} , \text{ح}' , \text{ح}'' , \text{ح}''' , \text{ح}^{(4)}$$

$$\therefore \text{مجم ح} = \left(\frac{٢٥}{٥} \right) + \left(\frac{-٩٠}{٥} \right) + \left(\frac{-٢٥}{٥} \right) + \left(\frac{٤٠}{٥} \right) + \left(\frac{-٥}{٥} \right)$$

$$٥_+ + ٢_+ + ٧_- + ٨_+ + ١_+$$

$$\text{ح} , \text{ح}' , \text{ح}'' , \text{ح}''' , \text{ح}^{(4)}$$

$$\left(\frac{٥_+}{٥} \right) + \left(\frac{-٥_+}{٥} \right) + \left(\frac{٢٥_+}{٥} \right) + \left(\frac{٤٠_+}{٥} \right) + \left(\frac{-٩٠_+}{٥} \right)$$

$$١_+ + ١_- + ٥_+ + ٨_- + ١٠_+$$

$$= ١٤ - ٢٤ + =$$

$$= ٢٠ + =$$

$$\therefore \overline{م} = ٥٠ + \left(٥ \times \frac{٢٠}{١٠} \right)$$

$$= \frac{١٠٠}{١٠} + ٥٠ =$$

$$= ١٠ + ٥٠ =$$

= ٦٠ (نفس النتيجة بالطريقتين السابقتين) .

(ب) الوسط الحسابي الموزون (المرجح) *Weighted Arithmetic Mean*

فى أحيان كثيرة يتطلب الأمر حساب الوسط الحسابى لمجموعة من القيم ذات الأهمية النسبية للثابتة ، وهنا لا يختلف الأمر عما جاء بالمثال رقم (١) السابق :

لكن فى بعض الأحيان يتطلب الأمر تقدير الوسط الحسابى لقيم ذات أهميات نسبية مختلفة ، وتظهر الأهمية النسبية كعامل مرجح لكل قيمة من مجموعة القيم للظاهرة موضوع الدراسة ، وبالتالي فالوسط الحسابى الدقيق لمثل هذه الظاهرة يطلق عليه الوسط الحسابى الموزون أو الوسط الحسابى المرجح ، وهو يختلف عن سابقه من حيث قيمته حيث يعيل الوسط المرجح إلى القيمة الأكثر وزناً فإذا رمزنا لوزن (أو لأهمية القيم) بالرمز (و)

فالصيغة الرياضية للوسط الحسابى الموزون (المرجح) .

$$\bar{س} = \frac{س_١ \times و_١ + س_٢ \times و_٢ + س_٣ \times و_٣ + ... + س_ن \times و_ن}{و_١ + و_٢ + ... + و_ن}$$

أى هذا يتم ضرب كل (قيمة × الوزن المناظر لها) بقسمة مجموع القيم الناتجة على مجموع الأوزان المستخدمة ، نحصل على الوسط الحسابى المرجح أى أن .

$$\bar{س} = \frac{\text{مجم } س \times و}{\text{مجم } و} \dots\dots\dots (٢)$$

فمثلاً لو طلب تقدير الوسط الحسابى لأجر العامل فى شركة بها مجموعة من الأقسام التنظيمية كقسم الإنتاج ، وقسم البيع وقسم الحسابات ، وقسم الصيانة ، وقسم المركبات الخ ، واختلف متوسط الأجر من قسم لآخر من ناحية ، كما اختلف عدد العاملين بكل قسم عن الآخر من ناحية أخرى ، فالوسط الحسابى الحقيقى ، لن يكون الوسط الحسابى لمجموع متوسطات الأجور على مجموع هذه الأقسام ، لكن الوسط الحسابى الحقيقى يكون الوسط الحسابى المرجح فإذا رمزنا للوسط الحسابى لأجر العامل بالأقسام التنظيمية الموضحة عالية بالرموز

مثال (٥) : فيما يلي أعمدة أحد الطلاب في أحد الفصول الدراسية

عمود (١)	عمود (٢)	عمود (٣)	عمود (٤)	عمود (٥)
اسم المقرر بالرموز	عدد ساعاته للتدريس اسبوعيا	تقدير الطالب في المادة	قيمة التقدير (س)	عبارة (٥) عن (٢×٤) للنقاط (موزونه)
١٠١ حسب (١)	٢	ب +	٤,٥	٩ = ٢ × ٤,٥
١٠١ كمي (٦)	٣	ج -	٣,٠	٩ = ٣ × ٣
٢٠١ فيز (٣)	٤	أ	٥,٠	٢٠ = ٤ × ٥
٢١١ كمي	٣	د +	٢,٥	٧,٥ = ٣ × ٢,٥
١٠٢ كمي	٣	هـ	١,٠	٣ = ٣ × ١,٠
١٣١ كمي	٣	ج -	٣,٥	١٠,٥ = ٣ × ٣,٥
المجموع	١٨			٥٩

أوجد المعدل الفصلي لهذا الطالب

الحل :

$$\text{المعدل الفصلي} = \frac{\text{مجموع س و}}{\text{مجموع العמוד (٥)}} \div \frac{\text{مجموع العמוד (٢)}}{\text{مجموع العמוד (٢)}}$$

الوسط الحسابي المرجح

$$\bar{س} = \frac{٥٩}{١٨} = ٣,٢٨$$

(١) حسب نظرية محاسبة .

(٢) كمي : قسم الأساليب الكمية .

مثال (٦) :

فيما يلي بيانات أحد الطلاب في عدة فصول دراسية في أحد الجامعات التي تتبع نظام الساعات المعتمدة .

عمود (١)	عمود (٢)	عمود (٣)	عمود (٤)	عمود (٥) عبارة عن (٢×٤) النقاط (موزونة)
اسم المقرر بالرموز	عدد ساعاته التدريسية/اسبوعيا	التقدير	درجة التقدير	

الفصل الدراسي الأول

١٠٤ سلم (١)	٢	ب +	٤,٥	٩ = ٢ × ٤,٥
٣٢٤ كيم (٢)	٣	ج -	٣, -	٩ = ٣ × ٣
٢٣٥ كمي	٣	أ	٥, -	١٥ = ٣ × ٥
٣١٢ فيز	٤	ب	٤, -	١٦ = ٤ × ٤

الفصل الدراسي الثاني

١٠٥ سلم	٢	أ	٥, -	١٠ = ٢ × ٥
٣٢٧ كيم	٣	ب	٤, -	١٢ = ٣ × ٤
٣١٤ طبع (٣)	٤	ج -	٣, -	١٢ = ٤ × ٣
٣٢٦ فيز	٣	ب	٤, -	١٢ = ٣ × ٤
المجموع العام	٢٤			٩٥

أوجد المعدل التراكمي لهذا الطالب :

(٣) فيزا : فزياء .

(١) سلم : مواد إسلامية .

(٢) كيم : كيمياء .

الحل :

$$\frac{\text{المعدل التراكمي}}{\text{(الوسط الحسابي المرجح)}} = \frac{\text{مج س} \times \text{و}}{\text{مج و}} = \frac{\text{مجموع العمود (٥)}}{\text{مجموع للعمود (٦)}}$$

$$3,96 = \frac{95}{24} =$$

مسألة (٤) : محل لبيع الشنط الجلدية به ثلاث أحجام من الشنط ، ويختلف سعر الوحدة - الشنطة - الواحدة على حسب الحجم ، كما اختلفت كميات المبيعات عام ١٩٩٦ من كل حجم منها وفقاً للبيانات التالية :

البيان	الحجم الأول	الحجم الثاني	الحجم الثالث
سعر الوحدة بالجمية	١٧٠	١٩٠	٢٢٠
عدد الحقائق للمباعة	٥٠ ألف	٣٠ ألف	٢٠ ألف

المطلوب : متوسط سعر الشنطة الواحدة بالمحل المذكور .

الحل :

حيث أن السعر (س) يختلف من حجم الآخر ، وكمية المبيعات (و) تختلف من حجم لآخر أيضاً .

∴ المتوسط المناسب هنا هو الوسط الحسابي الموزون (المرجح) حيث

سيخرج سعر كل حجم بكمية المبيعات من نفس الحجم كمايلي :

$$\bar{س} = \frac{س_١ \times و_١ + س_٢ \times و_٢ + س_٣ \times و_٣}{و_١ + و_٢ + و_٣}$$

$$\bar{س} = \frac{٢٠,٠٠٠ \times ٢٢٠ + ٣٠,٠٠٠ \times ١٩٠ + ٥٠,٠٠٠ \times ١٧٠}{٢٠,٠٠٠ + ٣٠,٠٠٠ + ٥٠,٠٠٠}$$

$$= \frac{18,600,000}{100,000}$$

= ١٨٦ جنيهه

ثانياً : الوسط الحسابي لبيانات مبوبة (في صورة توزيع تكرارى) :

نلاحظ عند ما تم تلخيص البيانات الخام في جدول تكرارية - بالفصل الثالث (المبحث الأول) - أن التلخيص في فئات تكرارية أدى إلى إختفاء بعض البيانات الأصلية (الخام) للظاهرة موضوع الدراسة، نتيجة عملية التجويب والتلخيص المشار إليها - فبالنظر إلى مجموعة الجداول في المبحث المشار إليه يتضح لنا ما تقدم.

فجد في هذا الجدول ص ٤٨ أن الفئة الأولى حدودها أو مداها (١٢٥) وأقل من (١٣١) وتكرارها = ٦ ، وهذا يعنى أننا لا نعرف بدقة التوزيعات الأصلية لأطوال التلاميذ الستة ^(٥) وهم تكرار الفئة الأولى ولكن نعرف حدود توزيعهم فقط، وهكذا بالنسبة لفئات الأخرى بالجدول المشار إليه ، وفي مثل هذه الحالة لكى نقوم بتحديد قيمة الوسط الحسابي لأطوال التلاميذ من الجدول المشار إليه عالىه، فإننا نلجأ إلى فرض منطقي وعادل من حيث توزيع التكرارات داخل كل فئة من فئات الجدول التكرارى ، حيث نفترض توزيع الأطوال بالتساوى داخل كل فئة ، وبمعنى آخر أن أطوال التلاميذ موزعة توزيعاً منتظماً داخل الفئة الواحدة ، وعلى أساس ذلك الفرض يمكننا إعتبار مركز كل فئة بأنه يمثل هذه الفئة تمثيلاً صحيحاً .

- طرق تحديد الوسط الحسابي :

هناك ثلاث طرق لتحديد قيمة الوسط الحسابي لبيانات مبوبة ، ويتوقف استخدام كل طريقة منها على طبيعة البيانات بالجدول التكرارى من ناحية، ومدى الحاجة إلى تسهيل العمليات الحسابية من ناحية أخرى ، وتقليل احتمالات

(٥) روى الأطوال (١٢٥، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٨، ١٢٩، ١٣٠) .

التعرض للخطأ - خاصة إذا كانت البيانات ذات قيم كبيرة أو كسرية - من ناحية ثالثة - ، وتتخصص هذه الطرق فيما يلي :

١ - الطريقة المباشرة : وفيها يتم استخدام القيم الأصلية لقيم مقدرات الظاهرة بدون إدخال أى تعديلات جبرية عليها قبل حساب الوسط الحسابي لها وبمقتضاها نتبع للخطوات التالية :

١ - نوجد مركز كل فئة من فئات الجدول التكرارى ، وسنرمز له بالرمز (س) حيث أنه يمثل متوسط توزيع التكرارات داخل كل فئة .

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2} \quad (\text{الفئة})$$

٢ - نقوم بضرب مركز كل فئة (س) فى تكرار نفس الفئة (ك) فنحصل على (س ك) لكل فئة .

٣ - نقوم بجمع حواصل الضرب السابقة فى الخطوة (٢) لكافة الفئات فنحصل على مج س ك .

٤ - بقسمة مج س ك بالخطوة الثالثة على مجموع التكرارات مج ك ينتج لنا الوسط الحسابي المطلوب (س) أى أن :

$$\bar{س} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} \quad \dots\dots (٣)$$

مثال (٧) أوجد الوسط الحسابي لأطوال عينة من التلاميذ من الجدول التكرارى التالى :

فئات الطول (ف)	١٢٥ -	١٣١ -	١٣٧ -	١٤٣ -	١٤٩ - ١٥٥	المجموع
عدداً تلاميذاً (ك)	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠

الحل :

ف	ك	مركز الفئات (م)	(م x ك)
١٢٥ -	٦	١٢٨	٧٦٨
١٣١ -	١١	١٣٤	١٤٧٤
١٣٧ -	١٥	١٤٠	٢١٠٠
١٤٣ -	١٢	١٤٦	١٧٥٢
١٤٩ - ١٥٥	٦	١٥٢	٩١٢
المجموع	٥٠		٧٠٠٦

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع ك} \times \text{مركز ك}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٧٠٠٦}{٥٠} = ١٤٠,١٢ \text{ سم}$$

ويلاحظ مما سبق أن الوسط الحسابي من توزيع تكرارى ، هو فى الواقع وسط حسابي مرجح - كما جاء بالبند أولا (ب) من هذا البحث - والأوزان المستخدمة فى عملية التدرج هنا هى تكرارات الفئات (ك) بدلا من الأوزان (و) كما جاء فى البند المشار إليه عالية فيما سبق .

مثال (٨) الجدول التكرارى التالى يوضح توزيع عينة من العاملين فى أحد الشركات الإستثمارية حسب فئات العمر .

فئات العمر (ف)	٢٠ -	٢٥ -	٣٥ -	٤٠ -	٤٥ -	٥٠ -	٥٥ - ٦٠	المجموع
عدد العاملين (ك)	٤٢	٤٤	٧٥	٨٠	٧٠	٨٥	٥٤	٥٠٠

والمطلوب تقدير متوسط العمر للعاملين بهذه الشركة .

الحل :

فئات العمر (ف)	التكرار (ك)	مراكز الفئات (س)	(س × ك)
٢٠ -	٤٢	٢٢,٥	٩٤٥
٢٥ -	٤٤	٢٧,٥	١٢١٠
٣٠ -	٥٠	٣٢,٥	١٦٢٥
٣٥ -	٧٥	٣٧,٥	٢٨١٢,٥
٤٠ -	٨٠	٤٢,٥	٣٤٠٠
٤٥ -	٧٠	٤٧,٥	٣٣٢٥
٥٠ -	٨٥	٥٢,٥	٤٤٦٢,٥
٥٥ - ٦٥	٥٤	٥٧,٥	٣١٠٥
المجموع	٥٠٠		٢٠٨٨٥

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع س ك}}{\text{مجموع ك}} = \frac{٢٠٨٨٥}{٥٠٠} = ٤١,٧٧ \text{ سنة}$$

٢ - طريقة الوسط الفرضي :

وتهدف هذه الطريقة أساساً إلى الوصول لنفس الوسط الحسابي في الطريقة المباشرة لكن بمجهود حسابي أقل من ناحية ، وتقليل احتمال الوقوع في الخطأ من ناحية أخرى كما أنها تصلح سواء كان التوزيع التكراري منتظماً أو غير منتظم وتتلخص خطوات هذه الطريقة فيما يلي :

- ١ - تحديد مراكز فئات التوزيع التكراري .
- ٢ - إختيار أحد مراكز الفئات السابقة واعتباره وسط فرضي وسنرمز له بالرمز (أ) .
- ٣ - إيجاد الانحرافات (ح) بين قيم كل مركز من مراكز الفئات والوسط الفرضي المشار إليه عاليه أي أن $ح = (س - أ)$.
- مع مراعاة بأن يكون الوسط الفرضي (أ) أحد مراكز الفئات (س) ويفضل المركز الذي أمام أكبر تكرار.
- ٤ - بضرب الانحراف (ح) في كل فئة في تكرار نفس الفئة (ك) وبالجمع نحصل على مج ح ك .
- ٥ - نحصل على الوسط الحسابي الفعلي أو الدقيق باستخدام الصيغة التالية .

$$س = ١ + \frac{\text{مج ح ك}}{\text{مج ك}} \dots\dots\dots (٤)$$

حل المثال رقم (٩) السابق بطريقة الوسط الفرضي

فئات العمر	التكرار (ك)	مراكز الفئات (س)	الانحرافات عن الوسط الفرضي $ح = (س - أ)$	ح ك
٢٠ -	٤٢	٢٢,٥	٢٠ -	٨٤٠ -
٢٥ -	٤٤	٢٧,٥	١٥ -	٦٦٠ -
٣٠ -	٥٠	٣٢,٥	١٠ -	٥٠٠ -
٣٥ -	٧٥	٣٧,٥	٥ -	٣٧٥ -
٤٠ -	٨٠	٤٢,٥	صفر	صفر
٤٥ -	٧٠	٤٧,٥	٥ +	٣٥٠ +
٥٠ -	٨٥	٥٢,٥	١٠ +	٨٥٠ +
٥٥ - ٦٥	٥٤	٥٧,٥	١٥ +	٨١٠ +
المجموع	٥٠٠	٤٢,٥ = أ		٢٠١٠ + ٢٣٧٥ - ٣٦٥ -

$$\bar{س} = ١ + \frac{\text{مجم ح ك}}{\text{مجم ك}}$$

$$= \left(\frac{٣٦٥ -}{٥٠٠} \right) + ٤٢,٥ =$$

$$= ٤٢,٥ - ٠,٧٣ =$$

= ٤١,٧٧ سنة (وهي نفس النتيجة بالطريقة المباشرة)

ولمضح من الطريقة السابقة أنها عملت على تخفيض الجهد الحسابي وتقليل احتمال الخطأ عنه في الطريقة المباشرة، وتظهر أهمية تلك الطريقة أكثر إذا ما كُنَّ كل من س، ك ذات أعداد أو قيم أكبر عما هي عليه في المثال السابق أو كانت (س) تأخذ قيما كسرية مختلفة.

٣ - طريقة الانحرافات المختصرة .

لأستخدام هذه الطريقة إلا في حالات الجداول المنتظمة ذات أطوال القفدات الكبيرة، كما أنها تعمل على تخفيض كل من المجهود الحسابي واحتمالات التعرض للخطأ وتلخص في الخطوات التالية .

١ - علاوة على الحصول على كل من مراكز القفدات (س) واختيار وسط فرضي (أ) والانحراف (ح) بين مركز كل فئة والوسط الفرضي كما جاء في الطريقة السابقة فإنه في هذه الطريقة نضيف خطوات أخرى وهي :

٢ - للحصول على الانحرافات المختصرة (ح') بقسمة الانحراف العادي (ح) على عدد ثابت (قد يكون هو طول فئة الجدول المنتظم ، وليكن ل) .

$$\text{أى لى : ح' = } \frac{\text{ح}}{\text{ل}}$$

٣ - ضرب كل من الانحراف المختصر (ح') بكل فئة في تكرار نفس الفئة (ك) للحصول على ح' ك لكل فئة وبالجمع نحصل على (مج ح' ك) .

٤ - بقسمة (مج ح' ك) على مجموع التكرارات (مج ك) نحصل على متوسط الانحراف المختصر (ح') وبضربه في (ل) نحصل على متوسط الانحراف للعادي (ح) بالوحدات الأصلية .

٥ - نحصل على الوسط الحسابي الأصلي أو الدقيق بإستخدام الصيغة الرياضية التالية :

$$\text{وس} = 1 + \frac{\text{مج ح' ك}}{\text{مج ك} \times \text{ل}} \dots\dots\dots (٥)$$

ويعتضى الخطوات الإضافية في هذه الطريقة فإننا سنحصل على أرقام أصغر وأسهل في كل من ح' ، مج ح' ك بما يحقق الغرض الاساسي من وراء استخدام هذه الطريقة ، وعليه فإن استخدام هذه الطريقة في الجداول الغير منتظمة لن يحقق الغرض من استخدامها ، وذلك بسبب عدم تساوى فئاتها ومن ثم عدم توافر العدد الثابت (ل) .

مثال (١٠) حل المثال رقم (٩) السابق باستخدام طريقة الانحرافات المختصرة .

الحل :

فئات العمر (ف)	التكرار (ك)	مركز الفئات (س)	الانحراف عن الوسط الفرضي ح - (س أ)	الانحراف المختصر ح - $\frac{ك}{ن}$	ح ك
٢٠ -	٤٧	٢٢,٥	٢٠ -	٤ -	١٦٨ -
٢٥ -	٤٤	٢٧,٥	١٥ -	٣ -	١٣٢ -
٣٠ -	٥٠	٣٢,٥	١٠ -	٢ -	١٠٠ -
٣٥ -	٧٥	٣٧,٥	٥ -	١ -	٧٥ -
٤٠ -	٨٠	٤٢,٥	صفر	صفر	صفر
٤٥ -	٧٠	٤٧,٥	٥ +	١ +	٧٠ +
٥٠ -	٨٥	٥٢,٥	١٠ +	٢ +	١٧٠ +
٥٥ - ٦٥	٥٤	٥٧,٥	١٥ +	٣ +	١٦٢ +
المجموع	٥٠٠	أ = ٤٢,٥		حيث ل = ٥	٤٠٢ + ٤٧٥ - ٧٣ -

$$\bar{س} = أ + \left(\frac{\text{مجموع ح ك}}{\text{مجموع ك}} \times ن \right)$$

$$= ٤٢,٥ + \left(٧٣ - \times \frac{٥٠٠}{٥٠٠} \right)$$

$$= ٤٢,٥ - \frac{٣٦٥}{٥٠٠}$$

= ٤٢,٥ - ٠,٧٣ = ٤١,٧٧ منه (نفس النتيجة بالطريقة المباشرة)

ونود أن نوجه النظر أنه لا يمكن إيجاد الوسط الحسابي - بأية طريقة من الطرق الثلاثة السابقة من جدول تكرارى مفتوح سواء من طرف واحد أو من الطرفين وذلك لتعذر حساب مراكز الفئات للفئات المفتوحة في مثل هذه الجداول، وفي مثل هذه الحالات لأمنا من إلا البحث عن متوسط آخر خلاف الوسط الحسابي أو استخدام العلاقة بين المتوسطات كما سيأتى فيما بعد .

مثال (١١) حل المثال رقم (٧) السابق بطريقة الوسط الفرضي .

	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
الفئات (ف)	التكرارات الأصليه (ك)	مراكز الفئات (س)	الانحرافات ح - (س - أ)	ح ك	نحصل على العمود (٥) بضرب الأعمدة (٢×٤)
١٢٥ -	٦	١٢٨	١٢ -	٧٢ -	أى بضرب كل تكرار أصلي في الانحراف المناظر له
١٣١ -	١١	١٣٤	٦ -	٦٦ -	
١٣٧ -	١٥	١٤٠	صفر	صفر	
١٤٣ -	١٢	١٤٦	٦ +	٧٢ +	
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٥٢	١٢ +	٧٢ +	
المجموع	٥٠	١٤٠ = أ		١٤٤ + ١٣٨ - ٦ +	

$$\frac{7}{50} + 140 = \bar{X}$$

= ١٤٠ + ٠,١٢ = ١٤٠,١٢ (نفس النتيجة بالطريقة المباشرة) .

طريقة الانحرافات المختصرة

$$\bar{y} = 1 + \frac{\text{مجم ح ك}}{\text{مجم ل}} \times \text{ل}$$

(لا تستخدم إلا إذا كانت أطوال الفئات متساوية أى فى الجداول التكرارية المنتظمة حيث ل = طول الفئة) .

مثال (١٢) حل المثال السابق رقم (١١) بطريقة الانحرافات المختصرة .

	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)
الفئات (ف)	التكرارات الأسية (ك)	مرکز الفئات (س)	الانحرافات ح-(س-١)	ل	$\frac{f}{L} = \frac{C}{L}$	ح ك	نحصل على السواء (٧) بضرب الأعمدة (٢×٦) أهمض سربكل لنمرانمختصر (ح) فى التكرار لننظر له . (ك)
١٢٥ -	٦	١٢٨	١٢ -	٦	٢ -	١٢ -	
١٣١ -	١١	١٣٤	٦ -	٦	١ -	١١ -	
١٣٧ -	١٥	١٤٠	صفر	٦	صفر	صفر	
١٤٣ -	١٢	١٤٦	٦ +	٦	١ +	١٢ +	
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٥٢	١٢ +	٦	٢ +	١٢ +	
المجموع	٥٠	١٤٠ = ١				٢٤ + ٣٣ - ١ +	

$$\bar{y} = 140 + \left(6 \times \frac{1+}{50} \right)$$

$$\frac{6}{50} + 140 =$$

$$= 140 + 12, 12 = 0, 140, 12 (نفس النتيجة بالطريقتين السابقتين)$$

خصائص الوسط الحسابي :

١ - يأخذ في الاعتبار جميع مفردات الظاهرة أو المتغير - دون إهمار أية مفردة منها عند حساب الوسط الحسابي لهذه الظاهرة - لذلك يعتبر الوسط الحسابي من أهم مقاييس المتوسطات ، وبما جعله مقياساً قوياً وشائع الاستخدام في البحوث الإحصائية .

٢ - مجموع انحرافات القيم في ظاهرة ما عن وسطها الحسابي يساوي (الصفر) أي أن مجـ (م - م) = صفر ، كما أن خضوعة للعمليات الجبرية (من جمع وطرح وضرب) جعله مقياساً هاماً في كافة البحوث الإحصائية .

٣ - نظراً لبساطة ووضوح الفكرة الأساسية المبني عليها حساب قيمته مما جعله من مقاييس المتوسطات الشائعة الاستخدام في البحوث الإحصائية .

٤ - مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي فيه يقل عن مجموع مربعات انحرافات القيم عن أي مقاييس متوسطية أخرى .

٥ - لا يلزم تعديل التكرارات الأصلية عند حسابه من جداول تكرارية ذات فئات غير متساوية - جداول غير منتظمة .

٦ - أن للوسط الحسابي أقل مقاييس النزعة المركزية تأثيراً بالاختلافات في المعايير ، ويزداد استقراراً كلما زاد حجم العينات (المنظورة) .

٧ - يتأثر الوسط الحسابي بالقيم المتطرفة سواء الصغيرة جداً أو الكبيرة جداً ، ويعتبر في مثل هذه الحالات مقياساً مضللاً لأننا نأخذ جميع مفردات الظاهرة عند حساب قيمته ، لذا في مثل هذه الحالات يفضل استخدام مقياس متوسط آخر .

٨ - نظراً لاعتماد الوسط الحسابي عند حساب قيمته من توزيع تكراري على مراكز الفئات لذلك يتعدى حساب قيمته من جداول تكرارية مفتوحة من أسفل أو من أعلى أو من الطرفين .

٩ - لا يفضل استخدام الوسط الحسابي عند حساب متوسط النسب أو معدلات التغير ، ويفضل في مثل تلك الحالات استخدام الوسط الهندسي .

١٠ - لا يمكن حساب الوسط الحسابي لبيانات غير كمية (وصفية) سواء كانت ترتيبية أو غير ترتيبية .

١١ - لا يمكن حسابه باستخدام الأساليب البيانية (الهندسية) .

المبحث الثانى

الوسيط *The Median*

١ - تعريفه : هو القيمة التى تتوسط مجموعة القيم تماماً إذا ما رتبت مجموعة هذه القيم ترتيباً تنازلياً أو ترتيباً تصاعدياً لمتغير معين، وبمعنى آخر هو القيمة التى يكون هناك ٥٠٪ من القيم أصغر منها ، ٥٠٪ من القيم أكبر منها إذا ما رتبت مجموعة هذه القيم ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً لظاهرة ما، وعادة ما يرمز له بالرمز (P) .

وعليه فإن الوسيط يتحدد بالموقع والقيمة ، فموقعة فى منتصف المشاهدات المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً .

أما قيمة الوسيط فهى القيمة التى تقع فى منتصف القيم ، بحيث يكون عدد المفردات التى لها قيم أقل منها أو تساويها تساوى عدد المفردات التى تزيد عنها أو تساويها .

٢ - كيفيه حساب الوسيط لبيانات غير مبوبة .

(أ) الوسيط لبيانات وصفية ترتيبية :

مثال (١) حصل طالب على التقديرات التالية فى سبعة مواد دراسية، ممتاز ، مقبول ، جيد جداً ، جيد ، ضعيف جداً ، ضعيف .

والمطلوب تحديد متوسط (وسيط) التقديرات لهذا الطالب .

الحل : تقديرات الطالب من البيانات الوصفية الترتيبية أى التى يمكن ترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً .

والوصول إلى وسيط التقديرات نتبع الخطوات التالية :

أولاً : ترتيب المشاهدات ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً كمايلي

(٧)	(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)
		جيد جداً ،	جيد	مقبول ،	ضعيف جداً ،	ضعيف جداً ،
		مقبول ،	جيد	جيد جداً ،	ممتاز ،	ممتاز ،
		ضعيف ،	الوسط	ضعيف ،	ضعيف جداً ،	ضعيف جداً ،
		٣ مشاهدات		٣ مشاهدات		

ثانياً : تحديد ترتيب الوسط — ولابد أن يكون العدد في مثل هذه النوعية من البيانات « فردياً » .

والقاعدة هنا لتحديد ترتيب الوسط هي المفردة : $\left(\frac{1+n}{2} \right)$ حيث $n =$ عدد المفردات (الفردية) .

وفي مثالنا $n = 7$

$$\therefore \text{ترتيب الوسط} = \frac{1+7}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ أى المشاهدة الرابعة}$$

في الترتيب سواء كان الترتيب تصاعدياً أو تنازلياً.

ثالثاً : قيمة وسط التقديرات هي المفردة الرابعة أى التقدير « جيد » ونلاحظ على الوسط هنا أن عدد التقديرات التي تسبقه = عدد التقديرات التي تلحقه = ٣ تقديرات .

(ب) الوسط لبيانات غير مبوية كمية :

أولاً : اذا كان عدد المفردات فردياً :

$$١ - \text{ترتيب الوسط هنا هي المفردة : } \left(\frac{1 + \text{عدد المفردات}}{2} \right) (n)$$

$$٢ - \text{قيمة الوسط هي القيمة التي ترتيبها } \left(\frac{1+n}{2} \right) \text{ اذا ما رتبنا}$$

مفردات المشاهدات ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً .

مثال (٢) أوجد قيمة الوسيط للقيم التالية والتي تمثل درجات (٩) طلاب في مادة الحاسبة .

٢٥ ، ٦٠ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٧٥ ، ١٠ ، ١٠٠ .

الحل :

الترتيب التصاعدي

١٠ ، ٢٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٦٠ ، ٧٥ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ١٠٠

ترتيب الوسيط = $\frac{1+9}{2} = 5$ أى أن القراءة الخامسة تمثل قيمة الوسيط

∴ قيمة الوسيط (٦٠)

الترتيب التنازلي :

١٠٠ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٧٥ ، ٦٠ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٣٥ ، ١٠

ترتيب الوسيط = $\frac{1+9}{2} = 5$ أى القراءة الخامسة فى الترتيب

∴ قيمة الوسيط (٦٠)

ونلاحظ أن هناك ٤ قيم سابقة أقل من (٦٠)، ٤ قيم لاحقة أكبر من (٦٠)

ثانياً : إذا كان عدد المفردات زوجياً :

هنا لن يكون ترتيب الوسيط مفردة من المفردات المحددة بعد ترتيب هذه المفردات أو المشاهدات تنازلياً أو تصاعدياً كما هو الحال فى حالة ما إذا كان عدد المفردات فردياً، لكنها ستكون مفردة ضمنية تكحد على أساس الوسط الحسابى .

للمفردتين ($\frac{n}{2}$ ، $1 + \frac{n}{2}$) ومعنى آخر فإن:

قيمة الوسيط = $\frac{(1 + \frac{n}{2} + \frac{n}{2})}{2}$ أى متوسط القيمتين اللتين

٢

ترتيبهما ($\frac{n}{2}$ ، $1 + \frac{n}{2}$)

مثال (٣) أوجد قيمة الوسيط للقيم التالية ، والتي تمثل درجات (١٠) طلاب في مادة المحاسبة . .

١٠٠ ، ١٠ ، ٧٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٦٠ ، ٢٥ ، ٥٥

الحل :

ترتيب تصاعدي

١٠٠ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٧٥ ، ٦٠ ، ٥٥ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٢٥ ، ١٠

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{(1 + \frac{10}{2} + \frac{10}{2})}{2}$$

$$= \left(\frac{7+5}{2} \right) \text{ (أو الوسيط الحسابي للقيمتين الخامسة، والسادسة)}$$

$$\text{قيمة الوسيط} = \frac{70+50}{2} = \frac{110}{2} = 55,5 \text{ درجة}$$

ترتيب تنازلي :

١٠ ، ٢٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٥٥ ، ٦٠ ، ٧٥ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ١٠٠

٤ مشاهدات ٤ مشاهدات

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{(1 + \frac{10}{2} + \frac{10}{2})}{2}$$

$$= \left(\frac{7+5}{2} \right) \text{ (الوسيط الحسابي للقيمتين الخامسة والسادسة)}$$

$$\text{قيمة الوسيط} = \frac{50+60}{2} = 55,5 \text{ درجة}$$

ونلاحظ مما سبق أن الوسيط في حالة البيانات الزوجية هو متوسط القيمتين التي نسبتهما عدد من القيم أقل منهم أو تساويهم وتلحق بهما عدد من القيم أكبر منهم أو تساويهم بعد ترتيب مجموعة القيم ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً.

٣ - كيفية حساب الوسيط لبيانات مبوبة :

ويمكن أن يتم حساب الوسيط هنا بطريقتين مختلفتين .

(أ) الطريقة الحسابية : ويتم ذلك وفقاً للخطوات التالية :

- ١ - يتم تحويل الجدول التكرارى البسيط إلى جدول تكرارى متجمع مساعد أو جدول تكرارى متجمع هابط (أو نازل) سواء كان الجدول مطلق أو نسبى .
- ٢ - تحديد ترتيب الوسيط ($\frac{N}{2}$) حيث (ك) مجموع التكرارات .
- ٣ - تحديد موقع الوسيط (أى تحديد الفئة التي يقع خلالها الوسيط) .
- ٤ - تحديد قيمة الوسيط (P) وفقاً للصيغة التالية (باستخدام الجدول التكرارى المتجمع المساعد) .

$$= \text{الحد الأدنى لفئة الوسيطة} + \left(\frac{\text{ترتيب الوسيط - التكرار المتجمع المساعد السابق} \times \text{طول الفئة الوسيطة}}{\text{تكرار الفئة الوسيطة}} \right)$$

مثال (٤) أوجد وسيط الطول لعدد ٥٠ طالباً موزعين تكرارياً كمايلي :

فئات الطول (ف)	١٢٥ -	١٣١ -	١٣٧ -	١٤٣ -	١٤٩ -	١٥٥ -	المجموع
عدد التلاميذ (ك)	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠	

(\times) يختصر: التكرار المتجمع المساعد (ت، م ح) أما التكرار المتجمع الهابط فيختصر بـ (ت، م هـ).

الحل :

ف	ك	حدود الفئات	ت.م.ص
١٢٥ -	٦	أقل من ١٢٥	صفر
١٣١ -	١١	أقل من ١٣١	٦
١٣٧ -	١٥	أقل من ١٣٧	١٧
←			
١٤٣ -	١٢	أقل من ١٤٣	٣٢
١٥٥ - ١٤٩	٦	أقل من ١٤٩	٤٤
		أقل من ١٥٥	٥٠
المجموع	٥٠		

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مج. ك}}{٢} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$$

$$\text{الوسيط} = \left[\left(٦ \times \frac{١٧ - ٢٥}{١٥} \right) + ١٣٧ \right]$$

$$= ١٣٧ + \left(٦ \times \frac{٨}{١٥} \right)$$

$$= ١٣٧ + \frac{٤٨}{١٥}$$

$$= ١٣٧ + ٣,٢$$

$$= ١٤٠,٢ \text{ سم}$$

الوسيط من تكرار متجمع هابط :

$$\text{الوسيط (پ)} = \frac{\text{الحد الأدنى للغة الوسيطة} + \text{التكرار المتجمع الهابط السابق - ترتيب الوسيط} \times \text{الحد الأعلى للغة الوسيطة}}{\text{تكرار اللغة الوسيطة}}$$

مثال (٤) : حل المثال السابق باستخدام جدول تكرارى متجمع هابط

اعداد جدول تكرارى متجمع هابط

الترتيب ف	التكرار (ك)	حدود الفئات	ت. م. هـ.
١٢٥ -	٦	١٢٥ فأكثر	٥٠
١٣١ -	١١	١٣١ فأكثر	٤٤
١٣٧ -	١٥	١٣٧ فأكثر	٣٣
			٢٥ ←
١٤٣ -	١٢	١٤٣ فأكثر	١٨
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٤٩ فأكثر	٦
		١٥٥ فأكثر	صفر
المجموع	٥٠		

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع ك}}{٢} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$$

$$\text{الوسيط (پ)} = ١٣٧ + \left(٦ \times \frac{٢٥ - ٣٣}{١٥} \right)$$

$$= ١٣٧ + \left(٦ \times \frac{٨}{١٥} \right)$$

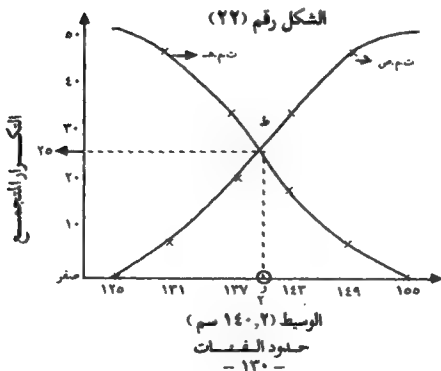
$$= ١٣٧ + ٣,٢ = ١٤٠,٢ \text{ سم}$$

(نفس الجواب من تكرار متجمع صاعد)

- تحديد قيمة الوسيط باستخدام الرسم البياني .
- نستطيع إيجاد قيمة الوسيط (ر) من الرسم البياني باستخدام أحد المنحنيين المتجمعان الصاعد أو الهابط وفقاً لمايلي :
- ١ - إيجاد ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجم}}{٢}$
 - ٢ - رسم المنحنى المتجمع الصاعد أو المنحنى المتجمع الهابط للتوزيع التكرارى .
 - ٣ - تعيين نقطة ترتيب الوسيط على المحور الرأسى (محور الصادات)
 - ٤ - رسم مستقيم من النقطة للسابقه يوازى للمحور الأفقى (محور السينات) حتى يقابل المنحنى المتجمع عند نقطة ولكن (ط) .
 - ٥ - نسقط من النقطة المشار إليها (ط) عمود على المحور الأفقى (السينات) ليقابله فى نقطة هى عبارة عن قيمة الوسيط (ر) .
- مثال (٦) باستخدام الرسم البياني أوجد قيمة الوسيط فى المثال رقم (٤) السابق .

الحل :

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجم}}{٢} = \frac{٥٠}{٢} = ٢٥$$



يمكن أيضاً تحديد قيمة الوسيط من الرسم باستخدام منحني متجمع هابط كما في الشكل رقم (٢٢) السابق .

كما نلاحظ أن المنحني المتجمع الصاعد ، والمنحني المتجمع الهابط تقاطعا في نقطة واحدة (ط) هي نقطة الوسيط ترتيبياً أما قيمته في نقطة التقاء العمود النازل منها على المحور الأفقي وهي نقطه (م)

كما نود أن نشير هنا أنه يمكن إيجاد الوسيط حسابياً أو بيانياً من جدول تكرارى نسبي .

مثال (٧) من الجدول التكرارى النسبي التالى أوجد :

(أ) قيمة الوسيط حسابياً .

(ب) قيمة الوسيط باستخدام أسلوب الرسم البياني .

الفئات	٦-١	١٢-٧	١٨-١٣	٢٤-١٩	٣٠-٢٥	٣٦-٣١	لجمالي التكرارات
التكرار المطلق	٢	٧	١١	١٠	٨	٢	٤٠
التكرار النسبي	٠,٠٥	٠,١٧٥	٠,٢٧٥	٠,٢٥	٠,٢٠	٠,٠٥	١,-

الحل : الجدول التكرارى المتجمع الصاعد النسبي :

ف	التكرار النسبي	حدود الفئات	التكرار المتجمع	الصاعد النسبي
٦-١	٠,٠٥	أقل من ١	صفر	
١٢-٧	٠,١٧٥	أقل من ٧	٠,٠٥	
١٨-١٣	٠,٢٧٥	أقل من ١٣	٠,١٨	
٢٤-١٩	٠,٢٥	أقل من ١٩	٠,٤٥٥	ت . م . من السابق ←
			٠,٥	ترتيب الوسيط ←
٣٠-٢٥	٠,٢٠	أقل من ٢٥	٠,٧٠٥	ت . م . من اللاحق ←
٣٦-٣١	٠,٠٥	أقل من ٣١	٠,٩٠٥	
		أقل من ٣٦	١,-	
المجموع	١,-			

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع}}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

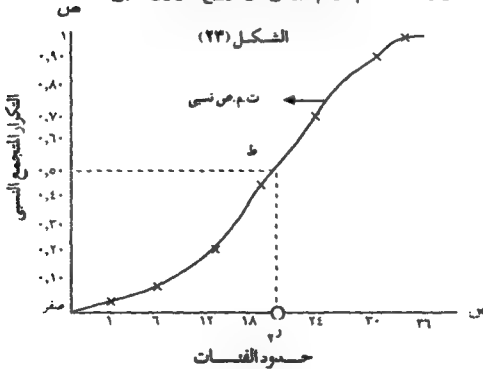
$$\text{قيمة الوسيط (P)} = 19 + \left(6 \times \frac{0,45 - 0,5}{0,25} \right)$$

$$= 19 + \left(6 \times \frac{0,05}{0,25} \right)$$

$$= 19 + \frac{0,30}{0,25}$$

$$= 19 + 1,2 = 20,2 \text{ سم}$$

الوسيط باستخدام الرسم البياني من توزيع تكرارى نسبى



$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{1}{2} = 0,5$$

ونود أن نشير هنا أن طريقة حساب الوسيط لا تتأثر سواء أكانت من جدول تكرارى غير منتظم أو مفتوح كما يتضح لنا ذلك من المثال التالى :

مثال (٨) فيما يلى جدول يحدد درجة الذكاء لعدد ١٢٠ طالباً باحدى المدارس والمطلوب تحديد وسيط درجة الذكاء .

(أ) حسابياً (ب) بيانياً

درجة الذكاء	٥٠ -	٧٠ -	١٠٠ -	١٥٠ -	٢٠٠ فأكثر	المجموع
عدد الطلبة	١٢	٣٥	٤٠	١٥	١٨	١٢٠

الحل :

ف	ك	حدود الفئات	التكرار المتجمع الصاعد	ملاحظات
٥٠ -	١٢	أقل من ٥٠	صفر	
٧٠ -	٣٥	أقل من ٧٠	١٢	
١٠٠ -	٤٠	أقل من ١٠٠	٤٧	تم من السابق ←
			٦٠ ←	ترتيب الوسيط
١٥٠ -	١٠٥	أقل من ١٥٠	٨٧	تم من اللاحق ←
٢٠٠ فأكثر	١٨	أقل من ٢٠٠ أقل من الحد الأعلى المفتوح	١٠٢ ١٢٠	
المجموع	١٢٠			

رغم أن الجدول التكرارى غير منتظم - أطوال فئاته مختلفة - ومفتوح من أعلى فقد تم إعداد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد كما هو الحال فى الجدول المنتظم المقفول، وإن يختلف الأمر فى باقى الخطوات عما هو عليه الحال فيما سبق فى الجدول المنتظمة والمقفولة .

(أ) الوسيط الحسابي :

$$١ - \text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{مجموع}}{٢} = \frac{١٢٠}{٢} = ٦٠$$

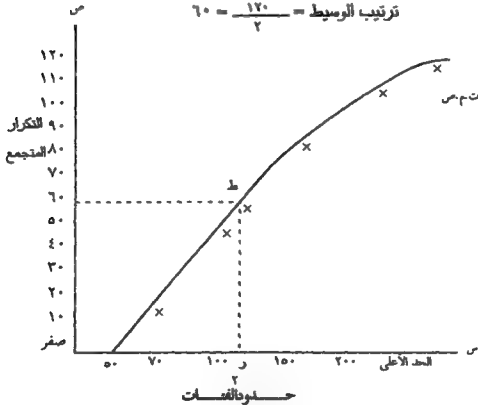
٢ (وسيط درجة الذكاء)

$$= ١٠٠ \left(٥٠ \times \frac{٤٧ - ٦٠}{٤٧ - ٨٧} \right)$$

$$= ١٠٠ + \left(٥٠ \times \frac{١٣}{٤٠} \right)$$

(ب) الوسيط بيانياً = ١٦,٢٥ + ١٠٠ = ١١٦,٢٥ درجة .

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{١٢٠}{٢} = ٦٠$$



شكل رقم (٢٤)

مقياس آخرى محسوبة بنقش أسلوب الوسيط (حسابياً وهندسياً) :

(١) الربع الأول (الأدنى) (٢) الربع الثالث (الأعلى)

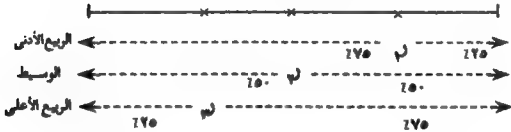
تعريف الربع الأول (الأدنى) ويأخذ الرمز (ر) : Lower Quartile

وهو قيمة المفردة التي تقسم مجموعة القيم المرتبة ترتيباً تصاعدياً إلى قسمين بحيث يقع ٢٥٪ من القيم قبلها ، ويقع ٧٥٪ من القيم بعدها أى أنه قيمة المفردة التي تقع فى نهاية الربع الأول من القيم المرتبة .

تعريف الربع الثالث (الأعلى) ويأخذ الرمز (ر) Upper Quartile

وهو قيمة المفردة التي تقسم مجموعة القيم المرتبة ترتيباً تصاعدياً إلى قسمين بحيث يقع ٧٥٪ من القيم قبلها ، ويقع ٢٥٪ من القيم بعدها أى أنه قيمة المفردة التي تقع فى نهاية الربع الثالث من القيم المرتبة تصاعدياً ، وعليه فإنه إذا ما رتبنا مجموعة من القيم ترتيباً تصاعدياً فإن الربع الأدنى (ر) والوسيط (ر) والربع الأعلى (ر) يكون موقعها كما يتضح من الشكل التالى :

شكل رقم (٢٣)



مثال (٩) أوجد كل من الربع الأدنى والربع الأعلى فى المثال

رقم (٨) حسابياً ، وبيانياً .

الحل :

نقوم بإنشاء جدول تكرارى متجمع مساعد كخطوة أولى :

أولاً : الربيع الأدنى (ر_١) حساباً

$$١ - \text{ترتيب الربيع الأدنى} = \frac{\text{مجم ك}}{٤}$$

٢ - نحدد موقع الربيع الأدنى بالجدول التكرارى للمتجمع ، ونحدد فئة الربيع الأدنى .

٣ - للحصول على قيمة الربيع الأدنى (ر_١) نستخدم الصيغة الرياضية

التالية :

$$= \left[\frac{\text{الحد الأدنى} + \left(\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى} - \text{للتكرار للمتجمع للساعد السابق} \times \text{طول فئة الربيع الأدنى}}{\text{تكرار فئة الربيع الأدنى}} \right)}{\text{الحد الأدنى للربيع الأدنى}} \right]$$

كما يلى :

ف	ك	حدود الفئات	ت.م. ص	
١٢٥ -	٦	أقل من ١٢٥	صفر	ت.م. ص السابق
١٣١ -	١١	أقل من ١٣١	٦	← ترتيب ر
			١٢,٥	←
١٣٧ -	١٥	أقل من ١٣٧	١٧	ت.م. ص
			٣٢	← السابق
١٤٣ -	١٢	أقل من ١٤٣	٣,٧٥	← ترتيب ر
			٤٤	←
١٥٥-١٤٩	٦	أقل من ١٤٩	٥٠	←
				←
المجموع	٥٠			

$$\text{ترتيب (ر)} = \frac{\text{مجدك}}{\xi} = \frac{50}{\xi} = 12,5$$

$$\text{ر} = 131 + \left(6 \times \frac{6 - 12,5}{11} \right)$$

$$= 131 + \frac{39}{11}$$

$$= 131 + 3,55 = 134,5 \text{ سم}$$

ثانياً : الربع الأعلى حسابياً:

$$1 - \text{ترتيب الربع الأعلى (ر)} = \frac{\text{مجدك}}{\xi} = 3 \times$$

٢ - نحدد موقع الربع الأعلى بالجدول التكرارى المتجمع الصاعد ونحدد فئة الربع الأعلى .

٣ - للحصول على قيمة الربع الأعلى (ر) نستخدم الصيغة الرياضية

التالية :

$$\left[\begin{array}{c} \text{الحد الأدنى} \\ \text{لغة} + \end{array} \left(\begin{array}{c} \text{ترتيب الربع الأعلى - التكرار المتجمع الصاعد السابق} \\ \text{تكرار فئة الربع الأعلى} \end{array} \right) \times \begin{array}{c} \text{طول فئة} \\ \text{الربع} \\ \text{الأعلى} \end{array} \right] =$$

$$\text{ترتيب ر} = 30 \times \frac{50}{\xi} = 37,5$$

$$\text{قيمة (ر)} = 143 + \left(6 \times \frac{32 - 37,5}{12} \right)$$

$$= 143 + 2,75$$

$$= 145,75 \text{ سم}$$

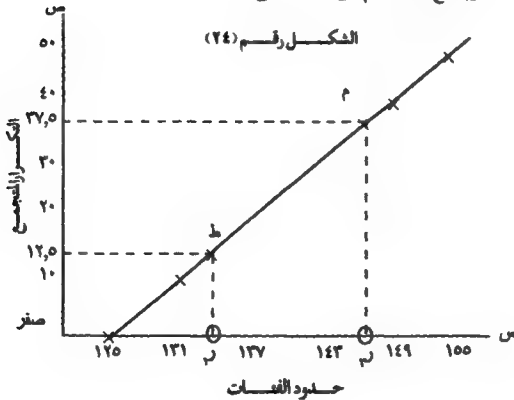
الربيع الأدنى والربيع الأعلى هندسياً :

١ - نقوم برسم محورين متعامدين ، ونحدد عليه المنحنى المتجمع الصاعد كما هو الحال عند تحديد الوسيط من الرسم سابقاً .

٢ - نحدد ترتيب (P) ، ومن هذه النقطة على محور الصادات نرسم خط مستقيم يوازي محور السينات حتى يقابل المنحنى المتجمع في نقطة ولكن (P) ، نسقط من (P) مستقيم عمودي على المحور الأفقي ليقابلة في نقطة ، هي قيمة (P)

٣ - أيضاً نحدد ترتيب (P) ، ومن هذه النقطة على محور الصادات نرسم خط مستقيم يوازي محور السينات ، حتى يقابل المنحنى المتجمع في نقطة ولكن (M) ، نسقط من (M) مستقيم عمودي على المحور الأفقي ليقابلة في نقطة هي قيمة (P) .

ويتضح لنا ما تقدم من الشكل التالي :



العلاقة بين الوسيط والربيعين :

- ١ - عند القيم المحصورة بين p ، p تساوى نصف عدد القيم كلها .
- ٢ - الفرق بين الوسيط والربيع الأدنى لا يساوى الفرق بين الربيع الأعلى والوسيط الا اذا كان التوزيع للكرارى متماثلاً (معتدلاً) ففى مثلنا السابق نجد أن :

$$p - p = 140,2 - 134,5 =$$

$$= 5,7 \text{ سم}$$

$$p - p = 145,75 - 140,2 =$$

$$= 5,55 \text{ سم}$$

- أن التوزيع التكرارى فى هذا الجدول غير متماثل .
- (نعتبر ماسبق خاصيه من خواص المنحنى المتماثل وتستخدم لإختبار تماثل المنحنى من عدمه) .
- ويلاحظ أنه كلما زاد الفرق السابق كلما بعد التوزيع عن التماثل والعكس صحيح .
- بعض خصائص الوسيط :

- ١ - يحدد الوسيط القيمة الوسطى للتوزيع .
- ٢ - اذا ضريت قيمة الوسيط فى عدد مفردات التوزيع فلا نحصل على المجموع الأصلى للتوزيع كما هو الحال فى الوسيط الحسابى ، لذلك فقد قلت القيمة العلمية للوسيط عن الوسيط الحسابى .
- ٣ - لاتدخل جميع مفردات الظاهرة أو المتغير عند حساب قيمة الوسيط كما هو الحال فى الوسيط الحسابى ، لذا يعتبر الوسيط مقياساً مناسباً للمتوسط فى التوزيعات الشاذة (أو المنحرفة) ومناسباً أيضاً فى حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة لأنه يعتمد فى حسابه على منطقة الوسط بعد ترتيب البيانات باستثناء الحالة التى يقع الوسيط فى مدى فئة مفتوحة من أسفل أو من أعلى التوزيع التكرارى .

٤ - بجانب إمكانية حساب الوسيط للبيانات الكمية فهو صالح للاستخدام أيضاً في حالة البيانات الوصفية بشرط أن تكون البيانات الأخيرة ترتيبية أى قابلة للترتيب تصاعدياً أو تنازلياً .

٥ - يمكن حسابة بيانياً بعكس الوسط الحسابى .

٦ - مجموع الانحرافات المطلقة - أى بعد إهمال إشارات هذه الانحرافات لقيم التوزيع تكون أقل ما يمكن .

٧ - فى حالة البيانات غير المبوبة الزوجيه ، يعتمد الوسيط عند إيجاد قيمته على الوسط الحسابى ، ومعنى آخر فى مثل هذه الحالة يدخل مقياس آخر للزعة المركزية عند حساب قيمة الوسيط .

٨ - نظراً لإعتماد الوسيط على بيانات القيم الوسطى عند حساب قيمته بعد ترتيبها - فهذا يعنى أننا لا نستفيد بكافة البيانات عن الظاهرة محل القياس عند حساب قيمته ، والسبب السابق ، فان الوسيط لا يعتبر ممثل جيد للمتوسطات اذا كان هناك إختلافاً بينا فى حجم القيم قبل وبعد القيمة الوسيطة عن تلك القيم الوسطى لنفس التوزيع بعكس الوسط الحسابى .

٩ - اذا إختلفت الأهمية النسبية لوحدات الظاهرة موضوع الدراسة فلا يعتبر الوسيط مفيداً فى الحالة السابقة ، لأن الوسيط لا يقبل عملية التدرجج بالأوزان كما هو الحال فى الوسط الحسابى المرجح .

١٠ - الوسيط عرضة للإختلافات الواضحه وعدم الإستقرار تبعاً لإختلاف وتباين العينات، وعليه يكون الوسيط أكثر تأثراً من الوسط الحسابى فى حالة إستخدام أسلوب المعالجة .

المبحث الثالث

المنوال (*) Mode

١ - تعريفه : يعتبر المنوال أحد مقاييس المتوسطات ، ويعرف المنوال بأنه القيمة الأكثر ظهوراً أو تكراراً أو شيوعاً في مجموعة القيم ، ونود أن نشير هنا بأن المنوال إن وجد في توزيع ما ، فإنه قد يكون وحيد القيمة كما قد يكون للتوزيع منوالين أو أكثر ، وسنرمز له بالرمز (م) .

أولاً : المنوال لبيانات غير مبسوسة (وصفية) :
(أ) حالة البيانات الوصفية غير الترتيبية .

مثال (١) فيما يلي عينة مكونة من ٨ أشخاص طبقاً للحالة الاجتماعية : متزوج ، أرمل ، أعزب ، مطلق ، متزوج ، أعزب ، أعزب ، وأعزب . والمطلوب تحديد منوال البيانات السابقة .

الحل :

بالنظر إلى مفردات العينة حسب الحالة الاجتماعية .

(١) حالة الزواج : تكررت مرتين .

(٢) حالة الأرمل : تكررت مرة واحدة فقط .

(٣) حالة المطلق : تكررت مرة واحدة فقط .

(٤) حالة الأعزب : تكررت أربع مرات .

أى أن حالة « الأعزب » هي للحالة الأكثر تكراراً أو شيوعاً في الحالات الاجتماعية المدروسة وتساوى (٤) .

(*) يطلق عليه البعض « النمط » .

وعليه فإن :

منوال هذه العينة بالنسبة للحالة الإجتماعية هي «حالة الأعراب» .

مثال (٢) في حقل تجريبي للزهور تبين أن توزيع الزهور به وعددها ٤٠ زهرة توزعت حسب اللون كما يلي :

- (١) عدد الزهور ذات اللون الأبيض : ١٠ زهور .
 - (٢) عدد الزهور ذات اللون الأحمر : ١٠ زهور .
 - (٣) عدد الزهور ذات اللون الأزرق : ٨ زهور .
 - (٤) عدد الزهور ذات اللون البنفسجي : ٦ زهور .
 - (٥) عدد الزهور ذات اللون المروث : ٥ زهور .
 - (٦) عدد الزهور ذات اللون الأصفر : زهرة واحدة .
- أوجد منوال اللون في المجموعة السابقة للزهور .

الحل :

نجد أن كلا من اللونين الأبيض والأحمر هما الأكثر شيوعاً في مجموعة الألوان المختلفة للزهور ، وكل منهما = ١٠ زهرات، لذا نقول أن مجموعة ألوان الزهور المشار إليها فيما سبق لها منوالين وليس منوال واحد .

أي أن المنوال هنا هما الزهور ذات اللونين الأبيض والأحمر.

وهكذا يمكننا إتباع الأسلوب السابق حساب منوال الظواهر الوصفية غير الترتيبية الأخرى .

(ب) حالة البيانات الوصفية الترتيبية :

ومن الظواهر التي تنطبق عليها هذه الحالة، تقديرات درجة الطلاب سواء في مادة ما أو التقدير العام للجاح.

مثال (٣) فيما يلي التقديرات في مادة الرياضيات لعينة مكونة من ٧ طلاب في السنة الدراسية الأولى وكانت بالترتيب كمايلي :

(الطلاب) : (١) (٢) (٣) (٤) (٥) (٦) (٧)
 (التقدير) : ممتاز ، مقبول ، جيد جداً ، جيد ، ضعيف جداً ، ضعيف
 والمطلوب : تحديد منوال تقدير النجاح في هذه المادة بالعينة السابقة .

الحل :

الطلاب الذين ترتيبهما (٣) ، (٤) حصلاً على تقدير (جيد جداً) ،
 وباقي الطلاب حصل طالب واحد فقط على التقديرات الأخرى وهي ممتاز ،
 مقبول ، جيد ، ضعيف ، ضعيف جداً .

وعليه فـمنوال التقدير في العينة السابقة هو تقدير جيد جداً ، لأنه تكرر
 مرتين ومن ثم فهو التقدير الشائع في العينة .

وهكذا يأتيباعتنا المطلوب السابق يمكننا حساب منوال الظواهر الوصفية
 الترتيبية الأخرى .

ثانياً : المنوال لبيانات كمية :

(أ) المنوال لبيانات كمية غير مبوبة (مفردة) :

مثال (٤) فيما يلي درجات النجاح في مادة الاقتصاد الثلاث
 مجموعات من الطلاب كل مجموعة مكونة من عشرة طلاب .

الطلاب	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	(٨)	(٩)	(١٠)
المجموعة الأولى	٢٥	٦٠	٨٥	٩٠	٥٥	٤٥	٥٦	٧٥	٩	١٠٠
المجموعة الثانية	٣٠	٦٥	٨٥	٩٥	٥٥	٤٥	٥٥	٧٦	١٠	١٠٠
المجموعة الثالثة	١٥	٦٤	٨٥	٨٠	٥٥	٤٥	٥٥	٨٥	٨	١٠٠

المطلوب : تقدير منوال درجة النجاح في كل مجموعه

المجموعة الأولى : ليس لها منوال لأنه لم تتكرر أى درجة منها أكثر من مرة واحدة .

المجموعة الثانية : منوال الدرجات بها هو (٥٥) لأنها الدرجة الوحيدة التى تكررت مرتين .

المجموعة الثالثة : لها منوالين هما (٥٥) ، (٨٥) لأن كل منهما تكررت بمقدار ثابت ، وهو مرتين

(ب) المسوال لبيانات كمية (مبوبة) أى فى صورة توزيع تكرارى :
وسنفرق هنا بين الجداول التكرارية المنتظمة والجداول التكرارية غير المنتظمة .

أولاً : الجداول التكرارية المنتظمة :

مثال (٥) أوجد منوال الطول بالسنتيمتر لمجموعة الطلاب فى الجدول التكرارى التالى :

فئات الطول	١٢٥ -	١٣١ -	١٣٧ -	١٤٣ -	١٤٩ - ١٥٥	المجموع
عدد الطلاب	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠

الحل :

سنحاول فيما يلى طريقتين مختلفتين لإيجاد منوال الطول فى المثال السابق .

الطريقة الأولى : طريقة الفروق (بيرسون (*)) : وتتلخص خطواتها فيما يلى :

١ - نبحث عن أكبر تكرار فى التوزيع .

٢ - نحدد الفئة المقابلة لأكبر تكرار وليكن (ك) ، ويطلق عليها الفئة المنوالية وليكن طولها (ل) ، وهى الفئة التى يقع خلالها المنوال أى يقع المنوال بين حددها الأدنى وحددها الأعلى .

٣ - نحدد الفئة السابقة للفئة المنوالية ، ونحدد التكرار المقابل لها وليكن (ك١) .

(*) (Karl person)

٤ - يحدد الفقه اللاحقه للفقه المنوالية . ويحدد التكرار المقابل لها وليكن (ك_١) .

مما تقدم يتحدد لنا جدول تكرارى جزئى (المحدد بالمستطيل) مكون من ثلاث فئات من فئات الجدول التكرارى الأصلي كما يلى :

الفئات (ف)	التكرار الأصلي (ك)	
١٢٥-	٦	$\left\{ \begin{array}{l} \text{الفئة السابقة} \\ \text{الفئة المنوالية} \\ \text{الفئة اللاحقة} \end{array} \right\}$
١٣١-	١١ (ك _١)	
١٣٧-	١٥ (ك _٢)	
١٤٣-	١٢ (ك _٣)	
١٥٥-١٤٩	٦	
المجموع	٥٠	

من الجدول التكرارى الجزئى (المحدد بالمستطيل) نحدد كلاً من :

١ - الفرق الأول (Δ) = (تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة السابقة لها)

$$= ك_٢ - ك_١$$

$$= (١٥ - ١١) = ٤$$

٢ - الفرق الثانى (Δ) = (تكرار الفئة المنوالية - تكرار الفئة السابقة لها)

$$= ك_٣ - ك_٢$$

$$= (١٢ - ١٥) = ٣$$

وبفرض أن المنوال يقع على الخط المستقيم أ ب وهى حدود الفئة

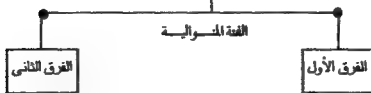
المنوانية حيث يبعد عن الحد الأدنى بمسافة (س) وعن الحد الأعلى بمسافة

(ل- س) ، وحيث أن النسبة التى تقسم هذا الخط إلى جزئيه س : (ل- س)

تساوى النسبة بين الفرقين Δ ، Δ كما يلى :

الحد الأدنى للفئة المنوالية الحد الأعلى للفئة المنوالية

أ س المنوال (ل - س) ب



$$\Delta_2 = K_2 - K_3$$

$$\Delta_1 = K_1 - K_2$$

أى أن :

$$(\text{بضرب الطرفين في الوسطين}) \quad \frac{ل - س}{\Delta_2} = \frac{س}{\Delta_1}$$

$$\therefore س (ل - س) = \Delta_2 س$$

$$س \Delta_1 = \Delta_2 ل - \Delta_2 س \quad \text{ومنه نستنتج أن}$$

$$س \Delta_1 + \Delta_2 س = \Delta_2 ل$$

$$س (\Delta_1 + \Delta_2) = \Delta_2 ل$$

حيث س (وهو الجزء الذى يقع أو المسافة) من الحد الأدنى للفئة المنوالية حتى قيمة المنوال) .

$$\therefore س = \left(ل \times \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$$

وحيث أن المنوال (م) = الحد الأدنى للفئة المنوالية + س .

٣ - . يمكن إستنتاج المنوال (م) من الصيغة الرياضية التالية .

$$= \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \left[\frac{\text{الفرق الأول (ك}_2 - \text{ك}_1)}{\text{الفرق الثانى + الفرق الأول}} \times \text{طول الفئة المنوالية} \right]$$

أى المنوال (م) = الحد الأدنى للفترة المنوالية + $(L \times \frac{\Delta}{\Delta + \Delta})$ وعليه فالمنوال فى مثالنا السابق :

$$(1 \times \frac{4}{4 + 3}) + 137 =$$

$$\frac{24}{7} + 137 =$$

$$3,43 + 137 =$$

$$سم 140,43 =$$

ثانياً : الجداول التكرارية غير المنتظمة (غير متساوية الفئات) .

مثال (٦) للتوزيع التكرارى التالى يمثل الأجر لعينة مكونه من ٢٠٠ عامل بأحد معامل الأهمية بالجنية .

فئات الأجر (ف)	-١٠	-٢٠	-٢٥	٣٥	٤٠-٥٠	المجموع
عدد العمال (ك)	٥٠	٢٠	٨٠	٣٠	٢٠	٢٠٠

المطلوب : تحديد منوال الأجر بطريقة الفروق (بيرسون) .

الحل :

حيث أن فئات الأجر غير منتظمة أى أن طول الفئة (ل) ليس ثابتاً كما هو الحال فى المثال السابق رقم (٥) .

فإننا قبل تطبيق الخطوات السابقة فى الجداول المنتظمة للحصول على المنوال ، نجرى تعديلاً على التكرارات الأصلية بحيث نصل إلى التكرارات المعدلة لنفس الفئات ، وقد تم تفصيل ذلك عند دراستنا للمدرج التكرارى فى الفصل السابقه .

حيث أن :

$$\frac{\text{التكرار المعدل}}{\text{التكرار الأصلي للفئة}} = \text{على طول الفئة}$$

ثم نجرى حساباتنا على قيم الثلاث فئات بالجدول الجزئي ، والفروق $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ التكرارات المعدلة وليس على التكرارات الأصلية وسنرمز للتكرارات المعدلة هنا بالرمز (ك) وعليه فإن :

$$\text{ك} = \frac{\text{ك (الفئة)}}{\text{ل (نفس الفئة)}}$$

الفئات (ف)	ك	ل	ك	ل
١٠ -	٥٠	١٠	٥	٥
٢٠ -	٢٠	٥	٤ (ك _١)	٤
٢٥ -	٨٠	١٠	٨ (ك _٢)	٨
٣٥ -	٣٠	٥	٦ (ك _٣)	٦
٤٠ - ٥٠	٢٠	١٠	٣	٣
المجموع	٢٠٠			

ويتطبيق الصيغة الرياضية السابقة للحصول على المنوال بطريقة الفروق

$$\text{حيث } \Delta_1 = \text{ك}_1 - \text{ك}_2, \Delta_2 = \text{ك}_2 - \text{ك}_3, \Delta_3 = \text{ك}_3 - \text{ك}_4$$

$$\therefore \text{المنوال (م) للأجر} = ٢٥ + \left(١٠ \times \frac{٤}{٤ + ٢} \right)$$

$$= \frac{٤٠}{٦} + ٢٥ =$$

$$= ٢٥ + ٦,٦٧ = ٣١,٦٧ \text{ جنيهاً .}$$

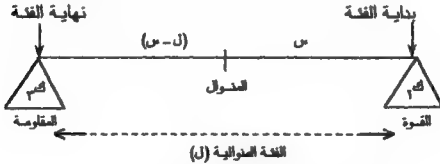
الطريقة الثانية : طريقة الرافعة

ويعتصنى هذه الطريقة، نمثل الفعة المنوالية ولتكن (ل) والتي تقع أمام أكبر تكرار برافعة تعمل عدد طرفيها قوتان أولهما عدد تكرار الفعة السابق للفعة المنوالية ولتكن (ك_١) وتعمل عدد بداية الفعة المنوالية (ويطلق عليها القوة)، وثانيهما عدد التكرار اللاحق للفعة المنوالية ولتكن (ك_٢) وتعمل عدد نهاية الفعة المنوالية (ويطلق عليها المقاومة).

ويفرض أن القوة والمقاومة المؤثرتين عند طرفى هذه الرافعة يعادلان كلاً من (ك_١) ، (ك_٢) ، (ك_٣) السابقتين .

ويفرض أن نقطة الارتكاز التى تتوازن عندها الرافعة تبعد بمسافة قدرها (س) عن (ك_١) ، كما تبعد بمسافة قدرها (ل - س) عن (ك_٢) .

وحيث أن هذه الرافعة فى حالة توازن وطبقاً لقانون الروافع فإن :



$$\text{القوة} \times \text{زراعها} = \text{المقاومة} \times \text{زراعها}$$

$$\therefore \text{ك}_1 \times \text{س} = \text{ك}_2 \times (\text{ل} - \text{س})$$

$$\therefore \text{ك}_1 \times \text{س} = \text{ك}_2 \times \text{ل} - \text{ك}_2 \times \text{س} \quad \text{نستنتج}$$

$$\text{ك}_1 \times \text{س} + \text{ك}_2 \times \text{س} = \text{ك}_2 \times \text{ل}$$

$$\text{س} (\text{ك}_1 + \text{ك}_2) = \text{ك}_2 \times \text{ل}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{\text{ك} \times \text{ل}}{\text{ك} + \text{ك}}$$

• المنوال : الحد الأدنى للفتة المتوالية + س

$$\therefore \text{المنوال (م)} = \text{الحد الأدنى للفتة المتوالية} + \left(\text{ل} \times \frac{\text{ك}}{\text{ك} + \text{ك}} \right)$$

$$\text{أى أن (م)} = \text{الحد الأدنى للفتة المتوالية} + \left(\frac{\text{المقاومة} \times \text{طول الفتة}}{\text{المقاومة} + \text{القوة}} \right) \quad \text{مثال (٧) :}$$

حل المثال رقم (٥) السابق بطريقة الرافعة :

$$\text{حيث أن ل} = ١٤٣ - ١٣٧ = ٦$$

$$\text{ك} = ١١ \text{ (القوة) ، ك} = ١٢ \text{ (المقاومة)}$$

الحل :



$$\text{القوة} \times \text{زراعها} = \text{المقاومة} \times \text{زراعها}$$

$$١١ \times \text{س} = ١٢ \times (٦ - \text{س})$$

$$١١ \times \text{س} = ٧٢ - ١٢ \times \text{س} \quad \text{نضرب}$$

$$٧٢ = ٢٣ \times \text{س}$$

$$\therefore \text{س} = \frac{٧٢}{٢٣} = ٣,١٣$$

$$\text{أو بطريقة أخرى س} = \left(٦ \times \frac{١٢}{١٢ + ١١} \right) = ٣,١٣$$

$$\therefore \text{المنوال (م)} = ١٣٧ + ٣,١٣ = ١٤٠,١٣ \text{ سم}$$

وبالطبع قيمة المنوال بهذه الطريقة يختلف عن قيمته بطريقة الفروق السابقة والبالغ قيمتها ١٤٠,٤٣ سم (لإختلاف الصيغة الرياضية فى كل منهما عن الأخرى).

مثال (٨) :

حل المثال رقم (٦) السابق بطريقة الرافعة

الحل :



$$٠.٠ \times ٤ \times م = ٦ \times (١٠ - م)$$

$$٤ م = ٦٠ - ٦ م$$

$$١٠ م = ٦٠$$

$$\text{ومنها } ١٠ م = \frac{٦٠}{١٠} = ٦$$

$$\text{حيث } ١٠ = (٢٥ - ٣٥)$$

$$٦ \text{ ، } ٤ = \text{كـ} ، \text{كـ} = ٦$$

$$\text{أو بطريقة أخرى } م = (١٠ \times \frac{٦}{٦}) - (١٠ \times \frac{٦}{١٠}) = ٦$$

$$\text{٠.٠ المنوال (م) } = ٦ + ٢٥ = ٣١ \text{ جليها}$$

الطريقة الثالثة : طريقة الرسم البياني :

(١) طريقة المدرج التكرارى :

١ - وبمقتضاها نأخذ قسرات الجدول الجزئى (أى الفلة المنوالية والفلة السابقة لها والفلة اللاحقة لها) ونمثلهم بيانياً فى صورة مدرج تكرارى (كما سبق أن أوضحنا فى الفصل الثالث) - ويتم ذلك من التكرارات الأصلية (اذا كانت القسرات متساوية الطول) أو من التكرارات المحملة (اذا كانت القسرات غير متساوية الطول) .

٢ - نصل بهاية الحد الأعلى للفترة السابعة مع الحد الأعلى للفترة المتوالية (من أعلا المدرجات التكرارية) بمستقيم وليكن (أ ج) .

٣ - نصل الحد الأدنى للفترة المتوالية مع الحد الأدنى للفترة اللاحقة لها من أعلى المدرجات التكرارية) بمستقيم وليكن (ب د) .

٤ - نجد أن المستقيمين (أ ج) ، (ب د) السابقين يتقاطعان في نقطة وليكن (ق) .

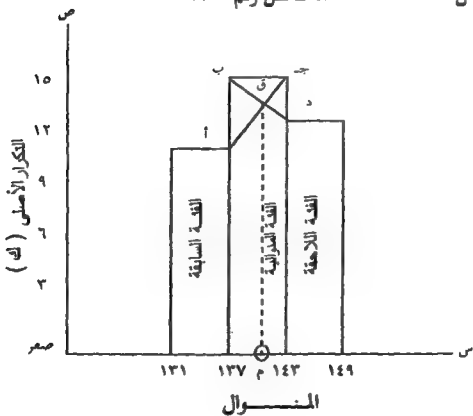
٥ - نسقط من النقطة (ق) عمود على المحور الأفقي (س) ليقابله في نقطة وليكن (م) تكون هي قيمة المتوال المطلوب :

مثال (٩) .

حل المثال رقم (٥) السابق بطريقة المدرج التكرارى :

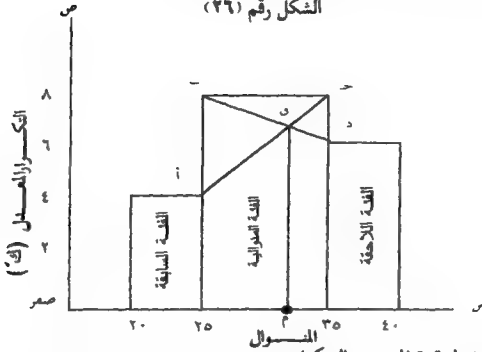
الشكل رقم (٢٥)

الحل



مثال (١٠)

حل المثال رقم (٦) السابق بطريقة المدرج التكرارى
الشكل رقم (٢٦)



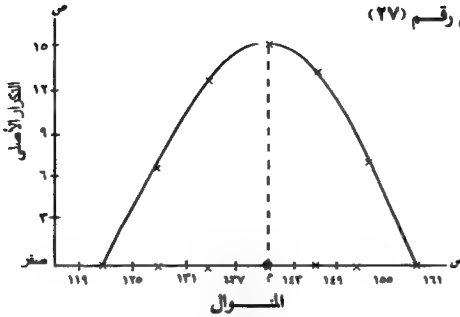
(ب) طريقة المنحنى التكرارى

- ١ - وبمقتضاها يتم تمثيل التوزيع التكرارى الأصىلى - فى الجداول التكرارية المنتظمة - بمنحنى تكرارى كما جاء بالفصل الثالث .
 - ٢ - نسقط عمود من أعلى نقطة على المنحنى (أى من قمة هذا المنحنى) عمود ياعلى المحور الأفقى (س) ليقابله عند نقطة ولنكن (م) ستكون هذه النقطة هى قيمة المتوال من الرسم .
- مثال (١١) أوجد المتوال فى المثال رقم (٥) السابق بطريقة المنحنى التكرارى .

الحل :

- ١ - نقوم بمثل بيانات هذا التوزيع بيانياً فى صورة منحنى تكرارى ثم نسقط عمود من أعلى قمة المنحنى ليقابل المحور السينى فى (م) هى المتوال = ١٤٠,٥ (تتوقف دقة قيمة المتوال هنا على دقة الرسم البيانى كما فى الشكل التالى) .

الشكل رقم (٢٧)

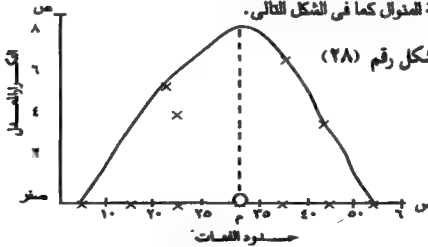


حدود الفئات

مثال رقم (١٢) أوجد المتوال بطريقة المنحنى التكرارى فى المثال رقم (٦) السابق.

الحل:

هنا الجدول غير منتظم فلابد من تعديل التكرارات الأصلية إلى تكرارات معدلة ، ثم تمثيل التكرارات المعدلة فى صورة منحنى تكرارى ، نسقط من أعلى نقطة فيه عمودى على المحور (س) ليقابله فى نقطة (م) ولكن (م) هى قيمة للمتوال كما فى الشكل التالى.



بعض خصائص المنوال

- ١ - إذا تم ضرب قيمة المنوال في عدد مفردات الظاهرة موضوع القياس ، فلا يعطى ناتج ما سبق المجموع الأصلي للتوزيع كما هو الحال في الوسط الحسابي .
- ٢ - المنوال لا يمثل القيمة الوسطى في التوزيع كما هو الحال في الوسيط كما أنه في بعض الظواهر أو الحالات قد لا تجد لها منوال .
- ٣ - إن طريقة حسابة تعتبر من أبسط طرق حساب مقاييس النزعة المركزية ، كما أنه يستخدم لحساب المتوسط في حالات التوزيعات الكمية ، والوصفية سواء أكانت ترتيبية أو غير ترتيبية على حد سواء ويفضل استخدامه إذا كان التوزيع في صورة نسبة .
- ٤ - لا تدخل كل مفردات التوزيع للظاهرة المقيسة عند حساب قيمته ، كما هو الحال في الوسط الحسابي لذا لا يتأثر المنوال بالقيم الشاذة أو المتطرفة كما هو الحال في الوسط الحسابي .
- ٥ - يمكن حساب قيمته من الجداول التكرارية المفتوحة كما هو الحال في الوسيط بعكس الوسط الحسابي .
- ٦ - تتأثر قيمة المنوال بحجم العينة ، وتتأثر كذلك بطول فئة التوزيع التكراري وبطريقة الترتيب ، لكل ما سبق يعتبر المنوال ، مقياس غير ثابت إذا ما أعيد ترتيب مفردات التوزيع كما بتغير قيمة المنوال إذا ما أعيد تعديل حدود الفئات ، حيث تنتقل القيمة المقدرة للمنوال إلى حدود فئة أخرى مخالفة لحدود الفئة المنوالية قبل إحداث التعديل .
- ٧ - قيمة للمنوال تختلف باختلاف طريقة حسابة ، بعكس الوسيط والوسط الحسابي .
- ٨ - إذا كان المنحنى التكراري متعدد القمم ، فهذا يعنى أن للتوزيع أكثر من منوال واحد ، وأن كان المنوال في مثل هذه الظروف لا يكون ذات فائدة كبيرة من حيث تمثيل التوزيع ، لأن التوزيع في مثل هذه الحالة يكون غير متجانس .

المبحث الرابع

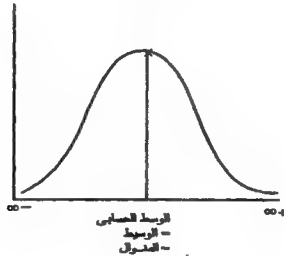
العلاقة بين المتوسطات الثلاثة السابقة

مقدمة : تعرضنا في الفصل الثالث فيما سبق إلى أنواع المنحنيات التكرارية حيث أنها تتوقف على التوزيع التكرارى ، فإذا كان التوزيع التكرارى متماثلاً فيمكن تمثيله بمنحنى متماثل ، أو معدلاً يشبه الناقوس ، وله محور رأسى يمر بنقطة النهاية العظمى للتوزيع ويقسمه إلى جزئين متطابقين تماماً.

أما إذا كان التوزيع غير متماثل ، فالمنحنى الممثل له يكون غير معدّل ، ويطلق عليه منحنى ملتوى، وقد يكون الالتواء إلى اليمين أو الالتواء إلى اليسار كما فى الشكل رقم (١٦) السابق ونود أن نربط فى هذا الجزء بين شكل التوزيع التكرارى ومقاييس النزعة المركزية الثلاثة (الوسط الحسابى ، الوسيط ، المنوال).

أولاً : إذا كان التوزيع التكرارى متماثلاً فإن الأوساط الثلاثة تكون متطابقة ، أى أن قيمة الوسط الحسابى = قيمة الوسيط = قيمة المنوال كما فى الشكل التالى :

الشكل رقم (٢٩)



وبمقتضى هذه العلاقة يمكن إستنتاج المنوال بمطومية الوسيط والوسط الحسابى أو العكس أى ممكن استنتاج أى منهما بمطومية الآخرين .
ثانياً : اذا كان التوزيع قريباً جداً من التماثل (أى ملتوياً لكن الالتواء بسيط)، فإنه تكون هناك صيغة تقريبية للعلاقة بين قيم المتوسطات الثلاثة حددها كارل بيرسون كمايلي :

(أ) الوسط الحسابى - المنوال = ٣ (الوسط للحسابى - الوسيط) أى أن :

$$\bar{m} - m = ٣ (\bar{m} - p) \text{ ومنها نستنتج . (العلاقة الاساسية)}$$

$$\bar{m} - m = ٣ = \bar{m} - p$$

$$٣٠٠ - \bar{m} = ٣ - \bar{m}$$

= ٢ - \bar{m} ومنها نستنتج بعد قسمة الطرفين على (٢) أن :

$$\therefore \bar{m} = \frac{٣}{٢} - p = \frac{١}{٢} m \dots\dots\dots (١)$$

أى أن الوسط الحسابى = $\frac{٢}{٢}$ الوسيط - $\frac{١}{٢}$ المنوال .

ويمكن إستخدام العلاقة السابقة فى إستنتاج قيمة تقريبية للوسط الحسابى من جدول تكرارى مفتوح بمطومية كل من الوسيط والمنوال اللذان يمكن حساب قيمتهما من الجداول المفتوحة.

وأيضاً يمكن من العلاقة الأساسية السابقة استنتاج .

$$٣ - \bar{p} = (٣ - \bar{m}) + m$$

$$٣ - \bar{p} = ٢ - \bar{m} + \text{قسمة الطرفين على (٣) :}$$

$$\therefore \bar{p} = \frac{٢}{٣} - \bar{m} + \frac{١}{٣} m \dots\dots\dots (٢)$$

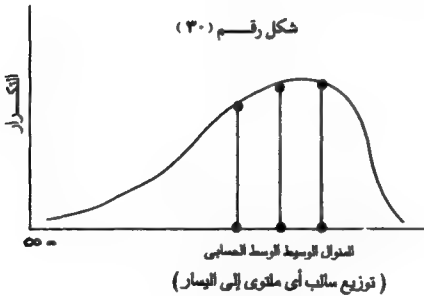
أى أن الوسيط = $\frac{٢}{٣}$ الوسط الحسابى + $\frac{١}{٣}$ المنوال : يمكن إستنتاج بمقتضى هذه العلاقة للوسيط بمطومية الوسط الحسابى، المنوال .

وأيضاً يمكن استنتاج أن المنوال (م) = ٣ - \bar{p} - ٢ - \bar{m} (٣).

أى أن المنوال = ٣ أمثال الوسيط - ضعف الوسط الحسابى

ثالثاً : إذا كان التوزيع غير متماثل أى المنحنى ملتوياً فإن
الأوساط الثلاثة تكون غير متطابقة ، ذلك أن الوسط الحسابى والوسيط
ينحازان إلى الطرف الملتوى من التوزيع ، كما أن الوسط الحسابى يكون أكثر
إنحياز من الوسيط فى مثل هذا التوزيع أى أنه:
(أ) فى حالة التوزيع الملتوى إلى اليسار (سالب الالتواء) يكون الوضع
النسبى للمتوسطات :

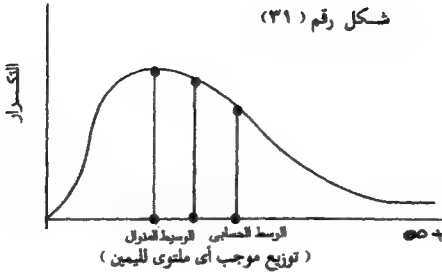
الوسط الحسابى > الوسيط > المنوال
ويتضح ما تقدم من الشكل التالى :



(ب) فى حالة التوزيع الملتوى إلى اليمين (موجب الالتواء) يكون
الوضع النسبى للمتوسطات :

الوسط الحسابى < الوسيط < المنوال
ويتضح ما تقدم من الشكل التالى :

شكل رقم (٣١)



ونود أن نشير هنا في مجال للتوزيعات الملتوية للملاحظات التالية :

- ١ - أن الوسيط يقع دائماً بين الوسط الحسابي والمنوال .
- ٢ - أن الوسط الحسابي يقع دائماً ناحية الطرف الأكبر للتوزيع وهذا يتفق مع المنطق ، لأن الوسط الحسابي يتأثر بالقيم المتطرفة ، والقيم المتطرفة توجد غالباً عند الطرف الأكبر للتوزيع .
- ٣ - يحسن استخدام الوسيط بدلاً من الوسط الحسابي في التوزيعات التكرارية للملتوية ، التواءاً ملموساً ، ذلك لأن الوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة عند حساب قيمته ، فمتوسط الدخل مثلاً يكون توزيعه دائماً ملتوياً ناحية اليمين ، لذا فإنه في توزيعات الدخل يكون الوسيط تقديراً جيداً لمتوسط الدخل .
- ٤ - تُعطى طرق تقدير المنوال نتائج تقريبية واستخدامه في الحياة العملية نادراً ، لذا لا ينصح باستخدامه إلا في حالة المتغيرات الوصفية .

البحث الخامس
الوسط الهندسي
Geometric Mean

أولاً مقدمة :

يعتبر الوسط الهندسي من مقاييس المتوسطات - النزعه المركزيه -
الذاتوية، حيث يفضل إستخدامه فى حساب متوسط معدل النمو للمتغيرات
المختلفه سواء أكانت لقيم متزايدة أو لقيم متناقصة ، لذا فهو شائع الإستخدام عند
حساب متوسط النسب - المتسبب - فى الأرقام للقياسه (*) وسنرمز له بالرمز (هـ) .

ثانياً : الوسط الهندسي لبيانات غير مبويه (مفرده) :

إذا أخذت ظاهرة أو متغير ما القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ،
فإن الوسط الهندسي هنا عبارته عن الجذر الذنوى لحاصل ضرب القيم السابقة
التي عددها (ن) . أى أن .

$$\text{الوسط الهندسي (هـ)} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n}$$

وبالطبع يستخدم أسلوب اللوغاريتمات (لول للأساس ١٠) للحصول على
الوسط الهندسي (هـ) كما يلى :

أولاً .

$$\text{لو (هـ)} = \frac{1}{n} (\text{لو } x_1 + \text{لو } x_2 + \text{لو } x_3 + \dots + \text{لو } x_n)$$

$$= \frac{1}{n} \text{ مج لو } x$$

ثانياً :

ثم نوجد الوسط الهندسي (هـ) بإستخدام جداول الأعداد المقابله
للوغاريتمات (٢)

(٥) مبحث لنا ذلك عدد دراهم الأرقام للقياسه .

أى أنه للحصول على الوسط الهندسى فى الحاله السابقه سنتبع الخطوات التاليه :

- نحسب لوغاريتمات القيم (لوس)، ثم بجمعها نحصل على (مج لوس) .
 - بقسمة حاصل الجمع السابق (مج لوس) على عدد مفردات الظاهرة (ن) فنحصل على (لو هـ)
 - بالكشف فى جدول الأعداد المقابله للوغاريتمات ، نحصل على الوسط الهندسى (هـ) .
- وينصح ما تقدم من الأمثله للتاليه :

مثال (١) :

أوجد الوسط الهندسى لعينه مكونه من (١٠ طلاب) فى مادة الرياضيات إذا كانت درجاتهم كما يلى (X) .

٢٥ ، ٦٠ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٧٥ ، ١٠ ، ١٠٠

الحل :

الوسط الهندسى (هـ)

$$= \sqrt[10]{100 \times 10 \times 75 \times 55 \times 45 \times 55 \times 90 \times 85 \times 60 \times 25}$$

$$(١) \text{ لو (هـ) } = \frac{1}{10} (\text{لو} ٢٥ + \text{لو} ٦٠ + \text{لو} ٨٥ + \text{لو} ٩٠ + \text{لو} ٥٥ + \text{لو} ٤٥ + \text{لو} ٥٥ + \text{لو} ٧٥ + \text{لو} ١٠ + \text{لو} ١٠٠)$$

$$+ \text{لو} ٤٥ + \text{لو} ٥٥ + \text{لو} ٧٥ + \text{لو} ١٠ + \text{لو} ١٠٠)$$

ومن الجدول التالى نحصل على (مج لوس) باستخدام جدول اللوغاريتمات للأساس (١٠) : (xx)

لو هـ	لو هـ	لو هـ	لو هـ
١,٧٤٠٧	٥٥	١,٣٩٧٩	٢٥
١,٨٧٥١	٧٥	١,٧٧٨٢	٦٠
١,٠٠٠٠	١٠	١,٩٢٩٤	٨٥
٢,٠٠٠٠	١٠٠	١,٩٥٤٢	٩٠
		١,٧٤٠٤	٥٥
		١,٦٥٣٢	٤٥
١٧,٠٦٩١	المجموع (مج لوس)	(٥) مثال (١) ص ٩٥ ، كوسط حسابى -	

(٢) بالقسمة على (ن) حيث $n = 10$

$$\text{أى لوه} = \frac{\text{محل لوى}}{n} = \frac{17,0691}{10} = 1,70691$$

بالكشف فى جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات عن $1,70691$ أمام $0,70$ تحت (٦) فروق (٩) فنجدها كالتالى:

$$\begin{array}{r} 0,7069 \\ + \\ 0,82 \\ \hline 110 \\ \hline \text{فرق (٩)} = 0,93 \end{array}$$

(٣) من النتيجة فى (٢) نحرك العلامة العشرية جهة اليمين لاعداد صحيحة تزيد (١) عن الاعداد الصحيحة فى لوه أى فى مثالنا للعديدين صحيحين .

أى يصبح هـ (الوسط الهندسى) $= 50,93$ درجة

(وهو يختلف عن الوسط الحسابى والذي بلغ 60 درجة) فيما سبق

مثال (٢) :

أوجد الوسط الهندسى للنسب التالية

$$105,2\%, 110,3\%, 120,4\%, 130,5\%$$

الحل :

$$\begin{array}{l} 0,0 \text{ هـ } = \sqrt[4]{0,0 \times 0,0 \times 0,0 \times 0,0} \\ \hline = \sqrt[4]{130,5 \times 120,4 \times 110,3 \times 105,2} \end{array}$$

(**) حيث أن العدد الصحيح يقل واحد عن الأعداد الصحيحة فى (ن) أما الكسر فيتم الحصول عليه من جدول اللوغاريتمات .

$$\text{لوه} = \frac{1}{4} (\text{لوه} ١٠٠,٢ + \text{لوه} ١١٠,٣ + \text{لوه} ١٢٠,٤ + \text{لوه} ١٣٠,٥)$$

$$= \frac{1}{4} (٢,١١٥٢ + ٢,٠٨٠٦ + ٢,٠٤٢٥ + ٢,٠٢٢٠)$$

$$= \frac{٨,٢٦٠٣}{4}$$

= ٢,٠٦٥٠١ بالكشف في جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات

٠٠ هـ (الوسط الهندسي) = ١١٦,١ %

ثالثاً: الوسط الهندسي لبيانات مبويه (في صورة جداول تكرارية)

بفرض أن مراكز الفئات هي $س_١, س_٢, س_٣, س_٤, \dots, س_n$

والتكرارات المقابلة لها هي $ك_١, ك_٢, ك_٣, ك_٤, \dots, ك_n$

بالترتيب فإن:

$$\text{الوسط الهندسي (هـ)} = \sqrt[n]{(س_١)^{ك_١} \times (س_٢)^{ك_٢} \times \dots \times (س_n)^{ك_n}}$$

$$\text{لوه} = \frac{1}{\text{محد ك}} (\text{ك}_١ \text{لوس}_١ + \text{ك}_٢ \text{لوس}_٢ + \text{ك}_٣ \text{لوس}_٣ + \dots + \text{ك}_n \text{لوس}_n)$$

$$\text{لوه} = \frac{\text{محد ك لوس}}{\text{محد ك}} \dots \dots \dots (٢)$$

ثم نوجد الوسط الهندسي (هـ) باستخدام جداول الأعداد المقابلة للوغاريتمات .

وتتلخص خطوات الحصول على الوسط الهندسي هنا كما يلي :

١ - حساب مراكز الفئات (س) ثم لوغاريتماتها .

- ٢ - ضرب كل تكرار في (لوس) المناظرة فتحصل على (ك لوس) .
- ٣ - بجمع العمود (ك لوس) فتحصل على (مد ك لوس) .
- ٤ - بقسمة المجموع في (٣) على (مد ك) نحصل على (لو هـ) .
- ٥ - باستخدام جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات فتحصل على (هـ) .

مثال ٣ :

أوجد الوسط الهندسي لأطوال عينة من التلاميذ من الجدول التكرارى
التالى :

فئات الطول (ف)	١٢٥ -	١٣١ -	١٣٧ -	١٤٣ -	١٤٩ - ١٥٥	المجموع
عدد التلاميذ (ك)	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠

الحل :

ف	ك	س	لوس	ك لوس
١٢٥ -	٦	١٢٨	٢,١٠٧٢	١٢,٦٤٣٢
١٣١ -	١١	١٣٤	٢,١٢٧١	٢٣,٣٩٨١
١٣٧ -	١٥	١٤٠	٢,١٤٦١	٣٢,١٩١٥
١٤٣ -	١٢	١٤٦	٢,١٦٤٤	٢٥,٩٧٢٨
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٥٢	٢,١٨١٨	٢٣,٠٩٠٨
المجموع	٥٠			١٠٧,٢٩٦٤

$$\text{مد ك لوس} = \frac{\text{مد ك لوس}}{\text{مد ك}}$$

$$\text{لو هـ} = \frac{١٠٧,٢٩٦٤}{٥٠} = ٢,١٤٥٩$$

بالكشف فى جدول الاعداد المقابلة للوغاريتمات

٠٠ هـ - ١٣٩٠٦ سم

(ملحوظة : كان الوسط الحسابى ١٤٠,١٢ سم لنفس التوزيع من ١١٤ من هذا الفصل) .

نلخص من المثالين (١) ، (٣) السابقين أن قيمة الوسط الهندسى تختلف عن قيمة الوسط الحسابى لنفس الظاهرة ، ومما تجدر الإشارة إليه أن الوسط الحسابى أكثر تأثراً بالقيم الشاذة (المتطرفه) عنه فى الوسط الهندسى ، وقد وضع ذلك جلياً من المثال رقم (١) السابق .

رابعاً : الوسط الهندسى المرجح :

إذا أخذت ظاهرة ما القيم (س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ، س_ن) ورغبنا فى إيجاد الوسط الهندسى لها بعد ترجيحها بالأوزان (و_١ ، و_٢ ، و_٣ ، ، و_ن) على الترتيب ، فإن حساب الوسط الهندسى فى هذه الحالة لا يختلف عن حالة الوسط الهندسى من بيانات مبويه ، حيث أن الأوزان الترجيحية هنا (و_١ ، و_٢ ، و_٣ ، ، و_ن) تتناظر تماماً للتكرارات (ك_١ ، ك_٢ ، ك_٣ ، ، ك_ن) فى حالة البيانات المبويه .

حيث :

$$H = \sqrt[n]{(S_1)^{w_1} \times (S_2)^{w_2} \times (S_3)^{w_3} \times \dots \times (S_n)^{w_n}} \quad (3)$$

مثال ٤ :

لجدول التالى يمثل أسعار (٥ سلع ، الكميات المشتراه منها) :

نوع السلعة	أ	ب	ج	د	هـ
الكمية المشتراه (و)	٢	٦	٤	١٢	١٠
سعر السلعة (س)	٥٠	٣٠	٢٠	١٠	٣٠

والمطلوب

حساب الوسط الهندسي للأسعار مرجحا بالكميات المشتراه للسلع المشار

إليها :

الحل

$$= \sqrt[34]{(30) \times (10) \times (20) \times (30) \times (50)}$$

$$\text{لوه} = \frac{1}{34} (\text{لوه } 2 + \text{لوه } 6 + \text{لوه } 40 + \text{لوه } 12 + \text{لوه } 10)$$

السلع	الاسعار (س)	الكميات المشتراه (و)	لوس	ولوس
أ	50	2	1,6990	3,3980
ب	30	6	1,4771	8,8626
ج	20	4	1,3010	5,2040
د	10	12	1,000	12,0000
هـ	30	10	1,4771	14,7710
المجموع		34		44,2356

$$\text{وحيث أن لوه} = \frac{\text{محد ولوس}}{\text{محد و}} (3)$$

$$1,3010 = \frac{44,2356}{34} = \text{لوه} 000$$

بالكشف في جدول الأعداد المقابلة للوحدات

$$000 \text{ هـ (الوسط الهندسي المرجح للأسعار) } = 20 \text{ جنيهاً.}$$

خامساً : خصائص الوسط الهندسي :

١ - الوسط الهندسي مقياس للقيمة مثل الوسط الحسابي وليس مقياس

للموضع كما هو الحال في الوسيط والحدول، كما يدخل في حساب قيمته كل مفردات التوزيع بما فيها المفردات الشاذة أو المتطرفة، لكن تأثره بالمفردات الشاذة أقل من تأثر الوسيط الحسابي لنفس المفردات.

٢ - يتعذر حساب الوسيط الهندسي إذا كانت إحدى قيم المتغير (س) = صفر.

٣ - يتعذر حساب الوسيط الهندسي إذا كانت إحدى قيم المتغير (س) قيمة سالبة.

٤ - دائما قيمة الوسيط الهندسي لأي ظاهرة أصغر من قيمة الوسيط الحسابي لنفس الظاهرة (*). وهذه الخاصية يمكن إثباتها عندما يزيد عدد المفردات عن (مفردتين) وأيضا في حالة الجدول التكراري إذا كان المتغير (س) يأخذ القيمتين الموجبتين س_١، س_٢.

(*) حيث س_١ = س_٢ فإن

$$\bar{S} = \frac{S_1 + S_2}{2}$$

$$H = \sqrt{S_1 \times S_2}$$

$$S_1 \cdot S_2 > 0 \text{ صفر}$$

$$S_1 = S_2$$

$$S_1 \cdot S_2 > 0 \text{ صفر}$$

$$S_1 + S_2 - 2\sqrt{S_1 \times S_2} > 0 \text{ صفر}$$

$$S_1 + S_2 > 2\sqrt{S_1 \times S_2}$$

$$\sqrt{S_1 \times S_2} < \frac{S_1 + S_2}{2}$$

$$H < \bar{S}$$

المبحث السادس الوسط التوافقي Harmonic Mean

أولاً : مقدمة :

هو مقياس آخر من مقاييس المتوسطات ، يفضل استخدامه في حالات خاصة أى عندما يعبر عن المتغيرات في صورة معدلات زمنية ، كالمسافة التي تقطعها السيارة أو القطار أو الطائرة في وحدة الزمن ، أو إنتاج ماكينة في الساعة مثلا ، وأيضاً متوسطات الأسعار إذا أعطيت بدلالة وحدة النقود ... وهكذا ...

ويمكن تعريف الوسط التوافقي لظاهرة أو متغير ما تأخذ القيم x_1, x_2, \dots, x_n ، بأنه عباره عن مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات قيم الظاهرة أو المتغير المشار إليهما . وسنرمز له بالرمز (ق) .
أى أن :

$$\text{الوسط التوافقي (ق)} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

ثانياً : الوسط التوافقي في حاله بيانات غير مبويه (مفرده)
إذا كان لدينا متغير x يأخذ القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ، فإن :

$$\text{الوسط التوافقي (ق)} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad (1)$$

وعليه فخطوات حسابة تتلخص فيما يلي :

- إذا رمزنا للقراءات أو للقيم بالرمز (x)

- يتم حساب مقلوب كل قراءة أو قيمة من القيم السابقة أى $(\frac{1}{س})$

- بجمع مقلوبات القيم السابقة نحصل على $(مد \frac{1}{س})$

- وبتطبيق القانون السابق $ق = \frac{ن}{مد \frac{1}{س}}$ نحصل على الوسط التوافقى المطلوب

مثال (١) :

أوجد الوسط التوافقى لدرجات عينه مكونه من (١٠ طلاب) فى مادة الرياضيات اذا كانت درجاتهم فى هذه المادة كانت كما يلى :

٢٥ ، ٦٠ ، ٨٥ ، ٩٠ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٧٥ ، ١٠ ، ١٠٠

الحل :

$$ق = \frac{ن}{\frac{1}{س_1} + \frac{1}{س_2} + \frac{1}{س_3} + \frac{1}{س_4} + \frac{1}{س_5} + \frac{1}{س_6} + \frac{1}{س_7} + \frac{1}{س_8} + \frac{1}{س_9} + \frac{1}{س_{10}}}$$

حيث $س_1 = ٢٥$ ، $س_2 = ٦٠$ ، $س_3 = ٨٥$ ، ، $س_9 = ١٠٠$ ، $س_{10} = ١٠$ فإن :

$$ق = \frac{١٠}{\frac{1}{٢٥} + \frac{1}{٦٠} + \frac{1}{٨٥} + \frac{1}{٩٠} + \frac{1}{٥٥} + \frac{1}{٤٥} + \frac{1}{٥٥} + \frac{1}{٧٥} + \frac{1}{١٠} + \frac{1}{١٠٠}} = \frac{١٠}{,٠٠١ + ,٠١ + ,٠١٣ + ,٠١٨ + ,٠٢٢ + ,٠١٨ + ,٠١١ + ,٠١٨ + ,٠١٦٧ + ,٠٤}$$

$$= \frac{10}{0,1615} = 61,9 \text{ درجة}$$

مثال (٢) :

إذا سارت سيارة (١ كيلومتر) بسرعة ٦٠ كم / ساعة

، (١ كيلومتر) ثانياً بسرعة ٧٠ كم / ساعة

، (١ كيلومتر) ثالثاً بسرعة ٨٠ كم / ساعة

فاحسب للوسط التوافقي لسرعة هذه السيارة خلال المسافة المقطوعة :

الحل :

$$0.0 \text{ ق} = \frac{\text{ن}}{\text{معد} \left(\frac{1}{\text{س}} \right)}$$

تصيب معد $\left(\frac{1}{\text{س}} \right)$ كما يلي :

$\frac{1}{\text{س}}$	س
٠,٠١٦٧	(١) س : ٦٠
٠,٠١٤٣	(٢) س : ٧٠
٠,٠١٢٥	(٣) س : ٨٠

$$(٤) \text{ معد} \left(\frac{1}{\text{س}} \right) = ٠,٠٤٣٥$$

وحيث أن ن = ٣ كيلومتر

$$0.0 \text{ ق} = \frac{٣}{٠,٠٤٣٥} = ٦٨,٩٧ \text{ كيلومتر / ساعة}$$

ثالثاً الوسط التوافقي في حالة بيانات مبويه

وهنا يراعى أخذ التكرارات المقابلة لكل فئه في الحسبان عند حساب الوسط التوافقي :

فإذا كانت مراكز الفئات لظاهرة أو متغير ما مبويه في صورة جدول تكرارى هي $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، $س_ن$ والتكرارات المناظرة لكل مركز هي $ك_١$ ، $ك_٢$ ، $ك_٣$ ، $ك_ن$ على الترتيب فإن .

$$\text{الوسط التوافقي (ق)} = \frac{\text{محد ك}}{\frac{\frac{ك_١}{س_١} + \frac{ك_٢}{س_٢} + \frac{ك_٣}{س_٣} + \dots + \frac{ك_ن}{س_ن}}$$

أى

$$ق = \frac{\text{محد ك}}{\left(\frac{ك}{س} \right) \text{محد}} \quad (٢)$$

مثال ٣ :

أوجد الوسط التوافقي لأطوال النلاميذ بالمثال رقم (٣) بالوسط الهندسى في المبحث السابق .

الحل :

لايجاد محد $\left(\frac{ك}{س} \right)$ ننشئ الجدول التالى :

ف	ك	س	$\frac{ك}{س}$
١٢٥	٦	١٢٨	٠,٠٤٧٩
١٣١	١١	١٣٤	٠,٠٨٢١
١٣٧	١٥	١٤٠	٠,١٠٧١
١٤٣	١٢	١٤٦	٠,٠٨٢٢
١٥٥-١٤٩	٦	١٥٢	٠,٠٣٩٥
المجموع	٥٠		٠,٣٥٨٨

$$٠٠ ق = \frac{٥٠}{٠,٣٥٨٨} = ١٣٩,٣٥ سم$$

رابعاً : الوسط التوافقى المرجح :

إذا أخذت ظاهرة ما القيم (س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ، س_ن)
ورغبنا إيجاد الوسط التوافقى لها بعد ترجيحها بالأوزان (و_١ ، و_٢ ، و_٣ ، ، و_ن)
على الترتيب فإن حساب الوسط للتوافقى فى هذه الحالة لا يختلف عن
طريقة حسابه فى حالة البيانات المبويه السابقه حيث أن الأوزان الترجيحيه
هنا (و_١ ، و_٢ ، و_٣ ، ، و_ن) تتناظر تماماً التكرارات (ك_١ ، ك_٢ ، ك_٣ ، ، ك_ن)
..... ، ك_ن) عليه فإن :

$$ق = \frac{و_١ + و_٢ + و_٣ + + و_ن}{\frac{و_١}{س_١} + \frac{و_٢}{س_٢} + \frac{و_٣}{س_٣} + + \frac{و_ن}{س_ن}}$$

أى أن :

$$ق = \frac{\text{محد و}}{\text{محد } (\frac{و}{س})} \quad (٣)$$

مثال ٤ :

إذا قطع قطار للمسافة من الاسكندرية إلى دمهور بسرعة ١٣٠ كيلو
متر/ساعة ، ومن دمهور إلى طنطا بسرعة ١٠٠ كيلو متر / ساعة ، ومن
طنطا إلى بنها بسرعة ٩٠ كيلو متر/ ساعة ومن بنها إلى القاهرة بسرعة ١٢٠
كيلو متر / ساعة ، وكانت المسافة من الاسكندرية إلى دمهور تساوى ٦٠ كيلو متر
والمسافة من دمهور إلى طنطا تساوى ٥٠ كيلو متر
والمسافة من طنطا إلى بنها تساوى ٤٥ كيلو متر
والمسافة من بنها إلى القاهرة تساوى ٥٥ كيلو متر

فاحسب الوسط التوافقي لسرعة القطار من الاسكندرية إلى القاهرة .

الحل :

$$\text{ق} = \frac{\text{مد و}}{\text{مد } \left(\frac{\text{و}}{\text{س}} \right)}$$

لايجاد مد ($\frac{\text{و}}{\text{س}}$) ننشئ الجدول التالي

و	و	س
$\frac{\text{و}}{\text{س}}$		
٠,٤٦١٥	٦٠	١٣٠
٠,٥٠٠٠	٥٠	١٠٠
٠,٥٠٠٠	٤٥	٩٠
٠,٤٥٨٣	٥٥	١٢٠
١,٩١٩٨	٢١٠	المجموع

$$\text{ق} = \frac{٢١٠}{\frac{١٠٩,٣٩}{١,٩١٩٨}} = \text{الوسط التوافقي المرجح} = ١٠٩,٣٩ \text{ كيلومتر/ساعه}$$

نحاطاً : خصائص الوسط التوافقي :

١ - الوسط التوافقي مقياس للقيمة مثل الوسط الحسابي وليس مقياس للموضع كما هو الحال في الوسيط والمنوال، وعليه فتدخل في حساب قيمته كل مفردات التوزيع بما فيها المفردات الشاذة أو المتطرفة ، لذا تؤثر جميع القيم في حساب قيمته لكنه لا يتأثر بالقيم الشاذة كما هو الحال في الوسط الحسابي .

٢ - يتعذر حساب قيمته اذا كانت إحدى مفردات المتغير (س) تساوى الصفر (في حالة بيانات غير مبنوية) أو كان أحد مراكز الفئات يساوى الصفر (في حالة البيانات المبوية) .

٣ - يفضل استخدام الوسط التوافقي عن باقى المتوسطات الأخرى فى حالات حساب متوسطات معدلات المزرعة بالنسبة للزمن أو معدلات التغير فى الإنتاج ببعض المصانع والآلات أو متوسط الأسعار إذا أعطيت بـذلاله وحدة النقود.

٤ - الوسط التوافقي دائما أصغر من الوسط الهندسى والوسط الهندسى دائما أصغر من الوسط الحسابى أى أن :

$$\text{الوسط الحسابى} < \text{الوسط الهندسى} < \text{الوسط التوافقي}$$

أى :

$$(\bar{M} < H < Q) \quad (*)$$

(*) سبق إثبات أن $H < Q$ عند دراسة الوسط الهندسى وعليه ينبى إثبات أن $H < Q$.
فلذا كان لدينا المتغير (M) يأخذ القيمتين الموجبتين M_1 ، M_2 ، حيث $M_1 \neq M_2$ ، فإن

$M < H$ أى أن

$$\begin{aligned} \frac{M_1 + M_2}{2} &< \sqrt{M_1 M_2} \quad \text{بضرب الطرفين فى} \quad \frac{\sqrt{M_1 M_2}}{M_1 + M_2} \quad \text{نجد أن} \\ \frac{M_1 + M_2}{2} \cdot \frac{\sqrt{M_1 M_2}}{M_1 + M_2} &< \sqrt{M_1 M_2} \cdot \frac{\sqrt{M_1 M_2}}{M_1 + M_2} \\ \frac{M_1 + M_2}{2} &< \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \\ \frac{1}{\frac{M_1 + M_2}{2}} &< \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \\ \frac{2}{M_1 + M_2} &< \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \\ \frac{2}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} &< \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \\ \frac{2}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} &< Q \end{aligned}$$

وتأكيد لذلك أنظر حل المثال رقم (٧) في الوسط الحسابي وهو نفسه المثال رقم (٣) بالوسط الهندسي ، وهو نفسه المثال رقم (٣) بالوسط التوافقي من هذا الفصل حيث كان متوسط الطول للتلميذ في هذه العينة كما يلي على الترتيب:

$$\bar{x} = 140,12 \text{ سم}$$

$$\bar{h} = 139,9 \text{ سم}$$

$$\bar{q} = 139,35 \text{ سم}$$

تمارين ٤

١ - فيما يلي جدول تكرارى يوضح الأجرة الأسبوعية لعدد من العمال بإحدى الورش .

فئات الأجر	١٠ -	٢٠ -	٣٠ -	٤٠ -	٥٠ -	٦٠ - ٧٠	الاجمالى
عدد العمال	٢	٨	١٠	٣٠	٢٥	١٥	٩٠

والمطلوب :

إيجاد

١ - الوسط الحسابى للأجر الأسبوعى بالورشة .

أولا : بالطريقة المباشرة .

ثانيا : طريقة الوسط الفرضى

ثالثا : طريقه الانحرافات المختصرة

٢ - سيط الأجر .

٣ - مثال الأجر ، حسابيا ، وبيانيا

(٢) فيما يلي توزيع تكرارى لصناديق التأمين الخاصة على حسب فئات

المال الإحتياطى فى عامى ١٩٩٣/٩٢ ، ١٩٩٤/٩٣ فى ج.م.ع . (القيمة

بالمليون جنيه)

فئة المال الإحتياطى (ف)	أقل من ١	١ -	١٠ -	٥٠ -	١٠٠ -	٢٠٠ - ٣٠٠	الاجمالى
عددالصناديق (١٩٣/٩٢)	١٧٨	١٤٠	٣٠	٢	٢	١	٣٥٣
عددالصناديق (٩٤/٩٣)	١٨٧	١٧٥	٣٥	٥	٠	٣	٤٠٥

المطلوب :

- ١ - متوسط المال الإحتياطي لمجموعه الصناديق في كل عام .
- ٢ - لماذا اختلف هذا المتوسط عام ٩٢/٩٣ عنه في عام ٩٣/٩٤ .
- (٣) للجدول التالي يمثل عينة عدد حالات الطلاق التي تمت بإحدى المدن في عام مصنفة طبقاً لمدة الحياة الزوجية بالسنين .

مدة الحياة الزوجية بالسنين (ف)	أقل من سنة	١	٢	٣	٤	٥	١٠	٢٥	٣٠-٥٠
عدد حالات الطلاق ك	٥٠	٣٠	٤٠	٢٠	١٠	٩	٦	٣	٢

المطلوب :

- متوسط مدة الحياة الزوجية في المدينة المذكورة لهذه العينة كوسط حسابي، وسيط، وموالت، حسابياً، وبيانياً.
- (٤) فيما يلي توزيع تكرارى لمعينة من العمال طبقا لعدد أيام البطالة خلال عام .

فئات عدد أيام البطالة (ف)	١-٣	٤-٧	٨-١٠	١١-١٥	١٦-٢٠	٢١-٣٥
عدد العمال (ك)	٦٠	٢٥	١٥	٨	١٠	٢

والمطلوب :

- تقدير متوسط عدد أيام البطالة السنوية للعامل الواحد في العينة السابقة .
- سواء أكان وسطا حسابيا أو وسيطا أو موالتا .

(٥) الجدول التالي لتوزيع تكرارى لعدد ٦٠٠ أسرة مورعه على حسب
الأنفاق الشهرى على بند الغذاء للأسرة الواحدة بالجنيه .

الدخل الشهرى بالجنيه	١٠٠ -	١٥٠ -	٢٠٠ -	٣٠٠ -	٥٠٠ -	٨٠٠ فأكثر	المجموع
عدد الأسر	٥٠	٧٠	٨٠	١٠٠	٢٤٠	٦٠	٦٠٠

والمطلوب :

(أ) حساب المتوسط المناسب لإنفاق الأسرة على بند الغذاء للعينة
السابقه .

(ب) إستنتج الوسط الحسابى لهذا الإنفاق من التوزيع السابق .

(٦) قارن بين الوسط الحسابى ، والوسيط ، والمتوال لتوزيع الايرادات
للمبيعات السنويه فى صناعتين مختلفتين (أ) صناعه السجاد ، (ب) صناعه
الحديد والصلب والموضحه بالجدول التالى :

الإيرادات السنويه (بالآلف جنيه)	عدد الصفقات	
	الصناعة (أ)	الصناعة (ب)
١٠ -	٥	١
١٥ -	١٨	٤
٢٠ -	٢٠	١٠
٣٥ -	١٠	١٥
٥٠ -	١٠٠	١٨
٧٠ -	٦٠	٢٠
٨٠ -	٤	٣٠
١٠٠ -	٢	٢٠
١٥٠ -	٢	٥٠
٢٠٠ -	٣	١٢٢
٤٠٠ - ٥٠٠	١	١٥٠
الاجمالى	٢٢٥	٤٤٠

(٧) فيما يلي التوزيع النسبي لكل من العمال والموظفين في إحدى الشركات وفقاً للأجر الشهري بالجنيه .

فئات الأجر الشهري	١٠٠ -	١٥٠ -	٢٠٠ -	٣٠٠ -	٥٠٠ -	٨٠٠ -	١٠٠٠ -	%
نسبة العمال %	٥	١٥	٢٥	٣٠	١٥	١٠	١٠٠	
نسبة الموظفين %	٢	٥	١٥	٢٥	٤٥	٨	١٠٠	

المطلوب :

(أ) حساب كل من الوسط الحسابي ، ووسط الأجر الشهري لكل من العمال والموظفين .

(ب) إذا علمت أنه بالشركة ٥٠٠ عامل ، ٥٠ موظف إستنتاج الوسط الحسابي للأجر الشهري لجميع العاملين بالشركة .

(٨) احسب متوسط الأجر للعمال، ومتوال الأجر للموظفين حسابياً، وبياناً من الجدول السابق .

(٩) احسب مقياس النزعة المركزية الذي تراه مناسباً للتوزيع التكراري التالي ، ثم اذكر سبب إختيارك لهذا المقياس .

ف	أقل من ٢٠	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	٤٠ -
(ك) النسبي	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٥	٢	٠,١٥

(١٠) البيانات التالية عبارة عن كمية الأمطار بالمليمتر التي سقطت على مدينة بيروت خلال (٤٠ سنة) متتالية :

٢٦,٢٠	٢٩,٢٠	٢٩,١٢	٢٥,٩٣	٢٢,٤٥
٢٧,٤٠	٢٣,٢١	٢٢,٨٨	٢٥,٥١	٣٤,٩٠
٢٩,١٦	٣١,١١	٢٣,١١	٢٢,٨٤	٣٠,٢٠
٢٧,٩٥	٢٧,١٥	٢٤,٣٦	٢٨,٠٠	٣٥,٢٣
٢٨,٦٠	٣٦,٨٠	٢٥,٧٥	٢٤,٠٠	٣٦,١٧
٣٥,١١	٢٧,٢٠	٣٣,١١	٢٦,٠٠	٣٨,٦٢
٢٨,٦٠	٣٢,١٧	٣١,٨١	٣٣,٦٦	٣٣,٠٠
٢٨,٤٠	٢٨,٩٠	٢٨,٢١	٣١,٩٩	٣٥,٠٠

المطلوب :

(أ) تبويب البيانات السابقة في صورة جدول تكرارى منتظم طول فئه (٢ مليمتر) مبتدأ بالفئه (٢٢ -) .

(ب) إحسب كل من الوسط الحسابى ، والوسيط ، والمنوال مع الحكم على شكل للتوزيع .

(١١) إحسب الوسط الحسابى العام من البيانات التاليه .

$$ن_١ = ٧$$

$$ن_٤ = ١٥$$

$$ن_٦ = ٩$$

$$ن_٥ = ٢٠$$

$$ن_٢ = ١٢$$

$$ن_١ = ٣٠$$

$$م_١ = ٢٠$$

$$م_٤ = ٥٠$$

$$م_٧ = ٣٠$$

$$م_٥ = ٦٠$$

$$م_٣ = ٤٠$$

$$م_١ = ٧٠$$

(١٢) إحسب كل من

(أ) الوسط للحسابى (ب) الوسيط (ج) المنوال

للتوزيع التكرارى للتمرين رقم (٢٢) فى تمارين (١) السابقة.

(١٣) اذا علمت أن :

$$\begin{aligned} \text{التكرار المعدل النسبي} &= \frac{\text{التكرار المعدل}}{\text{مجموع التكرارات المعدلة}} \\ \text{التكرار النسبي المعدل} &= \frac{\text{التكرار النسبي}}{\text{طول الفئة}} \end{aligned}$$

فأثبت أن :

المتوال المحسوب من التكرار المعدل النسبي يساوى المتوال المحسوب من التكرار النسبي المعدل .

(١٤) أوجد الوسط الهندسى للقيم التالية :

١٤، ١٢، ١٧، ٥، ٧، ٩، ٤، ٢

(١٥) قارن بين الوسط الحسابى والوسط الهندسى والوسط التوافقى للتوزيع التكرارى التالى لعينه من عمال أحد المصانع :

مدة التعيب بالايام	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥-٥٠
عدد العمال	١٠	٢٥	٣٠	٥٠	١٥	١٢	٨

(١٦) قُطعت طائرة ١٠٠ ميل بسرعه ٦٥٠ ميل فى الساعه ثم ٢٠٠ ميل التالايه بسرعه ٧٥٠ ميل فى الساعه ثم ٣٠٠ ميل تالايه بسرعه ٨٠٠ ميل فى الساعه ، احسب متوسط سرعه الطائرة .

(١٧) احسب الوسط الحسابى والوسط الهندسى والوسط التوافقى لـ زرقام من ١ إلى ٢٠ ثم تحقق من أن $\bar{x} = \bar{y} = \bar{z}$ ، هـ ، ق .

(١٨) فيما يلى جدول تكرارى لحجم الودائع فى أحد البنوك (بالآلف جنيه) لعينه من عملاء هذا البنك .

فئه الودائع	٢٠	٥٠	١٠٠	٢٠٠	٤٠٠	١٠٠٠-٥٠٠
عدد العملاء	٣٠٠	١٥٠	٥٠	١٠٠	١٠٠	٥٠

المطلوب

- (أ) الوسط الحسابى ، والوسيط ، والمنوال لهذا التوزيع .
- (ب) إستخدام بيانات الوسط الحسابى والوسيط . . فى الحكم على شكل التوزيع .
- (جـ) الوسط الهندسى والوسط التوافقى لهذا التوزيع .

الفصل الخامس مقاييس التشتت

Measures Of Dispersion

مقدمة عامة :

فى الفصل السابق - المتوسطات - تم تلخيص بيانات الظاهرة موضوع الدراسة فى صورة رقم واحد - الوسط الحسابى أو الوسيط المتوال ... الخ . لكن قيم المتوسطات السابقة لا تعطى صورة كاملة عن خصائص أو توزيع الظاهرة موضوع الدراسة، ذلك لأنها لا تكفى لاعطاء فكرة عن درجة التجانس أو الإختلاف - التباين - بين قيم هذه الظاهرة ، وللامر السابق أهمية كبيرة خاصة إذا تعلق الأمر بمقارنة مجموعتين أو أكثر من البيانات الإحصائية .

تعريف التشتت وأهميته .

التشتت فى مجموعة من القيم يقصد به التباعد بين مفردات هذه المجموعة أو التفاوت والإختلاف بينها ، وهذا التفاوت أو التشتت قد يكون صغيراً إذا كانت قيم مفردات المجموعة قريبة من بعضها البعض، بينما يكون التشتت كبيراً إذا كانت هذه القيم بعيدة عن بعضها البعض .

ونظراً لأنه من النادر تساوى كل من أعمار مجموعة من الطلبة أو أوزانهم أو أطوالهم، كما أنه نادراً ما تتساوى تقديرات نجاح جميع الطلبة فى أى سنة دراسية، لكن من الطبيعى أن يوجد إختلاف بين أعمار هؤلاء الطلبة أو أوزانهم أو أطوالهم، وهكذا بالنسبة لتقديرات نجاح الطلبة فى سنة دراسية ما ٠٠٠ وهكذا الأمر فى باقى الظواهر الأخرى .

لكل ما تقدم فإن القيمة التى نعتبرها مثله لمجموعة من القيم - المتوسطات - لأبد أن تكون مصحوبة بقيمة أخرى تقس لنا مدى تباعد هذه القيم أو قربها من بعضها أو المتوسط لأنه إذا كبر مقياس التشتت إلى درجة كبيرة، فإن

مقياس المتوسط يفقد أهميته كقيمة ممثلة لمجموعة القيم والعكس صحيح إذا كان مقياس التشتت صغيراً ، فتزداد أهمية مقياس المتوسط كقيمة ممثلة لمجموعة القيم (في البحث الإحصائي) .

لهذا فإن مقدار التشتت يعتبر مقياساً لقياس تجانس أو تشتت البيانات الاحصائية أو عدم تجانسها في ظاهرة ما .
والأمثلة التالية توضح لنا ما تقدم .

مثال (١) :

ما يلي مجموعتين متساويتين من مفردات القيم عدد ١ ومجموعاً (عدد القيم في كل منها ٨ قيم ومجموعها ٨٠) .

المجموعة (١) ومفرداتها : ١ ، ٣ ، ٥ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ ، ٢٠ ، ٢٠

المجموعة (٢) ومفرداتها : ٢ ، ٤ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ٨ ، ١٠ ، ٢٥

فيمكن قياس الوسط الحسابي لكل منها كمايلي :

$$\bar{x}_1 = \frac{\text{مجموع}}{n} = \frac{80}{8} = 10$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\text{مجموع}}{n} = \frac{80}{8} = 10$$

ونظراً لأن الوسط الحسابي لهما واحداً وهو القيمة (١٠) فكان يمكن الظن بأن توزيعيهما واحد أيضاً ، لكن الواضح أن توزيع مفردات المجموعة (١) يختلف عن توزيع مفردات المجموعة (٢) تماماً، أي أن هناك إختلاف أو تباين بين مفردات مجموعتي للقيم ورغم اشتراكهما في المتوسط، أو بمعنى آخر هناك عدم تجانس (تشتت) بين بيانات مفردات المجموعتين .

والسؤال الآن : ما هي المقاييس التي تقىس لنا مدى تشتت أو تباعد القيم أو بمعنى آخر مقاييس التشتت المختلفة .

مقاييس التشتت المختلفة :

هناك مقاييس متعددة للتشتت ، منها مقاييس تكون من نفس نوعيه وحدات الظاهرة التى نقوم بدراستها ، يطلق عليها مقاييس التشتت المطلق ، ومقاييس أخرى نسبية أى فى صورة نسبة مئوية مختلفة عن وحدات الظاهرة موضوع القياس يطلق عليها مقاييس التشتت النسبى ، والأخير له تتميز بصلاحيته للاستخدام عند المقارنة بين مجموعتين مختلفتين من حيث وحدات القياس للظواهر ، وهو ما لا يمكن إجراؤه باستخدام مقاييس التشتت المطلقة لإختلاف نوعية وحدات القياس بينهما .

أولاً : مقاييس التشتت المطلق :

هناك عدة مقاييس لحصالية لقياس التشتت المطلق تختلف فيما بينها من حيث الدقة ، والسهولة ، والأساس النظرى الذى يبنى عليه كل منها ومن أهمها :

(١) المدى Range :

ويعتبر من أسهل وأبسط مقاييس التشتت ، وإن كان ليس أنفعها ، وهو يمثل الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة بين مفردات الظاهرة موضوع الدراسة أى أن :
المدى لمجموعة من القيم = أكبر قيمة - أصغر قيمة (فى نفس المجموعة)

مثال (١) : فى المثال رقم (٢) فى الفصل الثالث الخاص بتوزيع أطوال ٥٠ تلميذاً بأحدى الفصول الدراسية ، إحصى المدى لتوزيع أطوال التلاميذ فى الفصل كعينة لأطوال التلاميذ فى السنة الدراسية .

الحل :

حيث أطول تلميذ فى المجموعة يبلغ طوله ١٥٤ سم ، وأصغر تلميذ فى المجموعة يبلغ طوله ١٢٥ سم وعليه فإن :

$$\text{المدى} = 154 - 125 = 29 \text{ سم}$$

مثال (٢) : لو أخذت عينة متساوية فى عددها ٥٠ تلميذاً ومختلفين فى الطول حيث بلغ طول أكبر تلميذ بها ١٦٠ سم وطول أصغر تلميذ بها ١٢٠ سم فإن :

مدى الطول في العينة الأخيرة = ١٦٠ - ١٢٠ = ٤٠ سم .

وعليه يمكننا القول بأن العينة الأولى للتلاميذ في مثال (١) أقل تشتتاً من العينة الثانية في مثال (٢) لأن المدى في الأولى بلغ ٢٩ سم والمدى في الثانية بلغ ٤٠ سم .
وبمعنى آخر فإن العينة الثانية أقل تجانساً من العينة الأولى ، أى أن أطوال التلاميذ في العينة الأولى أكثر تقارباً - أو أقل إختلافاً - من العينة الثانية .

مثال (٣) أوجد المدى في المثال رقم (٢) بالفصل الثالث والخاص بالتوزيع التكرارى لأطوال مجموعة التلاميذ .

الحل :

حيث أن للتوزيع التكرارى لأطوال التلاميذ كان كما يلي :

ف	(١٢٥)	- ١٣١	- ١٣٧	- ١٤٣	١٤٩ - (١٥٥)	المجموع
ك	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠

فإن المدى في التوزيعات التكرارية هنا هو الفرق بين الحد الأعلى للفتة الأخيرة ، والحد الأدنى للفتة الأولى .
أى أن :

المدى في التوزيع التكرارى = الحد الأعلى للفتة الأخيرة في التوزيع - الحد الأدنى للفتة الأولى في التوزيع

وفى مثالنا = ١٥٥ - ١٢٥ = ٣٠ سم .

مثال (٤) أما المدى لعدد أيام الغياب في المثال رقم (٣) في الفصل الثالث

أيضاً = ٣٦ - ١ = ٣٥ يوماً .

ويجب المدى كمقياس للتشتت المطلق ، عدم الدقة ، نظراً لإعتماده في

القياس على قيمتين فقط - أو حدين فقط - وهما أكبر وأصغر قيمة في مجموعة القيم أو الحد الأعلى للفترة الأخيرة والحد الأدنى للفترة الأولى في التوزيع التكرارى ، وقد يكون إحداهما أو كلاهما متطرفاً بينما للقيم الأخرى متجمعة بالقرب من بعضها البعض .

لذلك عادة ما يستخدم المدى عندما نرغب في قياس تقريبي سريع لمدى تشتت المفردات دون الاهتمام بالدقة في القياس، أو حين يكون للمفردات المتطرفة أهمية خاصة، كتوزيعات درجات الحرارة على سبيل المثال ، حيث تطن درجات الحرارة اليومية بأعلى درجة وأدنى درجة (العظمى والصغرى) خلال اليوم كما يشيع استخدام المدى في حالات ضبط مراقبة جودة الإنتاج .

(٢) نصف المدى الربيعي (الإنحراف الربيعي) *Quarti Deviation*

وهو مقياس آخر للتشتت المطلق ، ويمقتضاه تلالشى العيب الموجود بالمدى المطلق السابق ، وذلك بالإعتماد على قيمتين آخرتين هما الربيع الأعلى والربيع الأدنى .

فنفظراً لأن الربيع الأدنى (ر) يقع في نهاية الربع الأول (٢٥٪) من مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعدياً والربيع الأعلى (ر) يقع في نهاية الربع الثالث أى في نهاية (٧٥٪) منها كما يلي:



وبالتبع أى مقياس تشتت يأخذ في الاعتبار المدى بينهما (ر - ر) سيضمن عدم تأثره بالقيم للمتطرفة ، أو للشاذة ، والتي عادة ما تقع في بداية القيم أو في نهايتها ، وذلك بإستبعادنا كل من القيم التي تسبق الربيع الأدنى (ر) وبعد الربيع الأعلى (ر) وبذلك الإجراء نضمن عدم تأثره بمثل هذه القيم المتطرفة ، حيث تنحصر القيم ذات الأهمية في مجموعة القيم بينهما والذي نطلق عليه المدى الربيعي أو الإنحراف الربيعي .

لكل ما تقدم فإنه من المنطق والأفضل الإعتماد على منطقة المدى الربيعية، عند حساب نصف المدى الربيعي والذي يفسر على أنه معدل إختلاف الربيع الأعلى أو الربيع الأدنى عن الوسيط في التوزيع التكرارى وذلك لأن نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي) .

$$أى = \frac{\text{قيمة الربيع الأعلى} - \text{قيمة الربيع الأدنى}}{2}$$

مثال (٥) : أوجد نصف المدى الربيعي فى المثال رقم (٣) السابق.

الحل :

من المثال رقم (٩) فى المبحث الثانى من الفصل الرابع السابق نجد أن:

قيمة الربيع الأدنى (ر) = ١٣٤,٥٥ سم

قيمة الربيع الأعلى (ر) = ١٤٥,٧٥ سم

وعليه فإن :

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{١٣٤,٥٥ - ١٤٥,٧٥}{2}$$

$$= \frac{١١,٢٠}{2} = ٥,٦ \text{ سم}$$

مثال (٦) إحسب نصف المدى الربيعي فى التوزيع التكرارى التالى

للأجر اليومي بالجنه لعدد ٢١٠ عاملاً بأحد المصانع .

فئة الأجر اليومي (ن)	٥ -	١٠ -	٢٠ -	٤٠ -	٥٠ - ٦٠	المجموع
عدد العمال (ك)	٢٠	٣٠	١٠٠	٢٠	٤٠	٢١٠

الحل

ف	ك	حدود الفئات	ت.م.ص.	ملاحظات
٠-٥	٢٠	أقل من ٥	صفر	
٥-١٠	٣٠	أقل من ١٠	٢٠	
١٠-٢٠	١٠٠	أقل من ٢٠	٥٠	ت.م.ص. السابق ٥٢,٥ ترتيب ب
٢٠-٤٠	٢٠	أقل من ٤٠	١٥٠	ت.م.ص. السابق ١٥٧,٥ ترتيب ب
٤٠-٦٠	٤٠	أقل من ٥٠	١٧٠	
		أقل من ٦٠	٢١٠	
المجموع	٢١٠			

$$\text{ترتيب ب} = \frac{\text{م.ك}}{\text{ع}} = \frac{٢١٠}{٤} = ٥٢,٥$$

$$\text{ترتيب ب} = ٣ \times \frac{\text{م.ك}}{\text{ع}} = ٣ \times \frac{٢١٠}{٤} = ١٥٧,٥$$

$$\text{قيمة (ب)} = ٢٠ + \left(٢٠ \times \frac{٥٠ - ٥٢,٥}{١٠٠} \right)$$

$$= \frac{٢٠ \times ٢,٥}{١٠٠} + ٢٠ =$$

$$= ٢٠,٥ + ٢٠ = ٢٠,٥ \text{ جنيه}$$

$$\text{قيمة (ب)} = ٤٠ + \left(١٠ \times \frac{١٥٠ - ١٥٧,٥}{٧٠} \right)$$

$$\frac{10 \times 7,5}{20} + 40 =$$

$$3,75 + 40 =$$

$$= 43,75 \text{ جنيهاً}$$

نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي)

$$\frac{20,5 - 43,75}{2} =$$

$$= - \frac{23,25}{2} = - 11,63 \text{ جنيهاً}$$

وعادة ما يستخدم نصف المدى الربيعي في الحالات التالية :

١ - عندما نستخدم الوسيط كمقياس لمتوسط التوزيع التكرارى .

٢ - أيضاً عندما يكون التوزيع للتكرارى مفتوحاً .

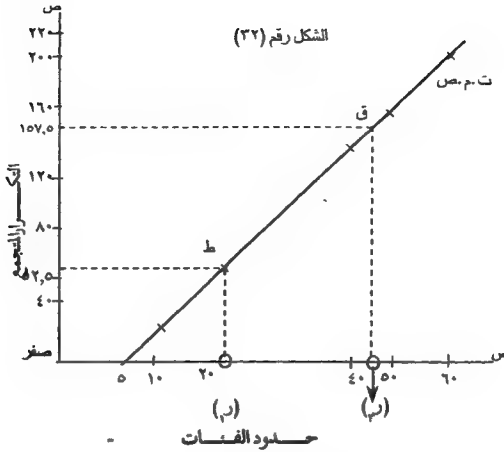
٣ - وأيضاً عندما تكون هناك مفردات قليلة متطرفة في مجموعة القيم أو يكون التوزيع شديد الالتواء

٤ - في حالات البيانات الوصفية القابلة للترتيب .

مثال (٧) لحساب الانحراف الربيعي في المثال رقم (٦) للسابق باستخدام أسلوب الرسم البياني :

الحل :

يعد إعداد الجدول التكرارى المتجمع المساعد ، وتحديد ترتيب كلا من (ب) ، (ب) فإننا من الرسم البياني التالي ، نقرأ قيمة الانحراف الربيعي كما في الشكل رقم (٢٢) التالي :



$$\text{وحيث أن نصف المدى الربيعي} = \frac{ر - س}{2} = \frac{٢١ - ٤٤}{2} = \frac{٢٣}{2} = ١١,٥ \text{ جليها}$$

(الانحراف الربيعي)

وبالطبع تتوقف دقة حساب قيمة الانحراف الربيعي على الدقة في الرسم البياني ، لكل ماسبق يعتبر الانحراف الربيعي أفضل من المدى المطلق كمقياس للتشتت، ولكن نظراً لاعتمادهما المدى، والانحراف الربيعي - على مفردتين فقط عند حساب قيمتهما ، وإهمال باقي مفردات الظاهرة موضوع القياس فيعتبر مقياسين غير جيدين لقياس التشتت، لهذا يعتبر من مقاييس التشتت غير شائعة الاستخدام، كما يعيب الانحراف الربيعي أنه يعتمد على مقياس موضع ،

لذا يعتبر صورة من صور المدى ، كما أنه يهمل ٥٠٪ من بيانات الظاهرة موضوع الدراسة ، لذا كان لا بد من البحث عن مقاييس أخرى للتشتت المطلق بفكر وأساس مختلف عما سبق.

٣ - الإنحراف المتوسط : Mean Deviation

كلا من المدى المطلق ونصف المدى الربيعي ، قاما على فكرة قياس تشتت مجموعة قيم الظاهرة عن بعضها البعض ، ومعنى آخر مدى الاختلاف بين القيم المختلفة لمفردات الظاهرة موضوع الدراسة ، لكن عند دراستنا لموضوع المتوسطات إتفقنا على أنه من الممكن تلخيص مجموعة من القيم لظاهرة ما في رقم واحد هو المتوسط - للوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال - ومن ثم فإن الإنحراف المتوسط سيعتمد على قياس التشتت بين قيم مفردات الظاهرة عن متوسطها وليس عن بعضها البعض كما هو الحال في المقاييس السابقة للتشتت ، على أنه من المفضل إستخدام انحراف القيم عن وسطها الحسابي (م) دون باقي المتوسطات .

وماسبق يعنى حساب الفرق بين كل قيمة من قيم الظاهرة (س) والوسط الحسابي لمجموعة القيم (م) ، ومما لا شك فيه أن التشتت حول هذه القيمة (م) يكون كبيراً أو صغيراً حسب ما تكون عليه هذه الفروق كبيرة أو صغيرة في مجموعها .

لكننا سبق أن أوضحنا (٥) أنه من أهم خصائص الوسط الحسابي أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي = صفر أى [م - س] = صفر ، والخاصية السابقة تتناقض مع ما سبق ذكره عند إيضاح الأساس الذي يعتمد عليه حساب قيمة الانحراف المتوسط ، لأن معنى ذلك أن قيمة الإنحراف المتوسط لا بد وأن تساوى (صفر) دائماً ، أى سيكون إنحراف بدون قيمة وبالتالي بدون معنى .

(٥) البحث الأول : الفصل الرابع

وللتخلص من المشكلة السابقة عند حساب الانحراف المتوسط وحتى يكون له قيمة ومعنى ، فإننا سنهتم بالقيم المطلقة للانحرافات | س - س | ، وبالتالي مجموع انحرافات القيم المطلقة عن وسطها الحسابي أى مج | س - س | ، وهذا يعنى تجريد هذه الانحرافات من إشارات الجبرية السالبة وذلك بإهمال مثل هذه الإشارات السالبة (*) وبتصور أن كل الانحرافات موجبة .

وللحصول على الانحراف المتوسط فإننا نقسم مجموع هذه الفروق بعد إهمال إشارات السالبة (مج | س - س |) على عدد القيم ليعطى لنا قيمة الانحراف المتوسط .

(أ) الانحراف المتوسط لقيم كمية غير مبرية :

مثال (٨) أوجد الانحراف المتوسط لدرجات عينة مكونة من ١٠ طلاب فى مادة الرياضيات التالية :

١٠٠ ، ١٠ ، ٧٥ ، ٥٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٦٠ ، ٥٠

الحل :

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مج | س - س |}}{ن} \text{ أو } \frac{\text{مج | ح |}}{ن}$$

حيث س تمثل القيم ، س تمثل الوسط الحسابي لمجموعة هذه القيم ، ن عدد مفردات هذه القيم .

خطوات الحل :

$$(١) \text{ س} = \frac{\text{مج س}}{ن} = \frac{٦٠٠}{١٠} = ٦٠ \text{ درجة}$$

(*) سبب إهمال إشارة الانحرافات السالبة ، هو أننا ننظر إلى الانحراف باعتباره مجرد فرق بين للقيمة والمتوسط بصرف النظر عن كون هذا الفرق بالنقص أو بالزيادة ، لأن التشعب الذى نريد قياسه لا يميز بين النقص والزيادة عن المتوسط بل يهتم بمقدار البعد عنه .

$$\begin{aligned}
 &= \text{مجموع انحرافات القيم المطلقة عن وسطها الحسابى مج} |س - ق| \\
 &|س - ق| + |س - ق| + |س - ق| + \dots + |س - ق| \\
 &\text{أى: } |ح| + |ح| + |ح| + \dots + |ح| \\
 &= |٦٠ - ٢٥| + |٦٠ - ٦٠| + |٦٠ - ٨٥| + |٦٠ - ٩٠| + |٦٠ - ٥٥| \\
 &\quad ٢٥ + \text{صفر} + ٢٥ + ٣٠ + ٥ \\
 &+ |٦٠ - ٤٥| + |٦٠ - ٥٥| + |٦٠ - ٧٥| + |٦٠ - ١٠| + |٦٠ - ١٠٠| \\
 &\quad ١٥ + ٥ + ١٥ + ٥٠ + ٤٠ \\
 &= ٢٢٥
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (٣) \text{ الانحراف المتوسط} &= \frac{\text{مج} |س - ق|}{\text{ن}} \text{ أو } \frac{\text{مج} |ح|}{\text{ن}} \\
 &\text{(متوسط الانحرافات المطلقة)} \\
 &= \frac{٢٢٥}{١٠} = ٢٢,٥ \text{ درجة}
 \end{aligned}$$

أى أن التشتت حول الوسط الحسابى يبلغ ٢٢,٥ درجة .

(ب) الانحراف المتوسط للقيم الكمية المبوبة (التوزيعات التكرارية)

لإيجاد الانحراف المتوسط من بيانات مبوبة نتبع الخطوات التالية :

١ - إيجاد الوسط الحسابى (ق)

٢ - حساب الانحرافات المطلقة |ح| وهى تساوى |س - ق| حيث
س مراكز الفئات

٣ - ضرب تكرار كل فئة فى إنحرافها المطلق المناظر أى : |س - ق| ك

٤ - جمع حاصل ضرب كل فئة فى إنحرافها المطلق المناظر أى
مج (|س - ق| ك) .

٥ - بقسمة مج (| س - م | ك) على إجمالي التكرارات مج (ك)
 نحصل على الانحراف المتوسط

$$\text{أى أن الانحراف المتوسط} = \frac{1}{\text{مج ك}} [\text{مج (| س - م | ك)}]$$

مثال (٩) : أوجد الإنحراف المتوسط لأجر العامل بالجنيه من التوزيع التكرارى التالى :

فئة الاجر (ف)	-٥	-١٠	-٢٠	-٤٠	٦٠ - ٥٠	المجموع
عدد العمال (ك)	٢٠	٣٠	١٠٠	٢٠	٤٠	٢١٠

الحل :

ف	ك	مراكز الفئات س	س ك	س - م ح	س - م ك ح ك
-٥	٢٠	٧,٥	١٥٠	٢٤,٤	٤٨٨
-١٠	٣٠	١٥	٤٥٠	١٦,٩	٥٠٧
-٢٠	١٠٠	٣٠	٣٠٠٠	١,٩	١٩٠
-٤٠	٢٠	٤٥	٩٠٠	١٣,١	٢٦٢
٦٠ - ٥٠	٤٠	٥٥	٢٢٠٠	٢٣,١	٩٢٤
المجموع	٢١٠		٦٧٠٠		٢٣٧١

$$\text{م} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \frac{٦٧٠٠}{٢١٠} = ٣١,٩ \text{ جنيه}$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{1}{\text{مج ك}} [\text{مج (| س - م | ك)}]$$

$$= \frac{1}{٢١٠} [٢٣٧١]$$

$$= - ١٩٥ -$$

- ١١,٢٩ جنيهاً

لكن نظراً لصعوبة إجراء حسابات هذا المقياس من ناحيه ، ولاهماله للإشارات الفروق السالبة - وهى عملية غير منطقية - من ناحية أخرى، جعلاه (أى الانحراف المتوسط) مقياس نشئت غير شائع الإستخدام بين الإحصائيين .

(٤) الانحراف المعيارى *Standard Deviation*

وهو من أهم وأشهر مقاييس التشتت المطلق على الإطلاق ، ويعتمد فى قياسه أيضاً على مدى تباعد أو تقارب قيم مفردات الظاهرة موضوع القياس عن وسطها الحسابى ، كما هو الحال فى الانحراف المتوسط ، لكن إذا كان الانحراف المتوسط قام على فكرة إهمال الإشارات السالبة للفروق بين القيم ووسطها الحسابى ، فإن الانحراف المعيارى يقوم على فكرة أخرى وهى تربيع هذه الفروق ^(٥) ، وذلك كإجراء للقضاء على تلاشى مجموع الفروق بين القيم ووسطها الحسابى - وبالطبع إجراء عملية تربيع الفروق ، أكثر منطقية من إهمال الإشارات السالبة لهذه الفروق فى الانحراف المتوسط .

بعد إجراء عملية التربيع السابقة لهذه الفروق ، فبقسمة مجموع مربعات هذه الفروق على عددها ينتج لنا مقياس يطلق عليه التباين (Variance) (ويرمز له بالرمز σ^2 إذا كان للتوزيع لعينة ، σ^2 إذا كان للتوزيع لمجتمع إحصائى) أى أن التباين عبارة عن متوسط مجموع مربعات إنحرافات القيم عن وسطها الحسابى (ويكون تمييز التباين وحدة قياس مربعة للظاهرة موضوع الدراسة) أى أن :

$$\sigma^2 \text{ أو } \sigma^2 = \frac{\text{مجموع } (x - \bar{x})^2}{n} \quad (\text{للبيانات كمية غير مبوبة})$$

(٥) إجراء عملية التربيع لأى قيمة سالبة تحولها إلى قيمة موجبة ، وهكذا تكون الفروق السالبة بعد إجراء عملية التربيع موجبة .

$$١. ع' أو \sigma' = \frac{\text{مج} (س - س') ك}{\text{مج} ك} \quad (\text{لبيانات كمية مبوبة})$$

لكن بأخذ الجذر التربيعي للتيابن ينتج لنا الانحراف المعياري (ويكون تمييزه بوحدة قياس من نفس نوعية البيانات الأصلية للظاهرة موضوع الدراسة).

وعليه فإنه يمكن تعريف الانحراف المعياري (ع أو \sigma) بأنه :

١. الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي أى أن :

$$ع = \sqrt{ع'} \quad (\text{لمفردات عنه إحصائية})$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma'} \quad (\text{لمفردات مجمع إحصائي})$$

أولاً : الانحراف المعياري لبيانات كمية غير مبوبة.

خطوات إيجاد الانحراف المعياري :

١ - حساب الوسط الحسابي (س) لمجموعة القيم

٢ - حساب انحراف القيم المختلفة عن وسطها الحسابي (س - س') أى ح

٣ - تربيع الانحرافات السابقة (س - س')^٢ أو ح'^٢ ثم إيجاد مجموعها أى

مج (س - س')^٢ ويقسمتها على (ن) إلى عدد مفردات القيم ينتج لنا متوسط مجموع مربعات الفروق :

٤ - بأخذ الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات الفروق ، ينتج لنا

الانحراف المعياري المطلوب :

مثال (١٠) أوجد الانحراف المعياري للمجموعة رقم (٢) بالمثال

رقم (١) فى بداية هذا الفصل .

الحل :

$$\text{الطريقة الأولى (١) : } \bar{م} = \frac{\sum م}{ن} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$$

$$\text{القيم (م) } ٢٥, ٢٠, ١٠, ٨, ٧, ٤, ٤, ٢$$

$$\text{الوسط الحسابي (م) } ١٠, ١٠, ١٠, ١٠, ١٠, ١٠, ١٠, ١٠$$

$$(٢) (\bar{م} - م) \text{ الانحراف (ح) } ٨, ٦, ٦, ٣, ٢, -٢, -١٠, -١٥$$

$$(٣) \text{ مج (م - م)}^٢ : ٦٤ + ٣٦ + ٣٦ + ٩ + ٤ + \text{صفر} + ١٠٠ + ٢٢٥ =$$

$$٤٧٤ =$$

$$(٤) \therefore \bar{ع} = \frac{\text{مج (م - م)}^٢}{ن} = \frac{٤٧٤}{٨} = ٥٩,٢٥$$

$$(٥) \sqrt[٢]{ع} = ع$$

$$\sqrt[٢]{\frac{\text{مج (م - م)}^٢}{ن}} = ع$$

$$= \sqrt[٢]{\frac{٤٧٤}{٨}}$$

$$= \sqrt[٢]{٥٩,٢٥} = ٧,٧$$

الطريقة الثانية :

$$\therefore \text{مج (م - م)}^٢ = \text{مج (م}^٢ - ٢ م م + م^٢)$$

$$\text{لكن } \bar{م} = \frac{\sum م}{ن}$$

$$= \text{مج} \left[\frac{\sum م^٢}{ن} + \frac{\sum م}{ن} - ٢ \bar{م} \right]$$

$$= \text{م.س}^1 - \frac{\text{م.س}^2}{\text{ن}} + \frac{(\text{م.س}^2)}{\text{ن}}$$

$$\therefore \text{م.س}^1 - \frac{\text{م.س}^2}{\text{ن}} = \text{م.س}^2 - \frac{(\text{م.س}^2)}{\text{ن}}$$

ويكون :

$$\text{ع}^1 = \frac{\text{م.س}^1}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{م.س}^2}{\text{ن}} \right)$$

$$\text{ع}^2 = \sqrt{\frac{\text{م.س}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{م.س}^2}{\text{ن}} \right)}$$

ومما لا شك فيه أن حساب التبليين (ع¹) أو الانحراف المعياري (ع) بالطريقة الثانية تكون أكثر ملاءمة من حيث العمليات الحسابية ، ويتضح ماتقدم من حل المثال التالي :

مثال (١١) حل المثال رقم (١٠) السابق باستخدام الطريقة الثانية :

$$\text{حيث أن م.س} = 2 + 4 + 4 + 7 + 8 + 10 + 20 + 25 = 80$$

$$\text{م.س}^2 = 2 + 4 + 16 + 49 + 64 + 100 + 400 + 625 = 1274$$

$$= 1274$$

$$\text{ع}^1 = \frac{\text{م.س}^1}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{م.س}^2}{\text{ن}} \right)$$

$$= \left(\frac{80}{8} \right) - \left(\frac{1274}{8} \right)$$

$$= 100 - 159,25 = 59,25$$

$$\therefore \text{ع}^2 = \sqrt{59,25} = 7,7 \text{ (نفس النتيجة بالطريقة الأولى)}$$

$$\text{أوع} = \sqrt{\frac{\text{مجموع}^2}{\text{ن}} - \frac{\text{مجموع}^2}{\text{ن}}}$$

$$= \sqrt{\frac{1274}{8} - \frac{80^2}{8}}$$

$$= \sqrt{100 - 109,25}$$

$$= \sqrt{3,75} = 1,936$$

ثانياً : الانحراف المعياري لبيانات مبوبة (توزيعات تكرارية):

مثال (١٢) أوجد الانحراف المعياري للتوزيع التكراري التالي :

فئة الطول (ف)	١٢٥ -	١٣١ -	١٣٧ -	١٤٣ -	١٤٩ - ١٥٥	المجموع
عدد التلاميذ (التكرار ك)	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠

الحل :

الطريقة الأولى :

ف	ك	مراكز الفئات م	م ك	ح: (م - م) ^٢	ح ^٢ : (م - م) ^٢	(م - م) ^٢ : ك
١٢٥ -	٦	١٢٨	٧٦٨	١٢,١٢ -	١٤٦,٨٩٤	٨٨١,٣٦٤
١٣١ -	١١	١٣٤	١٤٧٤	٦,١٢ -	٣٧,٤٥٤	٤١١,٩٩٤
١٣٧ -	١٥	١٤٠	٢١٠٠	٠,١٢ -	٠,١٤	٠,٢١٠
١٤٣ -	١٢	١٤٦	١٧٥٢	٥,٨٨	٣٤,٥٧٤	٤١٤,٨٨٨
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٥٢	٩١٢	١١,٨٨	١٤١,١٣٤	٨٤٦,٨٠٤
المجموع	٥٠		٧٠٠٦	١٧,٧٦ + ١٨,٣٦ - ٠,٦٠		٢٥٥٥,٢٦٠

$$(١) \bar{س} = \frac{\text{مج س ك}}{\text{مج ك}} = \frac{٧٠٠٦}{٥٠} = ١٤٠,١٢ \text{ سم}$$

$$(٢) \bar{ع} = \frac{\text{مج (س - س') ك}}{\text{مج ك}} = \frac{٢٥٥٥,٢٦}{٥٠}$$

$$= ٥١,١١ \text{ سم}$$

$$(٣) \sqrt{\bar{ع}^2} =$$

$$= \sqrt{٥١,١١^2} = ٧,١٤٨ \text{ سم}$$

$$\text{أوع} = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س') ك}}{\text{مج ك}}} = \sqrt{\frac{٢٥٥٥,٢٦}{٥٠}}$$

$$= \sqrt{٥١,١١}$$

$$= ٧,١٤٨ \text{ سم}$$

الطريقة الثانية : (تكون أكثر ملاءمة من حيث تسهيل العمليات الحسابية) .

وهناك أكثر من أسلوب لإيجاد الانحراف المعياري

١ - الأسلوب المباشر (باستخدام البيانات الخام) :

وتتخلص خطوات الأسلوب المباشر فيما يلي :

١ - حساب مراكز التواتر (س) في التوزيع التكراري .

٢ - ضرب كل تكرار (ك) في مركز كل فئة مناظر (س) للحصول على

(س ك) وجمع العمود (س ك) نحصل على (مج س ك) .

٣ - ضرب كل رقم في عمود (س ك) في الرقم المناظر له من العمود (س)

مرة أخرى لنحصل على العمود (س^٢ ك) وجمع عناصر ذلك العمود

نحصل على (مج س^٢ ك) .

٤ - نطبق الصيغة التالية للحصول على الانحراف المعياري بالأسلوب المباشر .

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجمد س ك}^2}{\text{مجمد ك}} - \left(\frac{\text{مجمد س ك}}{\text{مجمد ك}}\right)^2} \quad (١) \dots\dots\dots$$

مثال (١٣) أوجد الانحراف المعياري في المثال رقم (١٢) السابق بالأسلوب المباشر :

الحل :

ف	ك	س	س ك	س ك ^٢
١٢٥ -	٦	١٢٨	٧٦٨	٩٨٣٠٤
١٣١ -	١١	١٣٤	١٤٧٤	١٩٧٥١٦
١٣٧ -	١٥	١٤٠	٢١٠٠	٢٩٤٠٠٠
١٤٣ -	٢	١٤٦	١٧٥٢	٢٥٥٧٩٢
١٤٩ - ١٥٥	٦	١٥٢	٩١٢	١٣٨٦٢٤
المجموع	٥٠		٧٠٠٦	٩٨٤٢٣٦

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجمد س ك}^2}{\text{مجمد ك}} - \left(\frac{\text{مجمد س ك}}{\text{مجمد ك}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{٩٨٤٢٣٦}{٥٠} - \left(\frac{٧٠٠٦}{٥٠}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(١٤٠,١٢) - ١٩٦٨٤,٧٢}$$

- ٢٠٢ -

$$\begin{array}{r}
19684,72 \sqrt{} - \\
19633,61 \sqrt{} - \\
\hline
51,11 \sqrt{} - \\
\hline
= 7,15 \text{ سم}
\end{array}$$

٢ - أسلوب الوسط الفرضي :

من المفضل لتسهيل العمليات الحسابية استخدام وسط فرضي بدلاً من استخدام الوسط الحسابي الحقيقي، كما في الطريقة المباشرة السابقة ، حيث لا يتأثر الانحراف المعياري - وباقي مقاييس التشتت الأخرى - لتوزيع تكراري معين بالتحويل الناتج عن عمليات الجمع أو الطرح ، أى أن إضافة أى قيمة ثابتة أو طرحها من القيم لن تؤثر على قيمة الفروق بين هذه القيم ، ومن ثم لا تؤثر على قيمة مقياس التشتت الأصلي - الانحراف المعياري هنا :

وتتلخص خطوات أسلوب الوسط الفرضي فيما يلي :

- ١ - حساب مراكز الفئات (س) في التوزيع التكراري .
- ٢ - اختيار أحد مراكز الفئات كوسط فرضي (أ) ويفضل المركز الذي يقع أمام أكبر تكرار .
- ٣ - حساب الفرق بين مركز كل فئة (س) والوسط الفرضي المختار (أ) أى (س - أ) وسنرمز له بالرمز (ح) .
- ٤ - بضرب الانحراف (ح) لكل فئة في تكرار نفس الفئة نحصل على (ح ك) وجمع عناصر العمود (ح ك) نحصل على (مج ح ك) .
- ٥ - بضرب (ح ك) لكل فئة في الانحراف لنفس الفئة (ح) نحصل على (ح^٢ ك) وجمع عناصر العمود (ح^٢ ك) نحصل على (مج ح^٢ ك) .
- ٦ - نطبق الصيغة التالية للحصول على الانحراف المعياري بأسلوب الوسط الفرضي .

$$(٢) \quad \sqrt{\frac{\text{مجم ح ك}}{\text{مجم ك}} - \frac{\text{مجم ح ك}}{\text{مجم ك}}} = \epsilon$$

مثال (١٤) : أوجد الانحراف المعياري في المثال رقم (١٣) السابق
بأسلوب الوسط الفرضي :

ف	ك	م	(م-١)	ح ك	ح ك
١٢٥-	٦	١٢٨	١٢-	٧٢-	٨٩٤
١٣١-	١١	١٣٤	٦-	٦٦-	٣٩٦
١٣٧-	١٥	١٤٠	صفر	صفر	صفر
١٤٣-	٢	١٤٦	٦+	٧٢+	٤٣٢
١٤٩-١٥٥	٦	١٥٢	١٢+	٧٢+	٨٦٤
المجموع	٥٠	١٤٠= أ		١٤٤+ ١٣٨- ٦+	٢٥٥٦

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2556}{50} - \left(\frac{6}{50}\right)}$$

$$= \sqrt{51,12 - 0,12}$$

$$= \sqrt{51,00}$$

= ٧,١٥ سم (وهي نفس النتيجة بالأسلوب المباشر)

٣ - أسلوب الانحرافات المختصرة :

من المفضل لتسهيل العمليات الحسابية - في التوزيعات التكرارية - استخدام أسلوب الانحرافات المختصرة ، حيث تختلف عمليات الضرب أو القسمة عن عمليات الجمع أو الطرح في التأثير على مقاييس التشتت ومنها الانحراف

المعياري - ذلك أن ضرب الفروق أو قسمتها على رقم ثابت (ث) سيؤثر على قيمة هذه الفروق ، وعليه فإنه اذا كان لدينا إنحراف (ح) وضريناه في $\left(\frac{1}{\text{ث}}\right)$ فإنه سينتج لنا فروق جديدة نطلق عليها الفروق المختصرة (أو المعدلة) ونرمز لها بالرمز حَ أي أن $\text{ح} = \frac{\text{ح}}{\text{ث}}$ ، وعليه فإنه نتخلص خطوات الحصول على الانحراف المعياري بأسلوب الانحرافات المختصرة فيمايلي :

(١ ، ٢ ، ٣) نفس الخطوات في أسلوب للوسط الفرضي (السابق) .

٤ - بقسمة الانحراف ح على مقدار ثابت (ث) نحصل على الإنحراف المختصر (حَ) .

٥ - بضرب (حَ) بكل فئة في تكرار نفس الفئة نحصل على (حَ ك) وجمع عناصر العمود (حَ ك) نحصل على مج(حَ ك) .

٦ - بضرب (حَ ك) لكل فئة في الإنحراف المختصر (حَ) نحصل على (حَ^٢ ك) وجمع عناصر العمود (حَ^٢ ك) نحصل على مج(حَ^٢ ك) .

٧ - نطبق الصيغة التالية ، للحصول على الإنحراف المعياري بأسلوب الانحرافات المختصرة .

$$ع = ل \sqrt{\frac{\text{مج ح}^2 \text{ك}}{\text{مج ك}} - \left(\frac{\text{مج ح ك}}{\text{مج ك}}\right)^2} \dots (٣)$$

حيث (ل) طول الفئات في التكرار المنتظم أو ث المقدار الذي يقبل الانحرافات (ح) القسمة عليه بدون باق .

مثال (١٥) أوجد الانحراف المعياري في المثال رقم (١٣) السابق بأسلوب الانحرافات المختصرة :

الحل :

ف	ك	س	ح	ح = ح - ح	ح ك	ح ك
١٢٥ -	٦	١٢٨	١٢ -	٢ -	١٢ -	٢٤
١٣١ -	١١	١٣٤	٦ -	١ -	١١ -	١١
١٣٧ -	١٥	١٤٠	صفر	صفر	صفر	صفر
١٤٣ -	١٢	١٤٦	٦ +	١ +	١٢ +	١٢
١٥٥ - ١٤٩	٦	١٥٢	١٢ +	٢ +	١٢ +	٢٤
المجموع	٥٠	أ = ١٤٠		ل = ٦	٢٤ + ٢٣ - ١ +	٧١

$$ع = ل - \sqrt{\frac{\text{مج ح ك}}{\text{مج ك}} - \left(\frac{\text{مج ح ك}}{\text{مج ك}}\right)^2}$$

$$ع = \sqrt{\left(\frac{1}{50}\right) - \left(\frac{71}{50}\right)^2}$$

$$ع = \sqrt{0,0004 - 1,42}$$

$$ع = \sqrt{1,4196}$$

$$ع = 1,191 \times 6 =$$

$$7,146 =$$

= ٧,١٥ سم (نفس النتيجة بالأسلوبين المباشرة والوسط الفرضي)

خصائص الانحراف المعياري :

- ١ - لا يتأثر الانحراف المعياري - وباقي مقاييس التشتت - لتوزيع معين بالعمليات الجبرية الناتجة عن عمليات الجمع والطرح بعكس مقاييس النزعة المركزية أى أن جمع أو طرح قيمة معينة الى أو من القيم الأصلية للتوزيع، لن تؤثر على قيمة الفرق بين هذه القيم، وبالتالي لن تؤثر على قيمة تشتت التوزيع.

بينما يختلف الأمر في حالة المضروب والقسمة فإن التشتت للتوزيع الأصلي يساوى التشتت للتوزيع الجديد \times في نفس القيمة المضروب فيها في جميع مقاييس التشتت ما عدا التباين فإنه يضرب في مربع هذه القيمة .

٢ - يؤخذ في الاعتبار عند قياسه جميع مفردات التوزيع، ولكنه يعطى وزناً للمفردات المتطرفة يمكن نصف المدى الربيعي، من هنا كان من الأفضل استخدام نصف المدى الربيعي كمقياس للتشتت في حالة للتوزيعات شديدة الالتواء.

٣ - إن تمييز وحدات الانحراف المعياري تكون من نفس تمييز وحدات المتغير الأصلي، لذا لا يمكن استخدامه كأساس للمقارنة بين تشتت توزيعين ذات وحدات قياس مختلفة، كألأجور والانتاج مثلاً، فوحدة الأولى جنيه ووحدة الثانية متراً أو لترات أو كجم أو كيلو متر أو وحدة سلمة من نوع ما

٤ - نظراً لأنه يتأثر بالوسط الحسابي لمجموعة مفردات الدراسة، لذا لا يمكن استخدامه لمقارنة توزيعين من نفس النوعية لكن وسطها الحسابي مختلف ولنفس السبب لا يستخدم في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة .

٥ - يفضل استخدامه حين لا يكون قياس التشتت للظاهرة هو نهاية التحليل الإحصائي، بل أنه بداية لعمليات إحصائية أخرى أكثر أهمية، ونعني بذلك الاستنتاج الإحصائي بشقيه التقديرات الإحصائية والإختيارات الإحصائية .

٦ - نظراً لأنه يدخل في تركيب معادلة التوزيع المعتدل المعياري، لذا يستخدم على نطاق واسع للغاية في نظرية التقديرات، وفي الإختيارات الإحصائية، كما أن هناك توزيعات احتمالية أخرى لها أهميتها مثل توزيع ذو الحدين، وتوزيع بواسون والتي يمكن تحويل متغيرات هذه التوزيعات إلى التوزيع المعتدل المعياري والأخير بالغ الأهمية أيضاً في حالات الاستنتاج الإحصائي .

٧ - ومع كل ما تقدم يعتبر الانحراف المعياري أفضل تقدير كمقياس للتشتت للمعلمات وذلك لأنه أكثر استقراراً من باقى مقاييس التشتت الأخرى، بسبب ثبات قيمته من عينة إلى أخرى من نفس المجتمع من ناحية، ومن ناحية أخرى يعتبر الانحراف المعياري أحسن تقدير للتشتت الحقيقي للمجتمع الإحصائي يعد استبدال ن بـ (ن - ١) .

علاقات هامة بين الانحراف المتوسط ، والانحراف الربيعي ، والانحراف المعياري في التوزيعات التكرارية شبه المتماثلة (القريبة من الإعتدال) :

$$\text{أولاً : الانحراف المتوسط} = \frac{\frac{4}{0}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{أي أن } \sigma = \frac{4}{0} \sigma \text{ (أوع)}$$

$$\text{ثانياً : الانحراف الربيعي} = \frac{\frac{2}{3}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{أي أن } \sigma = \frac{2}{3} \sigma \text{ (أوع)}$$

وتترتب هذه العلاقات على خاصية التوزيع المعكند حيث الانحراف المتوسط = (٠,٧٩٧٩) من الانحراف المعياري ، كما يكون الانحراف الربيعي (٠,٦٧٤٥) من الانحراف المعياري .

ثانياً : مقاييس التشتت النسبي

Measures of Relative Dispersion

إذا أردنا من دراستنا للانحراف المعياري - أو أي مقياس آخر للتشتت المطلق - مقارنة تشتت مجموعتين أو أكثر من الظواهر مختلفة في وحدات القياس، حيث سبق أن تبين لنا إن أي مقياس من مقاييس التشتت المطلق السابقة يعبر عنه بالوحدات الأصلية للمتغير أو للظاهرة التي نقيسها، وعليه لا يمكن مقارنة إنحراف معياري للأجور وليكن ٦ جنيهات، بانحراف معياري لوقت الإنتاج وليكن ٦ دقائق، ذلك أن عملية المقارنة السابقة لتشتت الظاهرتين تكون مستحيلة لاختلاف وحدات القياس فيهما، فليس من المعقول مقارنة الجنيهات بالدقائق.

وأيضاً استخدام التشتت المطلق كأساس للمقارنة قد يكون خاطئاً عند مقارنة ظاهرتين لهما نفس وحدات القياس، لكن هناك إختلاف بين كل من وسطهما الحسابي وانحرافها المعياري.

فمثلاً : إذا كان هناك عينتين من العمال في أحد المصانع وهما العينة (أ) والعينة (ب) وكانت بياناته كما يلي :

العينة (أ)	العينة (ب)
٢٥٠٠	١٥٠٠
من (للأجر الشهري)	
ع (الانحراف المعياري للأجر الشهري)	٨٠
١٠٠	
فإن مقارنة (ع) لأجور العينتين يدعونا لأول وهلة للإعتقاد بأن تشتت الأجور في العينة (أ) ١٠٠ جنيه أكبر من تشتت الأجور في العينة (ب) - ٨٠ جنيه ولكن هذا الاعتقاد خاطئ ويرجع ذلك لإختلاف الوسط الحسابي بالعينتين.	

ولكن لو إستبدلنا وحدات القياس - وحدات التمييز - بأعداد مجردة من التمييز، أي ليس لها تمييز محدد من ناحية، أو في حالة إختلاف الأوساط الحسابية لظاهرة واحدة من ناحية أخرى، فإن المقارنة تكون متاحة

وصحيحة بين الظواهر المختلفة فيما لو استخدمنا مقياس للتشتت نسبية، نعرف بمعاملات الاختلاف، ونحصل عليها بقسمة مقياس للتشتت المطلق على مقياس للزعة المركزية وضرب خارج القسمة في (١٠٠) أي أن :

$$\text{معامل الاختلاف (التشتت النسبي)} = \frac{\text{مقياس للتشتت المطلق}}{\text{مقياس للزعة المركزية}} \times 100$$

وستعرض فيما يلي لنوعين من معاملات الاختلاف :

(١) معامل الاختلاف المعياري : *Coefficient of Variation*

، ويعرف على أنه الانحراف المعياري معبراً عنه كنسبة مئوية من الوسط الحسابي ، وبالمطابق كلما كبر معامل الاختلاف كلما دل ذلك على قوة التشتت بين مفردات توزيع الظاهرة في حين إذا صغر معامل الاختلاف كلما دل ذلك على ضعف التشتت بين مفردات توزيع الظاهرة .

معامل الاختلاف المعياري : (وسنرمز له بالرمز (م ع)

$$= \frac{\text{الأنحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100$$

$$\text{أي (م ع)} = \frac{\text{ع}}{\text{م}} \times 100$$

مثال (١٦) قارن بين التشتت في كل من التوزيعين التكرارين التاليين:

أولهما :

فئة الأجر	٥	١٥	٢٥	٣٥	٤٥	٥٥	٦٥-٧٥	المجموع
عدد العمال	٥	٧	١٠	١٤	٨	٤	٢	٥٠

ثانيهما :

درجة النجاح	٠	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠-١٠٠	المجموع
عدد الطلبة	١٥	٩	٧	١٧	٢	٥٠

الحل : نظراً لإختلاف وحدات القياس فى الظاهرتين ، وحتى يمكن المقارنة بين التوزيعين لابد من إستخدام معامل الاختلاف المعيارى كما يلى :

التوزيع التكرارى للظاهرة الأولى :

ف	ك	س	ح	ح ك	ح ² ك
٥ -	٥	١٠	٣٠ -	١٥٠ -	٤٥٠٠
١٥ -	٧	٢٠	٢٠ -	١٤٠ -	٢٨٠٠
٢٥ -	١٠	٣٠	١٠ -	١٠٠ -	١٠٠٠
٣٥ -	١٤	٤٠	صفر	صفر	صفر
٤٥ -	٨	٥٠	١٠ +	٨٠ +	٨٠٠
٥٥ -	٤	٦٠	٢٠ +	٨٠ +	١٦٠٠
٦٥ - ٧٥	٢	٧٠	٣٠ +	٦٠ +	١٨٠٠
المجموع	٥٠	٤٠ = أ		٣٩٠ -	١٢٥٠٠
				٢٢٠ +	
				١٧٠ -	

الوسط الفرضى (أ) = ٤٠

$$\bar{م} = أ + \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ح}}$$

$$= ٤٠ + \left(\frac{١٧٠ -}{٥٠} \right)$$

$$= ٤٠ - ٣,٤ = ٣٦,٦ \text{ جنيهاً .}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ح}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ح}} \right)^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{170}{50}\right) - \frac{12500}{50}} =$$

$$\sqrt{(3,4) - 250} =$$

$$11,06 - 250 =$$

$$10,44 = 238,44 \text{ جنيهاً}$$

$$100 \times \frac{\text{ع}}{\text{س}} = (\text{م}) = \text{معامل الاختلاف}$$

$$100 \times \frac{10,44}{36,6} =$$

$$287,2 =$$

التوزيع التكرارى للظاهرة الثانية :

ف	ك	س	ح	ح ك	ح ^٢ ك
٠	١٥	١٠	٦٠	٩٠٠	٥٤
٢٠	٩	٣٠	٤٠	٣٦٠	١٤٤٠٠
٤٠	٧	٥٠	٢٠	١٤٠	٢٨٠٠
٦٠	١٧	٧٠	صفر	صفر	صفر
٨٠-١٠٠	٢	٩٠	٢٠+	٤٠+	٨٠٠
المجموع	٥٠	٧٠-أ		١٤٠٠	٧٢٠٠٠
				٤٠+	
				١٣٦٠	

الوسط الفرضى (أ) = ٧٠

$$\bar{X} = \frac{\text{مجم ح ك}}{\text{مجم ك}} + \text{أ}$$

$$= \left(\frac{١٣٦٠}{٥٠} \right) + ٧٠ =$$

$$= ٧٠ - ٢٧,٢ = ٤٢,٨ \text{ درجة}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{مجم ح ك}^2}{\text{مجم ك}} - \frac{\text{مجم ح ك}}{١}} = \text{ع}$$

$$= \sqrt{\frac{٧٢٠٠٠}{٥٠} - \left(\frac{١٣٦٠}{٥٠} \right)^2}$$

$$= \sqrt{٧٣٩,٨٤ - ١٤٤٠}$$

$$= \sqrt{٧٠٠,١٦} = ٢٦,٤٦ \text{ درجة}$$

معامل الاختلاف المعياري (مع) للدرجة النجاح

$$= \frac{\text{ع}}{\bar{X}} \times ١٠٠ =$$

$$= \frac{٢٦,٤٦}{٤٢,٨} \times ١٠٠ =$$

$$= ٦١,٨\%$$

وعليه فإن الظاهرة الثانية - درجات النجاح - أكثر تشتتاً من الظاهرة الأولى - الأجر بالجنبة - وذلك لأن معامل الاختلاف في الأولى (٦١,٨%) أكبر من معامل الاختلاف للظاهرة الثانية (٤٢,٢%).

مثال (١٧) للمقارنة الدقيقة بين العيّنين (أ) ، (ب) ، التاليتين :

العيّنة (ب)	العيّنة (أ)	
$\overline{م} = 1500$	$\overline{م} = 2500$	م (للأجر الشهري)
$\overline{ع} = 80$	$\overline{ع} = 100$	ع (للأجر الشهري)

نظراً لأن وحدات قياس العيّنتين واحدة (جنيه) ، ولكن هناك إختلاف بين الوسط الحسابي للأجر الشهري بين العيّنتين ، فإن المقارنة بين تشتت الأجر على أساس الإنحراف المعياري المطلق ان تكون دقيقة .

فلو أخذ بالتشتت المطلق كأساس للمقارنة :

نجد أن تشتت الأجر في العيّنة (أ) أكبر من تشتت الأجر في العيّنة (ب) لكن لو حسبنا معامل الاختلاف المعياري للعيّنتين نجد أن :

$$م) \text{ للعيّنة (أ) } = 100 \times \frac{100}{2500} = 100 \times \frac{4}{100} = 4\%$$

$$م) \text{ للعيّنة (ب) } = 100 \times \frac{80}{1500} = 100 \times \frac{3}{187,5} = 5,3\%$$

وتطبيقاً لمقياس التشتت النسبي في العيّنتين أن التشتت للأجر في العيّنة (ب) $5,3\%$ أكبر من تشتت الأجر في العيّنة (أ) 4% وهو عكس النتيجة في حالة المقارنة على أساس التشتت المطلق .

ويجب المقياس النسبي السابق للتشتت (معامل الاختلاف المعياري) مايلي :

(أ) لا يمكن إيجاد معامل الاختلاف المعياري للتوزيعات التكرارية

المفتوحة ، بسبب عدم الوصول إلى عنصرى قياس هذا المعامل وهما $\overline{م}$ ، $\overline{ع}$.

(ب) لا يمكن إيجاد معامل الاختلاف المعياري من الرسم البياني .

(٢) معامل الاختلاف الربيعي (Quartile Coefficient Variation)

وسنرمز له بالرمز (م_٢) وعادة ما يستخدم في حالة الجداول التكرارية المفتوحة أو عند استخدام أسلوب الرسم البياني، (لتلافى عيوب معامل الاختلاف المعياري):
معامل الاختلاف الربيعي .

$$= 100 \times \frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{النوسيط}}$$

$$\text{أي (م } _{٢} \text{)} = \left(\frac{P_3 - P_1}{P_2} \div \frac{P_3 + P_1}{P_2} \right) \times 100$$

$$= 100 \times \frac{P_3 - P_1}{P_3 + P_1}$$

مثال (١٨) حل المثال رقم (١٥) السابق باستخدام معامل الإختلاف الربيعي .

الحل :

ف	ك	حدود الفئات	ت. م. ح. من	ملاحظات
١٢٥ -	٦	أقل من ١٢٥	صفر	
١٣١ -	١١	أقل من ١٣١	٦	١٢,٥ ←
١٣٧ -	١٥	أقل من ١٣٧	١٧	
١٤٣ -	١٢	أقل من ١٤٣	٣٢	٣٧,٥ ←
١٥٥ - ١٤٩	٦	أقل من ١٤٩	٤٤	
		أقل من ١٥٥	٥٠	
المجموع	٥٠			

$$١٢,٥ = \frac{٥٠}{٤} = \frac{\text{م. ج. ك}}{٤} = \text{ترتيب (ر)}$$

$$\text{قيمة (ر)} = ١٣١ + \frac{٦ - ١٢,٥}{١١} \times ٦ = ١٣٤,٥ \text{ سم}$$

$$\text{ترتيب (ر)} = \frac{\text{م. ج. ك}}{٤} = ٣ \times \frac{٥٠}{٤} = ٣٧,٥$$

$$\text{قيمة (ر)} = ١٤٣ + \frac{٣٢ - ٣٧,٥}{١٢} \times ٦ = ١٤٥,٧٥ \text{ سم}$$

$$\text{(م)} = \frac{١٠٠ \times \frac{١٢ - ١٢,٥}{١١ + ١٢}}{١٠٠} =$$

$$١٠٠ \times \frac{١٣٤,٥ - ١٤٥,٧٥}{١٣٤,٥ + ١٤٥,٧٥} =$$

$$Z\epsilon = 100 \times \frac{11,25}{280,25} =$$

مثال (١٩) فيما يلى توزيع تكرارى لأجور عدد ٢٢٠ عاملا فى الأسبوع بالجنيه فى إحدى المصانع الخاصة :

ف	أقل من ١٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٥٠	-٧٠	-٩٠	١٥٠ فأكثر
ك	١٠	٢٢	٢٩	٢٨	٤٢	٣٦	٢٨	١٥

والمطلوب حساب معامل الاختلاف المناسب للأجور فى ذلك المصنع

الحل :

حيث أن الجدول التكرارى مفتوح الطرفين ، لذا فإننا سنستخدم على معامل الاختلاف الربيعى فى حل هذا المثال :

ف	ك	حدود الفئات	ت . م . ص	ملاحظات
أقل من ١٥	١٠	أقل من الحد الأدنى	صفر	
- ١٥	٢٢	أقل من ١٥	١٠	
- ٢٥	٢٩	أقل من ٢٥	٣٢	٥٥ ←
- ٣٥	٣٨	أقل من ٣٥	٦١	
- ٥٠	٤٢	أقل من ٥٠	٩٩	
- ٧٠	٣٦	أقل من ٧٠	١٤١	١٦٥ ←
- ٩٠	٢٨	أقل من ٩٠	١٧٧	
١٥٠ فأكثر	١٥	أقل من ١٥٠	٢٠٥	
		أقل من الحد الأعلى	٢٢٠	
المجموع	٢٢٠			

$$\text{ترتيب ر} = \frac{\text{م.ج ك}}{\text{ع}} = \frac{220}{\text{ع}} = 55$$

$$\text{قيمة ر} = 25 + \left(10 \times \frac{32 - 55}{29} \right)$$

$$= 25 + 7,93 = 32,93 \text{ جنيهها}$$

$$\text{ترتيب ر} = \frac{\text{م.ج ك}}{\text{ع}} = 3 \times \frac{220}{\text{ع}} = 165$$

$$\text{قيمة ر} = 70 + \left(20 \times \frac{141 - 165}{36} \right)$$

$$= 70 + 12,33 = 82,33 \text{ جنيهها}$$

$$(م) = 100 \times \frac{\text{ر} - \text{ر}'}{\text{ر} + \text{ر}'}$$

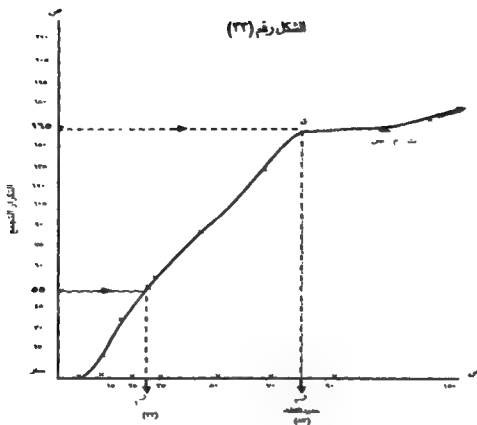
$$= 100 \times \frac{32,93 - 82,33}{32,93 + 82,33}$$

$$= 100 \times \frac{50,4}{116,26}$$

$$= 43,4\%$$

كما يلاحظ أن معامل الاختلاف الربيعي يمكن إيجاده باستخدام أسلوب الرسم البياني:

مثال (٢٠) حل المثال رقم (١٩) السابق باستخدام أسلوب الرسم البياني.



$$\text{ترتيب } P = \frac{220}{4} = 55$$

$$\text{ترتيب } P = 2 \times \frac{220}{4} = 110$$

$$100 \times \frac{33 - 13}{33 + 13} = (P)$$

$$243 = 100 \times \frac{50}{116}$$

منحنى لورنز

*Lorenz Curve**

يعتبر وسيلة بانيه تظهر مدى التشتت (أو الاختلاف) فى توزيع إحدى الظواهر لمجتمعين أو عينتين مختلفتين لأحدهما خاصيه الأمتليه فى التوزيع ، ويشيع إستخدام منحنى لورنز فى إظهار مدى العدالة ، والمساواة فى توزيع الظواهر الإقتصاديه وخاصة ظاهرة توزيع الدخل ، وتوزيع الملكية للأراضى الزراعيه بين الأفراد فى دوله ما أو بين أفراد دول مختلفه، أو لبيان أيهما أكثر عداله فى توزيع الدخل أو توزيع الملكية للأراضى الزراعيه، مقارنة بخط بياني يطلق عليه الخط الأمتل للتوزيع ، يعكس العدالة المثلى ، وكلما بعد منحنى التوزيع الفعلى للظاهرة عن هذا الخط الأمتل للتوزيع كلما عكس ذلك البعد عن العدالة أو عدم المساواة فى توزيع هذه الظاهرة والعكس كلما قرب منحنى التوزيع الفعلى للظاهرة من الخط الأمتل للتوزيع كلما دل على زياده درجه تحقيق العدالة الى أن ينطبق منحنى التوزيع الفعلى للظاهرة على الخط الأمتل للتوزيع فنكون قد وصلنا إلى درجه العدالة أو المساواه المثلى فى التوزيع للظاهرة موضوع الدراسة ..

ونعنى بالعداله أو المساواة فيما سبق من حيث الدخل أو المكيه للأراضى الزراعيه هو أن الدخل ككل أو الأراضى الزراعيه ككل موزعه على كافه السكان ككل أيضا بنسب متناظرة، فنقصد بذلك أن نسبه معينه من الدخل ولتكن ٢٥٪ مثلا يحصل عليها ٢٥٪ أيضا من السكان ، وهكذا ٧٥٪ من الدخل يحصل عليها ٧٥٪ من السكان أو ٩٠٪ من الدخل يحصل عليها ٩٠٪ من السكان وهكذا الأمر بالنسبه لتوزيع ملكية الأرضى الزراعيه بين الملاك كظاهرة ثانويه أو لأى ظاهرة أخرى يراد معرفه وضعها التوزيعى.

(*) د . مكس لورنز .

من كل ما تقدم يتضح لنا أن منحنى لورنز الذى يقوم على فكرة
« المنحنى المتجمع الصاعد النسبى » عباره عن:

- ١ - محورين متعامدين أحدهما المحور السيني (س) لفئات متغير معين
وليكن الدخل أو المكيه مثلا ، يتم تقسيمه متوياً بمقياس رسم معين ، والمحور
الثاني محور الصادات (ص) لمتغير آخر وليكن عدداً لعاملين أو عدد السكان أو
عدد المالكين لأراضى زراعية، يقسم متوياً أيضاً بنفس مقياس رسم المحور السيني .
- ٢ - نصل القطر الرئيسى للشكل أى النقطتين (٠، ٠) ، (١٠٠، ١٠٠)

- أى نقطه الأصل ، ونقطه النهايه فى الشكل - بخط مستقيم يصنع زاويه
(٤٥°) مع المحور السيني أو المحور الصادى ، هذا الخط يطلق عليه الخط
الأمثل للتوزيع . (أى الخط الذى يحقق العداله المثلى فى توزيع الظاهره
موضوع الدراسه) ، حيث أنه إذا رسم خط من النقطه ١٥ ٪ مثلا على المحور
السيني (س) ، يقطع الخط الأمثل للتوزيع فى نقطه ما وليكن (هـ) ، فإذا
أسقطنا عموداً من النقطه (هـ) السابقه على محور الصادات (ص) فإنه يقطع
محور الصادات عند النقطه ١٥ ٪ أيضاً ، وهكذا الأمر لأى نقطه أو نسبـه أخرى
على محور السينات ، فتكون النسبه مناظره تماماً على محور الصادات .

- ٣ - نحدد المنحنى المتجمع الصاعد النسبى للمتغيرين (س ، ص) ،
ونرسم منحنى لإحداثيات نقاط المنحنى المتجمع الصاعد النسبى للمتغيرين السابقين .

٤ - المساحه المحصوره بين المنحنى المتجمع الصاعد النسبى فى الخطوه
السابقه ، وبين الخط الأمثل للتوزيع ، تعبر عن عدم العداله أو عدم المساواه - أو
زيادة التفاوت - فكلما صغرت المساحه المحصوره بينها دل ذلك على الإقتراب
من العداله فى التوزيع ، والعكس صحيح .

- ٥ - الشكل الموضح للخطوات السابقه يطلق عليه منحنى لورنز والمثال
التالى يوضح ما سبق .

مثال (١) :

الجدول التالي يبين توزيع الأراضي الزراعية في مصر قبل تطبيق قانون الإصلاح الزراعي عام ١٩٥٢ حسب فئات المساحة حتى (٥٠٠٠ فدان) للفرد الواحد وعدد الملاك (بالآلاف) .

فئة المساحة بالفدان	من	١٠٠٠	٥٠٠	٢٠٠	١٠٠	٥٠	٣٠	٢٠	١٠	٥	١	الجملة
عدد الملاك بالآلاف	من	١٩٥٦	٢١٨	٩٨	٤٣	١٣	٩,٥	٥,٦	٢,٣	١,٤	٠,٧	٢٢٤٧

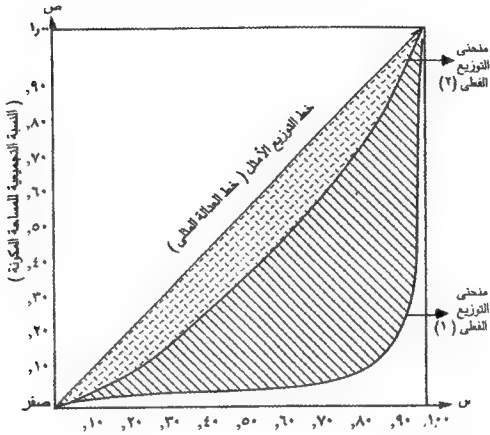
المطلوب :

اظهر مدى التفاوت - عدم العدالة - في توزيع ملكية الأراضي الزراعية بين الملاك بيانياً باستخدام منحى لورنز.

الحل :

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
فئات المساحة بالفدان (من)	عدد الملاك (بالآلاف) (من)	مركز القلة للمتغير (من)	جمله المساحة الملوكة (بالآلاف) (٣×٢)	ت.م.ص. الملاك	ت.م.ص. المساحة الملوكة (بالآلاف) فدان	ت.م.ص. النسبي الملاك Z	ت.م.ص. النسبي المساحة الملوكة Z
١٠٠٠٠	٠,٧	٢٧٠٠	٥٤٠	٢٢٤٧	٥٤٤٧	١٠٠,٠٠	١٠٠
٤٠٠٠	١,٤	٣٠٠	٤٢٠	٢٢٤٦,٨	٤٩٠٧	٩٩,٩٦	٩٩,٩
٢٠٠٠	٢,٣	٣٥٠	٣٤٥	٢٢٤٥,٤	٤٤٨٧	٩٩,٩	٩٩,٨
١٠٠٠	٤,٦	٧٥	٤٢٠	٢٢٤٣,١	٤١٣٧	٩٩,٨	٩٩,٦
٥٠٠	٩,٥	٤٠	٣٨٠	٢٢٣٧,٥	٣٧١٧	٩٩,٦	٩٨,٣
٢٠٠	١٣	٢٥	٣٢٥	٢٢٣٨	٢٢٣٧	٩٩,٢	٩٩,٢
١٠٠	١٥	١٥	٢٤٥	٢٢١٥	٢٠١٢	٩٨,٦	٩٦,٨
٥٠	٢١٨	٧,٥	٧٣٥	٢٢٧٢	٢٣٦٧	٩٦,٨	٩٢,٦
٣٠	٢١٨	٣	٦٥٤	٢١٧٤	١٦٣٧	٩٢,٦	٩٢,٣
١٠	٩٨	٢,٥	٦٣٥	٢٢٧٢	٢٣٦٧	٩٢,٦	٩٢,٣
٥	١٩٥٦	٠,٥	٩٧٨	١٩٥٦	٩٧٨	٨٣,٣	١٢,٥
جملة	٢٢٤٧		٥٤٤٧				

ويتم تنفيذ ذلك بيانياً في الشكل التالي (منحني لورنز)



(النسبة التجميعية لعدد الملاك)

شكل رقم (٢٤)

ومنه يتضح إتساع المساحة بين خط التوزيع الأمثل وبين منحني التوزيع الفعلي (١) مما يدل على عدم العدالة في توزيع الأراضي الزراعية قبل تطبيق قانون الإصلاح الزراعي في مصر عام ١٩٥٢ .

وبالتطبيع لو أخذ التوزيع التكراري بعد تطبيق قانون الإصلاح الزراعي الأول أو الثاني فسنجد أنه متقل المساحة المحصورة بين منحني التوزيع الجديد وخط التوزيع الأمثل عما هو عليه في الشكل السابق ، أى ستزداد درجة العدالة في توزيع الملكية الزراعية .

مثال (٢) :

بفرض أنه بعد صدور قانون الإصلاح الزراعي الأخير أصبح التوزيع
التكراري للملاك الجدد للأراضي الزراعية كما يلي :

فئة المساحة بالفدان -	أقل من ٥	٥ -	١٠ -	٢٠ -	٥٠ -	١٠٠	المجموع
عدد الملاك (بالآلاف)	٢٩١٩	٨٠	٦٥	٢٦	٦	٥	٣١٠١

المطلوب :

هل حقق قانون الإصلاح الزراعي العدالة في توزيع ملكية الأراضي
الزراعية بين الأفراد .

الحل :

(١) فئات لملكية (ف)	(٢) عدد الملاك (بالآلاف) (ك)	(٣) مركزيات الملكية (د)	(٤) مساحة المملوكة بالآلاف فدان (٢×٢)	ت. م. ص. الملاك	ت. م. ص. المملوكة	ت. م. ص. النسبي للملاك %	ت. م. ص. النسبي للمساحة المملوكة %
أقل من ٥	٢٩١٩	٢,٥	٧٢٩٧٥	٢٩١٩	٧٢٩٧٥	٩٤,١	٩٥,٥
٥ -	٨٠	٢,٥	٦٠٠	٢٩٩٩	٧٣٥٧٥	٩٦,٧	٩٦,٣
١٠ -	٦٥	١٥	٩٧٥	٣٠٦٤	٧٤٥٥٠	٩٨,٨	٩٧,٦
٢٠ -	٢٦	٣٥	٩١٠	٣٠٩٠	٧٥٤٦٠	٩٩,٦	٩٨,٨
٥٠ -	٦	٧٥	٤٥٠	٣٠٩٦	٧٥٦١٠	٩٩,٨	٩٩,٣
١٠٠ فدان	٥	١٠٠	٥٠٠	٣١٠١	٧٦٤١٠	١٠٠	١٠٠
المجموع	٣١٠١		٧٦٤١٠				

ويتم توقيع الرسم البياني للتوزيع السابق في صورة منحنى لورنز - على
رسم التوزيع السابق في المثال (١) نجد أن المساحة المحصورة بين منحنى

التوزيع الفعلى (٢) وخط التوزيع الأمثل قد صغرت بما يدل على أن قانون
الاصلاح الزراعى الأخير قد حقق درجة عالية من العدالة فى توزيع الملكية
للأراضى الزراعية ، وأن كان لم يحقق درجة العدالة المثلى فى توزيع الأراضى
الزراعية بين الأفراد .

تمارين (٥)

١ - فيما يلى مجموعة (١٠) من طلاب السنة الثانية بكلية التجارة ١٩ ،
٢٠ ، ٢١ ، ٢٣ ، ١٨ ، ٢٦ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ٢٣

المطلوب : حساب كل من :

أولا : (أ) المدى (ب) الانحراف المتوسط (ج) التباين

(د) الانحراف المعياري - لأعمار عينه الطلاب السابقة .

ثانيا : احسب المقاييس السابقة فى (أولا) لنفس العينة من الطلاب عند
تخرجهم من الكلية بفرض بقاؤهم على قيد الحياة ونجاحهم جميعا فى السنة
الثالثة الرابعة بدون رسوب .

٢ - فيما يلى توزيع (٢٠٠ مصنعا) طبقا لعدد العمال الذين يعملون بكل مصنع :

فئة العمال (ف)	٣ -	٥ -	١٥ -	٢٥ -	٥٠ -	١٠٠ - ١٠٠٠	المجموع
عدد المصانع (ك)	٣٠	٨٠	٤٠	٢٨	١٥	٧	٢٠٠

المطلوب :

(أ) حساب الانحراف المتوسط .

(ب) حساب المدى .

(ج) حساب الانحراف الربيعى بيانيا .

(د) حساب الانحراف المعياري .

(هـ) ايجاد كل من :

١ - معامل الاختلاف الربيعى .

٢ - معامل الاختلاف المعياري

٣ - فى المثال رقم (٥) فى تمارين (٤) السابقة ، احسب الانحراف

الربيعى للتوزيع فى عام ٩٣/٩٢ ، وفى عام ٩٣/٩٤ .

- ٤ - أجريت دراسة لظاهرتين فأُسفرت نتيجة الدراسة عما يلي :
- الظاهرة الأولى : بلغ وسطها الحسابى (٨٠) وانحرافها المعيارى (٨)
- الظاهرة الثانية : كان توزيعها التكرارى كما يلي :

ف	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ -	٤٥ - ٥٠	المجموع
ك	١٦	٢٤	٤٢	١٠	٨	١٠٠

- فأى الظاهرتين أقل تشتتاً .
- ٥ - أوجد الانحراف المتوسط للتوزيع فى تمرين (٤) من تمارين (٤) السابقه .
- ٦ - فى التمرين رقم (٦) من تمارين (٤) السابقه هل يزيد الانحراف المعيارى فى الصناعة (أ) عنه فى الصناعة (ب) أم العكس .
- ٧ - إحصب مقياس التشتت المناسب ، ومعامل الاختلاف المناسب فى التمرين رقم (٩) من تمارين رقم (٤) السابقه .
- ٨ - أوجد معامل الاختلاف المعيارى للقيم فى تمرين (١٤) من تمارين (٤) السابقه .
- ٩ - أوجد الانحراف المتوسط ، والانحراف المعيارى لحجم الودائع فى التمرين رقم (١٨) فى تمارين (٤) السابقه .
- ١٠ - الجدول التالى يمثل توزيع الانفاق السنوى لعينه من الأسر المصريه فى مدينة الإسكندرية (بالآلف جنيه) .

فله الأنفاق (ف)	٣ -	٥ -	٧ -	٩ -	١١ -	١٣ - ١٥	المجموع
عدد الأسر (ك)	١٠	٢٨	٣٧	٢٥	١٥	٥	١٢٠

- إحسب كل من :
- (أ) المدى
- (ب) نصف المدى الربيعى
- (ج) معاملات الاختلاف الممكنه .

الفصل السادس الإلتواء والعزوم والتفرطح

مقدمة

سبق أن أوضحنا أن تلخيص بيانات أى ظاهرة فى صورة رقم واحد «المتوسطات»، بأنواعها المختلفة لا تعلى صورة كاملة عن خصائص توزيع هذه الظاهرة ذلك لأنها لا تكفى لإعطاء فكرة عن درجة التجانس أو الاختلاف - التباين - بين قيم هذه الظاهرة ^(١)، وكان لا بد أن تكون مصحوبة بقيمة أخرى نقيس لنا مدى تباعد هذه القيم أو قربها من بعضها أو من المتوسط، فكانت مقاييس التشتت والتي تعتبر مقاييس لقياس أى تجانس (تقارب) أو تشتت بيانات الظاهرة الإحصائية ^(٢).

ويتوافر كل من مقاييس المتوسطات ومقاييس التشتت عن هذه الظاهرة فقد أتاحا وصفاً مقبولاً للتوزيع برغم ذلك فإن الوصف السابق تنقصه الدقة الكافية المطلوبة للتعرف على خواص توزيع هذه الظاهرة، مما يتطلب البحث عن مقاييس إضافية تصنف دقة أكثر للتعرف على كل خصائص توزيع مثل هذه الظاهرة.

ومن المقاييس الإحصائية الإضافية التي ستعرض لها فى هذا الفصل تحقيقاً للهدف السابق ، مقاييس الإلتواء والتفرطح بجانب التعرض لموضوع العزوم لنفس الهدف السابق فى الأجزاء التالية .

الجزء الأول : الإلتواء *Skewness*

تعريفه :

نعرضنا للإلتواء بالإشارة عدد دراستنا لأنواع المنحنيات التكرارية،

(١) إرجع إلى الفصل الرابع .

(٢) إرجع إلى الفصل الخامس .

وأوضحنا أن المنحنى التكرارى كشكل بياني لعرض نموذجين أو أكثر من التوزيعات التكرارية فإنها تختلف فيما بينها على أساس خاصية أو أكثر من حيث القيمة الوسطى، والشتت، والإلتواء، والتفرطح، أى أن هناك أكثر من منحنى من أهمها:

١ - المنحنى المتماثل (المعتدل) : وهو منحنى تكرارى - متماثل (غير ملتوى) له محور رأسى يمر بنقطة النهايه العظمى للتوزيع ويقسم التوزيع ومن ثم المنحنى إلى جزئين متطابقين تماماً، وفيه يكون تزايد أو تناقص التكرارات متشابهاً ومنظماً بطريقه متماثله على جانبي المحور الرأسى، وفيه يكون الوضع النسبى للمتوسطات :

$$\text{الوسط الحسابى (س)} = \text{الوسط (م)} = \text{المتوال (م)}$$

كما أن فيه الإلتواء = صفر

٢ - المنحنى التكرارى غير المتماثل (الملتوى) : وهو منحنى يختلف عن المنحنى المتماثل فى أن طرفيه غير متماثلين بل مختلفين، وفيه يكون تزايد أو تناقص التكرارات بشكل غير منتظم على جانبي المحور الرأسى عند وسط التوزيع ، وقد يكون الإلتواء سالبا أو موجبا ويكون الوضع النسبى للمتوسطات فيه .

$$\text{مت} \neq \text{م} \neq \text{م} \quad \text{وسنفرق هنا بين :}$$

(أ) منحنى ملتوى إلى اليسار (ذات التواء سالب Negatively Skewed) وتميل فيه التكرارات الكبيرة إلى التركيز عند فئات التوزيع العليا ، ويمتد ذيل المنحنى التكرارى فيه إلى اليسار ويكون الوضع النسبى للمتوسطات فيه

$$\text{مت} > \text{م} > \text{م}$$

(أى أن قيمة الوسط الحسابى أصغر القيم المتوسطة والمتوال هو أكبرها)

(ب) منحنى ملتوى إلى اليمين (ذات التواء موجب Positively skewed) وتميل فيه التكرارات الكبيرة إلى التركيز عند فئات التوزيع الدنيا ، ويمتد ذلك المنحنى التكرارى فيه إلى اليمين ويكون الوضع النسبى للمتوسطات فيه (س < م < م) أى أن الوسط الحسابى أكبر القيم

المتوسطة والمنوال أصغرهما ويتضح ما تقدم من الأشكال رقم (٢٩، ٣٠، ٣١) ^(١٠).
 مما تقدم يمكن تعريف الالتواء بأنه « هو مدى إبتعاد التوزيع التكرارى
 وبالتالي المنحنى التكرارى عن التوزيع المتماثل (الطبيعى)، أو بمعنى آخر
 إنعدام التماثل فى التوزيع التكرارى ذلك لأن وجود الالتواء يعنى عدم إنتظام
 مفردات التوزيع حول الوسط الحسابى لهذا التوزيع أى عدم إنتظام حجم
 العناصر التى تقع قبل وبعد المتوسط ».

ومن التوزيعات ما يكون إلتواؤه معتدلاً أو حاداً، هذا بجانب الالتواء
 الموجب والالتواء السالب.

ويمكننا الوقوف على طبيعة ودرجة إلتواء أى توزيع تكرارى بمجرد النظر
 إلى شكله البيانى، أو بالحصول على القيمة المطلقة للإلتواء، ولكن نظراً لأنه قد
 يتطلب الأمر مقارنة توزيعين تكراريين ذات وحدات قياس مختلفة، هذا وقد
 يتساوى كل من المتوسط والانحراف المعياري فى توزيعين تكراريين من
 وحدات قياس واحدة لكنهما يختلفان من حيث الإلتواء، كما قد تتساوى درجة
 التواءهما ولكنهما يختلفان فى الإشارة، أو قد يكون التواءهما فى اتجاه واحد ولكن
 لقيمتين مختلفتين؛ لذا كان القياس الكمي النسبى لدرجة الالتواء من خلال معادلة
 محددة، يمكن أن يعطى تصوراً أدق لدرجة هذا الالتواء.

لكل ما سبق فإنه يمكن إختبار قياس درجة الالتواء لأى توزيع تكرارى
 من خلال أكثر من طريقة، وسنرمز للإلتواء بالرمز (ت):

٢- أنواع مقاييس الالتواء:

(أ) مقاييس الإلتواء المطلقة (تهتم بالدرجة الأولى ببعض إختبارات
 وجود الالتواء من عدمه) ومن أهمها:

أولاً: يمثل الفرق بين مقياسين من مقاييس المتوسطات الثلاثة
 (الوسط الحسابى والوسيط والمنوال) فإذا كانت: (ت):

$$(1) \quad \text{ت} = \text{م} - \text{صفر}$$

(١) عند دراسة العلاقة بين المتوسطات بالفضل الرابع.

أى ينعدم الالتواء ويكون التوزيع متماثلاً :

لكن لم كانت (ت) :

(٢) $\bar{m} - m \neq \text{صفر}$ وهنا قد يكون (ت):

$\bar{m} - m < \text{صفر}$ فيكون الالتواء موجب (إى التواء إلى اليمين)

أو $\bar{m} - m > \text{صفر}$ فيكون الالتواء سالب (إى التواء إلى اليسار)

ثانياً : يمثل الفرق بين كلا من الربيع الأعلى (ر) ، والربيع الأدنى (ر) الوسيط (ر) حيث أنه اذا كان :

$r - r = r - r$ (ينعدم الالتواء أى تكون ت = صفر)

لكن اذا كانت :

$r - r \neq r - r$ (فيكون هناك التواء أى وإن (ت) قد تكون موجبة أو سالبة).

لكن سبق أن أوضحنا أن مقاييس الالتواء المطلقة رغم بساطتها لكن يعيها صعوبة وخطأ استخدامها فى المقارنه بين توزيعين أو أكثر مختلفين فى وحدات القياس ... الخ ؛ كما أوضحنا فيما سبق (فانه يقتصر استخدامها عند اعطاء فكره مبسطه عن درجه الالتواء لظاھرہ ما بمعزل عن الظواهر الأخرى) لذا كان من الأفضل أن نحصل على مقياس للالتواء يمكن إستخدامه فى المقارنه بين توزيعين أو أكثر مختلفين أو مختلفه فى وحدات القياس فظهرت فكرة المقاييس النسبيه للالتواء أو معاملات الالتواء .

(ب) مقاييس الالتواء النسبيه (أو معاملات الالتواء)

أولاً : معاملات بيرسون للالتواء (وتصلح لجميع التوزيعات التى يمثل

الوسط الحسابى نقطه التركيز فيها)

١ - معامل الالتواء النسبى باستخدام المنوال وسرزمز له بالرمز (ت) :

$$\text{معامل الالتواء (ت)} = \frac{\bar{m} - m}{E} \dots\dots\dots (١)$$

وفيه تم قسمه الفرق بين (الوسط الحسابي - المنوال) أى الفرق المطلق بينهما على الانحراف المعياري (ع) وذلك لأن الانحراف المعياري مقياس لمدى ابتعاد القيم عن وسطها الحسابي .

لكن يعيب المقياس السابق للالتواء إعتداده على المنوال (م) وهو مقياس غير دقيق كما سبق أن أوضحنا في الفصل الرابع - لذا فقد توصل بيرسون إلى مقياس آخر يعتمد على الوسيط (ر) بدلا من المنوال (م) . سنرمز له بالرمز (ت) بعد الاستفادة من العلاقة التالية:

$$\begin{aligned} \text{م} - \text{م} &= 3 (\text{ن} - \text{ر}) \\ \text{معامل الالتواء (ت)} &= \frac{3 (\text{ن} - \text{ر})}{\text{ع}} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

وبالطبع فإن (ت) يختلف بعض الشيء عن (ت_١) ذلك لكون العلاقة بين المقياسين علاقته تقريبيه ، وإن كان من المفضل إستخدام العلاقة الثانية (ت_٢) فى التوزيعات القريبه من التماثل ، وفى كلا المقياسين لبيرسون فإن (ت) تتراوح عادة ما بين (- ٣ ، + ٣) .

ثانيا : معامل باولى (Bowely) للالتواء وسنرمز له بالرمز (ت_٣) :وهو يصلح فى حالة التوزيعات التى يكون الوسيط أصلىح وأنسب فى تمثيلها ومن أهمها التوزيعات المفتوحه .

ويقوم على قياس الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى والوسيط - كما أوضحنا فى مقاييس الالتواء المطلقه عاليه .

وتتوقف هنا درجه الالتواء فى التوزيع ونوعه على قيمة الفرق بين (٣-ر) ، (١-ر) ، وحتى يكون هذا الفرق نسبيا وليس مطلقا حتى يصلح للمقارنة فقد تم قسمته على مجموع المسافة بين كل من الربيعين والوسيط، أى على الانحراف الربيعي .

$$\text{معامل الالتواء (ت}_3\text{)} = \frac{(1,1 - 1,2) - (1,2 - 1,3)}{(1,1 - 1,2)} = \dots (3) \text{.....}$$

أو بصيغه أخرى :

$$\frac{(1,1 + 1,2^2 - 1,3)}{1,1 - 1,2} = (\text{ت}_3)$$

وعادة ما يأخذ المعامل السابق قيمة تتراوح بين $(-1, +1)$.

ويجب أن نوه هنا أنه لإختلاف النتيجة التي نحصل عليها من مقاييس بيرسون للالتواء عنه في مقياس باولي للالتواء فإنه من الخطأ إستخدامهما لمقارنة التواء توزيعين تكراريين، ولكن يجب الاقتصاد على إستخدام أحدهما فقط لمقارنة التواء هذين التوزيعين.

مثال (١) :

إحسب من التوزيع التكرارى التالى كل من معاملات بيرسون للالتواء $(\text{ت}_1, \text{ت}_2)$ ، ومعامل باولي للالتواء (ت_3) :

فئة الطول (ف)	١٢٥-	١٣١-	١٣٧-	١٤٣-	١٥٥-١٤٩	المجموع
عدد التلاميذ (ك)	٦	١١	١٥	١٢	٦	٥٠

الحل :

حلول هذا التوزيع التكرارى من ١١٤، من ١٢٨، من ١٣٦، من ١٤٧، من ٢٠١ نجد أن :

$$\begin{aligned} \bar{X} &= 140,12 \text{ سم} , \quad \sigma = 140,2 \text{ سم} , \quad \sigma^2 = 134,5 \text{ سم}^2 , \\ \sigma &= 11,6 \text{ سم} , \quad \sigma^2 = 134,5 \text{ سم}^2 , \quad \sigma^3 = 15,7 \text{ سم}^3 \end{aligned}$$

وعليه فإن :

$$\frac{س - م}{ع} = ٠.٠٠٠ ت$$

$$٠.٠٠٠ ت = \frac{٠.٣١ - ١٤٠,٤٣}{٧,١٥} = \frac{١٤٠,١٢ - ١٤٠,٤٣}{٧,١٥}$$

أى أن الالتواء بسيط وإلى اليسار.

$$\frac{(س - م)^3}{ع} = ٠.٠٠٠ ت$$

$$\frac{(٠,٠٨)^3}{٧,١٥} = \frac{(١٤٠,٢ - ١٤٠,١٢)^3}{٧,١٥} = ٠.٠٠٠ ت$$

$$(٠,٠٣٣ -) = \frac{٠,٢٤ -}{٧,١٥} =$$

أى أن الالتواء هنا بسيط وإلى اليسار أيضا .

$$\frac{م - م^2 + م^3}{م - م^3} = ٠.٠٠٠ ت$$

$$\frac{١٣٤,٥ + (١٤٠,٢)^2 - ١٤٥,٧٥}{١٣٤,٥ - ١٤٥,٧٥} = ٠.٠٠٠ ت$$

$$\frac{١٣٤,٥ + ٢٨٠,٤ - ١٤٥,٧٥}{١١,٢٥} =$$

$$\frac{٠,١٥ - ٢٨٠,٤ - ٢٨٠,٢٥}{١١,٢٥} =$$

$$(٠,١٣ -) =$$

أى أن الالتواء بسيط جدا وإلى اليسار .

$$- ٢٣٥ -$$

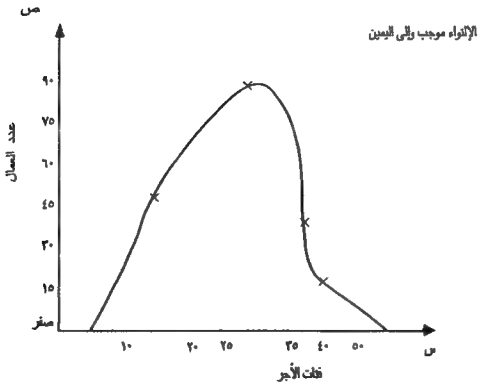
مثال (٢) :

إختيرو إحصاء باستخدام طرق ومعاملات الالتواء المناسبة من قيم واتجاه
الالتواء من التوزيع التكرارى التالى بيانياً وحسابياً:

فئات الأجر (ف)	- ١٠	- ٢٠	- ٢٥	- ٣٥	٤٠ - ٥٠	المجموع
عدد العمال (ك)	٥٠	٢٠	٨٠	٣٠	٢٠	٢٠٠

الحل :

أولاً : نوع الالتواء بيانياً :



شكل رقم (٢٥)

ثانياً: معاملات الائتواء لبيرسون (ت، ت، ت، ت) حسابياً:

ف	ك	س	س ك	ك ⁻	س ⁺ ك	حدود الفئات	ت. م. م.
١٠ -	٥٠	١٥	٧٥٠	٥	١١٢٥٠	أقل من ١٠	صفر
٢٠ -	٢٠	٢٢,٥	٤٥٠	$\Delta = ٤$	١٠١٢٥	أقل من ٢٠	٥٠
٢٥ -	٨٠	٣٠	٢٤٠٠	٨	٧٢٠٠٠	أقل من ٢٥	٧٠
٣٥ -	٣٠	٣٧,٥	١١٢٥	$\Delta = ٧$	٤٢١٨٧,٥	أقل من ٣٥	١٥٠
٤٠ - ٥٠	٢٠	٤٥	٩٠٠	٢	٤٠٥٠٠	أقل من ٤٠	١٨٠
						أقل من ٥٠	٢٠٠
المجموع	٢٠٠		٥٦٢٥		١٧٦٠٦٢,٥		

$$\bar{س} = \frac{٥٦٢٥}{٢٠٠} = ٢٨,١٢٥ \text{ جنيهاً}$$

$$م = ٢٥ + \left(\frac{٤}{٢ + ٤} \times ٥ \right) \text{ (بالتطبيق على التكرار المعدل)}$$

$$= \frac{٢٠}{٦} + ٢٥$$

$$= ٢٨,٣٣ \text{ جنيهاً} = ٢,٣٣ + ٢٥$$

$$\text{ترتيب } ر_٢ = \frac{م - ك}{٢} = \frac{٢٠٠}{٢} = ١٠٠$$

$$= ٢٠ + \frac{١٠٠ - ٧٠}{٨٠} \times ١٠ \text{ قيمة } ر_٢$$

$$= ٢٥ + \frac{٣٠}{٨٠} \times ١٠$$

$$٢,٧٥ + ٢٥ =$$

$$= ٢٨,٧٥ \text{ سم}$$

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مد س ك}^2}{\text{مد ك}} - \left(\frac{\text{مد س ك}}{\text{مد ك}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{١٧٦٠٦٢,٥}{٢٠٠} - \left(\frac{٥٦٢٥}{٢٠٠}\right)^2}$$

$$= \sqrt{٨٠٢,٥٨٩ - ٨٨٠,٣١٣}$$

$$= \sqrt{٧٧,٢٧٤} = ٨,٨١٦$$

$$\frac{\text{س} - \bar{\text{س}}}{ع} = \text{ت} \cdot \cdot \cdot$$

$$\frac{٢٨,٣٣٠ - ٢٨,١٢٥}{٨,٨١٦} = \text{ت} \cdot \cdot \cdot$$

$$= \frac{٠,٢٠٥}{٨,٨١٦} = -٠,٢٣, \text{ (التواء بسيط جداً وسالب)}$$

$$\frac{٣(\text{س} - \bar{\text{س}})}{ع} = \text{ت} \cdot \cdot \cdot$$

$$= \frac{٣(٢٨,٧٥ - ٢٨,١٢٥)}{٨,٨١٦} = \text{ت} \cdot \cdot \cdot$$

$$= \frac{٨٦,٢٥ - ٨٤,٣٧٥}{٨,٨١٦}$$

$$= \frac{1,875 - 0,213}{8,816} = (\text{التواء بسيط وسالب})$$

مثال (٢):

إحسب معامل التواء مناسب من الجدول التكرارى التالى :

ف	أقل من ١٠	- ١٠	- ٢٠	- ٣٠	- ٤٠	- ٥٠	- ٦٠	٧٠ فأكثر	المجموع
ك	٢١٠	٢٠٠	٢١٥	١٢٠	١١٥	١١٠	١٨	١٢	١٠٠٠

الحل :

حيث أن الجدول مفتوح فيفضل معامل باولى للتواء حيث

$$ت = \frac{ز - ٢ - ٢}{٢ - ٢}$$

وعليه للحصول على عناصر المعادله السابقه ننشئ جدول تكرارى متجمع

صاعد كما يلى :

ت م ص	حدود الفئات	ك	ف
	أقل من الحد الأدنى	٢١٠	- ١٠
	أقل من ١٠	٢٠٠	- ١٠
٢٥٠ ←	أقل من ٢٠	٢١٥	- ٢٠
	أقل من ٣٠	١٢٠	- ٣٠
	أقل من ٤٠	١١٥	- ٤٠
٧٥٠ ←	أقل من ٥٠	١١٠	- ٥٠
	أقل من ٦٠	١٨	- ٦٠
	أقل من ٧٠	١٢	- ٧٠
	أقل من الحد الأعلى		
		١٠٠٠	المجموع

$$\text{ترتيب } P = \frac{1000}{2} = \frac{\text{مذكر}}{2} = 500$$

$$\text{قيمة } P = 20 + 10 \times \frac{410 - 500}{210} = 24,19$$

$$\text{ترتيب } P = \frac{1000}{4} = \frac{\text{مذكر}}{4} = 250$$

$$\text{قيمة } P = 10 + 10 \times \frac{210 - 250}{200} = 12$$

$$\text{ترتيب } P = 3 \times \frac{1000}{4} = 3 \times \frac{\text{مذكر}}{4} = 750$$

$$\text{قيمة } P = 40 + 10 \times \frac{740 - 750}{110} = 40,53$$

$$\text{معامل التواء (ت)} = \frac{P + P^2 - P}{P - P}$$

$$\text{ت} = \frac{12 + 24,19 \times 2 - 40,53}{12 - 40,13}$$

$$= \frac{48,38 - 40,13}{28,13}$$

$$= \frac{4,05}{28,13} + 0,142 \text{ (التواء بسيط وموجب)}$$

$$- 240 -$$

الجزء الثانى العزم

Moments

إن عرض فكره سريعه عن العزم فى هذا الجزء، سيضيف تحليلات جديده ستساعد فى قياس خصائص التوزيعات التكراريه كلها ويصفه خاصه فى كل من خاصيتى الإلتواء والتفرطح .

١. تعريفها وطرق تقديرها :

إن العزم لأى قوة هو مقدار العمل الذى تحدثه هذه القوة ، ويتوقف ذلك العمل على عنصرين هما ، القوة نفسها ، والمسافه بين هذه القوة والنقطه التى عندها تحدث أثرها ، ذلك أن قوة مقدارها (٨ كيلو جرام) على بعد (متر واحد) تعادل فى مفعولها قوة أخرى مقدارها (٢ كيلو جرام) على بعد (٤ أمتار) طبقاً لقانون الرافعة ^(١) يتحقق التعادل (أو التوازن) عند تساوى طرفى هذا القانون .

ووفقاً للأساس السابق فإنه بالنسبة للتوزيعات التكرارية، فإن تكرارات أى توزيع تكون هى القوة المؤثرة عليه، وبالتالي عزوم أى تكرارات تقاس بحاصل ضرب هذه التكرارات فى إنحرافاتنا عن نقطه معينه، وقد تكون هذه النقطه هى نقطه الوسط الحسابى، أو نقطه الصفر، أو عند قيمه ثابتة أخرى، مقسوماً على تلك التكرارات وعليه فإن:

قيمة العزم عبارته عن متوسط إنحرافات قيم التوزيع عن هذه النقطه المحدده فيما سبق ، ويتحدد رتبه هذا العزم بدرجة القوة (الأس) التى ترفع إليها هذه الإنحرافات وعليه فالقاعده العامه للعزم الدونى مثلاً :

(١) القوة × زراعها = المقومه (القوة الأخرى) × زراعها

$$\left\{ \frac{\text{مـد (س - النقطة) }^{\text{ن}}}{\text{ن}} = \text{العزم الدورى} \right.$$

حيث أن :

(١) س : هى القيم أو مراكز فئات التوزيع .

(٢) النقطة : قد تكون هى :

(أولاً) نقطه الصفر . (يطلق على العزوم فى هذه الحالة بالعزوم الصفريه)

(ثانياً) الوسط الحسابى (س أو \bar{U}) (ويطلق على العزوم فى هذه الحالة بالعزوم المركزيه)

(ثالثاً) أى نقطة أخرى تختلف عما سبق فى أولاً ، وثانياً ولتكن النقطة (أ) ، (يطلق على العزوم فى هذه الحالة بالعزوم العامة) .

ومن الناحيه العمليه - فى هذا الجزء - فإن القياسات الإضافيه التى سنحتاج إليها ستقتصر على العزوم من العزم الأول حتى العزم الرابع ، لذا سنورد فيما يلى صيغه تقدير كل عزم منها فى حالتين :

أولهما : حالة البيانات غير المبويه (المفرد) .

ثانيهما : حالة البيانات المبويه (التوزيعات التكرارية) وذلك بالنسبة لكل نقطة من النقاط المشار إليها فى (أولاً) ، (ثانياً) ، (ثالثاً) فيما سبق .

أولاً : العزوم حول الصفر (العزوم الصفريه) وسنرمز لها بالرمز (مـ)

(أ) لبيانات غير مبويه (مفردة) .

وسنرمز للعزوم بصفة عامة بالرمز (زـم) (زـم : زمره) أو (زـم) على حسب نوع النقطة التى يجنبه عندها العزوم .

$$\text{العزم الأول : زـم (١) = } \frac{\text{مـد س}}{\text{ن}} \dots\dots\dots (١)$$

$$\text{العزم الثانى : زـم (٢) = } \frac{\text{مـد س}^2}{\text{ن}} \dots\dots\dots (٢)$$

$$\text{العزم الثالث : (ز - م - ن)} = \frac{\text{محدس}^2}{\text{ن}} \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{العزم الرابع : (فر - م - ن)} = \frac{\text{محدس}^4}{\text{ن}} \dots\dots\dots (4)$$

حيث س هي قيم التوزيع للبيانات غير المبوية .

(ب) لبيانات مبوية (توزيعات تكرارية)

حيث : س : هي قيم مراكز الفئات ، ك هي تكرار كل فئة .

$$\text{العزم الأول : (ز - م - ك)} = \frac{\text{محدس}^2 \text{ ك}}{\text{مجدك}} \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{العزم الثاني : (ز - م - ك)} = \frac{\text{محدس}^4 \text{ ك}}{\text{مجدك}} \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{العزم الثالث : (ز - م - ك)} = \frac{\text{محدس}^6 \text{ ك}}{\text{مجدك}} \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{العزم الرابع : (ز - م - ك)} = \frac{\text{محدس}^8 \text{ ك}}{\text{مجدك}} \dots\dots\dots (8)$$

مثال (٤) :

أوجد العزوم من الأول حتى الرابع (حول الصفر) لدرجات (٨) طلاب
في مادة ما حيث كانت هذه الدرجات كما يلي :

٢٥ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٨ ، ٧ ، ٤ ، ٤ ، ٢

الحل :

ترتيب الطلاب	س (الدرجات)	س ^٢	س ^٣	س ^٤
١	٢	٤	٨	١٦
٢	٤	١٦	٦٤	٢٥٦
٣	٤	١٦	٦٤	٢٥٦
٤	٧	٤٩	٣٤٣	٢٤٠١
٥	٨	٦٤	٥١٢	٤٠٩٦
٦	١٠	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
٧	٢٠	٤٠٠	٨٠٠٠	١٦٠٠٠٠
٨	٢٥	٦٢٥	١٥٦٢٥	٣٩٠٦٢٥
المجموع	٨٠	١٢٧٤	٢٥٦١٦	٥٦٧٦٥٠

وتكون العزوم الصفريه كما يلي :

$$ز م - (١) = \frac{م ح س}{ن} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$$

$$ز م - (٢) = \frac{م ح س^٢}{ن} = \frac{١٢٧٤}{٨} = ١٥٩,٢٥$$

$$ز م - (٣) = \frac{م ح س^٣}{ن} = \frac{٢٥٦١٦}{٨} = ٣٢٠٢$$

$$ز م - (٤) = \frac{م ح س^٤}{ن} = \frac{٥٦٧٦٥٠}{٨} = ٧٠٩٥٦,٢٥$$

(لاحظ فيما سبق تعقد العمليات الحسابية وكبر أرقامها اذا كانت س = عدد صحيح وكسر)

مثال (٥) :

فيما يلي توزيع تكرارى لعدد ١٠٠ طالب طبقاً لمتوسط الدرجات التي حصلوا عليها في ٨ مواد مختلفة.

س (الدرجات)	٢	٤	٤	٧	٨	١٠	٢٠	٢٥
ك (عدد الطلاب)	٣	٨	١٥	١٠	١٠	٣٥	١٤	٥

والمطلوب: حساب كل من العزم الأول حتى العزم الرابع (حول الصفر) للتوزيع التكرارى السابق.

الحل :

س	ك	س ك	س ^٢ ك	س ^٣ ك	س ^٤ ك
٢	٣	٦	١٢	٢٤	٤٨
٤	٨	٣٢	١٢٨	٥١٢	٢٠٤٨
٤	١٥	٦٠	٢٤٠	٩٦٠	٣٨٤٠
٧	١٠	٧٠	٤٩٠	٣٤٣٠	٢٤٠١٠
٨	١٠	٨٠	٦٤٠	٥١٢٠	٤٠٩٦٠
١٠	٣٥	٣٥٠	٣٥٠٠	٣٥٠٠٠	٣٥٠٠٠٠
٢٠	١٤	٢٨٠	٥٦٠٠	١٢٨٠٠٠	٢٥٦٠٠٠٠
٢٥	٥	١٢٥	٣١٢٥	٧٨١٢٥	١٩٥٣١٢٥
المجموع	١٠٠	١٠٠٣	١٣٧٣٥	٢٥١١٧١	٤٩٣٤٠٣١

وتكون العزوم حول الصفر كما يلي : حيث مد ك = (١٠٠).

$$\text{زم (١)} = \frac{1003}{100} = 10.03$$

$$\text{زم (٢)} = \frac{13735}{100} = 137.35$$

$$\text{زم (٣)} = \frac{251171}{100} = 2511.71$$

$$\text{زم (٤)} = \frac{4934031}{100} = 49340.31$$

ثانيا : العزوم حول الوسط الحسابي (العزوم المركزية) وسنرمز لها بالرموز :

أ - لبيانات غير مبوية (مفردة)

$$\text{العزم الأول : زم (١)} = \frac{\text{مـد (م - م)}}{\text{ن}} = \frac{\text{مـد ح}}{\text{ن}} \dots (٩)$$

$$\text{العزم الثاني : زم (٢)} = \frac{\text{مـد (م - م)}^2}{\text{ن}} = \frac{\text{مـد ح}^2}{\text{ن}} \dots (١٠)$$

$$\text{العزم الثالث : زم (٣)} = \frac{\text{مـد (م - م)}^3}{\text{ن}} = \frac{\text{مـد ح}^3}{\text{ن}} \dots (١١)$$

$$\text{العزم الرابع : زم (٤)} = \frac{\text{مـد (م - م)}^4}{\text{ن}} = \frac{\text{مـد ح}^4}{\text{ن}} \dots (١٢)$$

(ب) لبيانات مبوية (توزيعات تكرارية)

$$\text{زم (١)} = \frac{\text{مـد ك (م - م)}}{\text{مـد ك}} = \frac{\text{مـد ح ك}}{\text{مـد ك}} \dots (١٣)$$

$$\text{زم}^{(2)} = \frac{\text{مدك} (س - \bar{س})^2}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح}^2 \text{ك}}{\text{مدك}} \dots (14)$$

$$\text{زم}^{(3)} = \frac{\text{مدك} (س - \bar{س})^3}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح}^2 \text{ك}}{\text{مدك}} \dots (15)$$

$$\text{زم}^{(4)} = \frac{\text{مدك} (س - \bar{س})^4}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح}^4 \text{ك}}{\text{مدك}} \dots (16)$$

حيث (س) مراكز الفئات للتوزيع ، ($\bar{س}$) الوسط الحسابي للتوزيع ،
 مدك (مجموع التكرارات) للتوزيع ، وأن (س - $\bar{س}$) = ح (الانحراف
 عن الوسط الحسابي)

مثال (٦) :

أوجد كلا من العزوم المركزية (زم) من الأول حتى الرابع لدرجات ٨
 طلاب التالية في مادة ما :

٢٥ ، ٢٠ ، ١٠ ، ٨ ، ٧ ، ٤ ، ٤ ، ٢

الحل :

$$\bar{س} = \frac{\text{محصى}}{ن} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$$

$$\text{زم}^{(1)} = \frac{\text{مد} (س - \bar{س})}{ن} = \frac{\text{مدح}}{ن}$$

وحيث أن :

$$\text{مدح} = \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} + \text{ح} =$$

$$\text{مدح} = (١٠-٨) + (١٠-٧) + (١٠-٤) + (١٠-٤) + (١٠-٢) +$$

$$+ (١٠-٢٥) + (١٠-٢٠) + (١٠-١٠) +$$

$$= (٨-) + (٦-) + (٦-) + (٢-) + (٢-) + (٢-) + (١٠+) + (١٥) =$$

$$= (-٢٥) + (+٢٥) =$$

$$= -٢٤٧$$

$$\text{صفر} = \frac{\text{محد صفر}}{\text{صفر}} = \text{نم}$$

$$\frac{\text{مد ح}}{ن} = \frac{\text{مد (س - س)}}{ن} = \dots (1)$$

وحيث أن مد ح^٢ :

$$\begin{aligned} & \text{ا}^{\text{ع}} + \text{و}^{\text{ع}} + \text{ي}^{\text{ع}} + \text{هـ}^{\text{ع}} + \text{ز}^{\text{ع}} + \text{ر}^{\text{ع}} + \text{ل}^{\text{ع}} + \text{س}^{\text{ع}} = \\ & (٢٧٥) + (١٠٠) + (\text{صفر}) + (٤) + (٩) + (٣٦) + (٣٦) + ٦٤ = \text{ع} \cdot \cdot \cdot \\ & \quad \quad \quad \text{٤٧٤} = \end{aligned}$$

$$09,20 = \frac{171}{\Delta} = (7) \cdot \dots$$

$$\frac{\text{محد ح}^2}{n} = \frac{\text{محد (س - ق) }^2}{n} = 79.9$$

وحيث أن محـ ح^٢ :

$$\begin{aligned} & ٨٠٠ + ٢٧٠ + ٢١٦ + ٥١٢ + ٢٣٧٥ + ٩٧٩ + ٢٣٩٦ = \\ (٨٠٠) + (٢٧٠) + (٢١٦) + (٥١٢) + (٢٣٧٥) + (٩٧٩) + (٢٣٩٦) = \\ & (٤٣٧٥) + (٩٧٩) = \\ & (٥٣٥٤) = \end{aligned}$$

$$272,0 = \frac{1797}{1} = 1797$$

$$\frac{\text{مدح}^1}{\text{ن}} = \frac{\text{مدح}^1 (\text{ن} - \text{ن})}{\text{ن}} = \text{ن}^{(1)}$$

وحيث أن مدح¹:

$$\text{مدح}^1 = \text{ح}^1 + \text{ح}^2 + \text{ح}^3 + \text{ح}^4 + \text{ح}^5 + \text{ح}^6 + \text{ح}^7 + \text{ح}^8 + \text{ح}^9$$

$$\therefore \text{مدح}^1 = (81) + (1296) + (1296) + (40906) +$$

$$(50725) + (10000) + (16) +$$

$$67410 =$$

$$8426,25 = \frac{67410}{8} = \text{ن}^{(1)}$$

مثال (٧):

أوجد كلا من العزوم المركزية (نم) من الأول حتى الرابع للتوزيع التكراري التالي:

ف	٠	٢٠	٤٠	٦٠	٨٠-١٠٠	المجموع
ك	١٥	٩	٧	١٧	٢	٥٠

الحل:

ف	ك	ن	ن - ك	ن - ك (ن - ك)	ن - ك (ن - ك)	ن - ك (ن - ك)	ن - ك (ن - ك)
١٥	٩	١٥	٢٠	٤٢٨,١٠	٤٩٢	١١١٣٧,٦	٥٢٩٣١٣,٢٨
٩	٧	٢٠	٣٠	٤٢٨,٣٠	١١٥,٢٠	١٤٧٤,٥٦	١٨٨٧٤,٣٧
٧	١٧	٣٠	٥٠	٤٢٨,٥٠	٥٠,٤٠	٣٦٦,٨٨	٢٦٦٢,٧٤
٢	٥٠	٥٠	٧٠	٤٢٨,٧٠	٤٦٢,٤٠	١٢٥٧٧,٢٨	٣٤٢١٠,٢٠
٢	١٠٠ - ٨٠	١١٨٠	٩٠	٤٢٨,٩٠	٩٤,٤٠	٤٤٥٥,٦٨	٢١٠٣٠,٨٠
المجموع	٥٠	٢١٤٠					

$$\bar{م} = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} = \frac{2140}{50} = 42,8$$

وتكون العزوم المركزية كما يلي :

$$\text{ز(١)} = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} = \frac{\text{صفر}}{50} = \text{صفر}$$

$$\text{ز(٢)} = \frac{\text{مدح}^2 \text{ك}}{\text{مدك}} = \frac{35008}{50} = 700,16$$

$$\text{ز(٣)} = \frac{\text{مدح}^3 \text{ك}}{\text{مدك}} = \frac{6825,18}{50} = 136,5$$

$$\text{ز(٤)} = \frac{\text{مدح}^4 \text{ك}}{\text{مدك}} = \frac{36853160}{50} = 737063,2$$

ثالثا : العزوم حول النقطة (أ) (العزوم العامة) وسنرمز لها بالرمز (زم).

(أ) لبيانات غير مبوية (مفردة) .

$$\text{العزم الأول ز(١)} = \frac{\text{مد} - (\text{م} - \text{أ})}{\text{ن}} = \frac{\text{مدح}}{\text{ن}} \dots\dots\dots (١٧)$$

$$\text{العزم الثاني ز(٢)} = \frac{\text{مد} - (\text{م} - \text{أ})^2}{\text{ن}} = \frac{\text{مدح}^2}{\text{ن}} \dots\dots\dots (١٨)$$

$$\text{العزم الثالث ز(٣)} = \frac{\text{مد} - (\text{م} - \text{أ})^3}{\text{ن}} = \frac{\text{مدح}^3}{\text{ن}} \dots\dots\dots (١٩)$$

$$\text{العزم الرابع ز(٤)} = \frac{\text{مد} - (\text{م} - \text{أ})^4}{\text{ن}} = \frac{\text{مدح}^4}{\text{ن}} \dots\dots\dots (٢٠)$$

ب - لبيانات ميوه (توريعات تكراريه)

$$زَمْ^{(١)} = \frac{\text{مدك (س - أ)}}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٢١)$$

$$زَمْ^{(٢)} = \frac{\text{مدك (س - أ)}}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٢٢)$$

$$زَمْ^{(٣)} = \frac{\text{مدك (س - أ)}}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٢٣)$$

$$زَمْ^{(٤)} = \frac{\text{مدك (س - أ)}}{\text{مدك}} = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٢٤)$$

حيث أن :

$$ح = (س - أ)$$

س = مراكز الفئات التكراريه

أ = النقطة المختاره لحساب العزوم حولها .

(نفس فكرة الوسط الفرضي)

مثال (٨) :

أوجد كل من العزوم العامة (زَمْ) من الأول حتى الرابع للتوزيع التكرارى بالمثال رقم (٧) السابق حول النقطة (أ = ٥٠) .

الحل :

ف	ك	س	(١-س) (ح ك)	(١-أ) ك (ح ك)	(١-س) ك (ح ك)	(١-أ) ك (ح ك)	ف
٠	١٥	١٠	٤٠	٦٠	٢٤٠٠	٩٦٠٠٠	٣٨٤٠٠٠٠
٢٠	٩	٢٠	٢٠	١٨٠	٣٦٠	٧٢٠٠٠	١٤٤٠٠٠٠
٤٠	٧	٥٠	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٦٠	١٧	٧٠	٢٠+	٣٤٠+	٦٨٠٠	١٣٦٠٠٠+	٢٧٢٠٠٠٠
٨٠	٢	٩٠	٤٠+	٨٠+	٣٦٠٠	١٢٨٠٠٠+	٥١٢٠٠٠٠
المجموع	٥٠	٥٠=أ		٤٢٠+	٣٧٦٠٠	٢٦٤٠٠٠+	٤٧٦٨٠٠٠٠
				٧٨٠-		١٠٣٢٠٠٠-	
				٣٦٠-		٧٦٨٠٠٠-	

وتكون العزوم العامة كما يلي:

$$ز١ = \frac{\text{مدح ك}}{\text{مدك}} = \frac{٣٦٠ -}{٥٠} = (٧,٢ -)$$

$$ز٢ = \frac{\text{مدح ١ ك}}{\text{مدك}} = \frac{٣٧٦٠٠}{٥٠} = ٧٥٢$$

$$ز٣ = \frac{\text{مدح ٢ ك}}{\text{مدك}} = \frac{٧٦٨٠٠٠ -}{٥٠} = (١٥٣٦٠ -)$$

$$ز٤ = \frac{\text{مدح ٤ ك}}{\text{مدك}} = \frac{٤٧٦٨٠٠٠٠}{٥٠} = ٩٥٣٦٠٠$$

وأبعا، العزوم المختصرة سنرمز لها بالرمز (ز)

لإختصار الوقت والمجهود في العمليات الحسابية عند حساب العزوم العامة مثلاً، فإنه يمكن الحصول على العزوم المختصرة في وقت بسيط وبمجهود أقل وذلك بقسمة (س - أ) على مقدار ثابت وليكن (ث) أو (ل) والاختيرة تشير إلى طول الفتحة في

التوزيعات التكراريه المنتظمه .

حيث أن :

$$\frac{f}{N} = \frac{(س - أ)}{(ث - ل)}$$

وعليه فيمكن الحصول على العزوم المختصرة في حالة العزوم العامة كما يلي:

أ - في حالة البيانات غير المبويه (المفردة) .

$$\text{العزم الأول: } Z_1^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(1)}}{N} \dots\dots\dots (٢٥)$$

$$\text{العزم الثاني: } Z_2^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(2)}}{N} \dots\dots\dots (٢٦)$$

$$\text{العزم الثالث: } Z_3^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(3)}}{N} \dots\dots\dots (٢٧)$$

$$\text{العزم الرابع: } Z_4^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(4)}}{N} \dots\dots\dots (٢٨)$$

ب - في حاله البيانات المبويه (توزيعات تكراريه) :

$$\text{العزم الأول: } Z_1^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(1)}ك}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٢٩)$$

$$\text{العزم الثاني: } Z_2^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(2)}ك}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٣٠)$$

$$\text{العزم الثالث: } Z_3^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(3)}ك}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٣١)$$

$$\text{العزم الرابع: } Z_4^{(1)} = \frac{\text{مدح}^{(4)}ك}{\text{مدك}} \dots\dots\dots (٣٢)$$

وتكون العزوم العامة المختصرة كما يلي:

$$Z_{(1)} = \frac{\text{مد ح ك}}{\text{مد ك}} = \frac{8}{50} = (-0.16)$$

$$Z_{(2)} = \frac{\text{مد ح ك}}{\text{مد ك}} = \frac{1800}{50} = 36$$

$$Z_{(3)} = \frac{\text{مد ح ك}}{\text{مد ك}} = \frac{38360}{50} = (767.2)$$

$$Z_{(4)} = \frac{\text{مد ح ك}}{\text{مد ك}} = \frac{2191200}{50} = 43824$$

العزوم ومقاييس الالتواء:

نلاحظ فيما سبق عند دراسة العزوم ما يلي :

(١) أن العزم الأول حول الصفر (ز-١) يساوى الوسط الحسابي

(\bar{x} أو μ) دائما

(٢) أن العزم الأول حول الوسط الحسابي (المركزي)

أى (ز-١) = صفردائماً (لماذا؟) لأن مد (س - \bar{x}) و مد (س - \bar{x}) ك = صفر

(٣) أن العزم الثانى حول الوسط الحسابي (المركزي)

أى (ز-١) = التباين (σ^2 أو σ^2)

(٤) أن العزم الثالث حول الوسط الحسابي (المركزي)

أى (ز-١) فى حاله التوزيع الطبيعى (او المتماثل) يساوى الصفر دائما .

(٥) أن العزم الثالث حول الوسط الحسابي (المركزي)

أى (ز م^(٣)) فى حالة التوزيع غير المتماثل إما موجباً أو سالباً (٥) تبعاً لنوع الالتواء.

ومن الملاحظة الخامسة أى رقم (٥) السابقة يمكننا الاعتماد على العزم الثالث المركزى فى المقارنة بين الالتواء لتوزيعين مختلفين وحتى نتخلص من مشكلة إختلاف وحدات القياس بينهما، فيطلب الأمر الحصول على مقياس نسبي للالتواء، لهذا يقتضى الأمر القسمة على مقياس تشتت مرفوع للقوة الثالثة (ع^٢ أو σ^٣) لأن وحدات البسط مكعبة (مرفوعة للقوة الثالثة) وذلك باستخدام العزوم أى (م^(٣) / م^(٢))^٢

فيذا ما رمزنا لمعامل الالتواء باستخدام العزوم بالرمز.

ت م^(٣) فإن :

$$ت م^{(3)} = \frac{م^{(3)}}{م^{(2)^2}} \dots\dots\dots (٤ / أ)$$

ولا سباب رياضية فقد إقترح بيرسون إستخدام مربع المعامل السابق أى سيكون معامل بيرسون للالتواء:

$$ت م^{(3)} = \frac{م^{(3)^2}}{م^{(2)^3}} \dots\dots\dots (٤ / ب)$$

مثال (١٠) :

احسب معامل الالتواء لبيرسون فى المثال رقم (٧) السابق .

الحل :

بالنظر إلى المثال رقم (٧) السابق نجد أن :

(٥) لأن تكعيب الانحرافات لا يخلصنا من الإشارة الجبرية فتظل إنحرافات القيم الأكبر من المتوسط موجبه بينما انحرافات القيم الأقل من المتوسط سالبه) .

$$136.5 = (م_3)$$

$$700.16 = (م_2)$$

$$\frac{(م_3)^2}{(م_2)^2} = 0.00000042$$

$$0.00000042 = \frac{(136.5)^2}{(700.16)^2}$$

(أى الالتواء موجب بسيط جداً جداً).

ملحوظة : نظراً لأن الانحرافات عن الوسط الحسابى ، يمكن أن تكون كبيرة من ناحية ، أو كسرية من ناحية أخرى ومن ثم رفعها إلى القوة الثالثة (تكعيبها) للحصول على العزم الثالث المركزى $(م_3)$ يودى إلى مشقة حسابية وضياح للوقت والمجهود لذا نفضل حساب العزم الثالث على أساس وسط فرضى $(م_2)$ ثم يصحح حتى نحوله إلى العزم الثالث المركزى $(م_3)$ باستخدام العلاقة التالية:

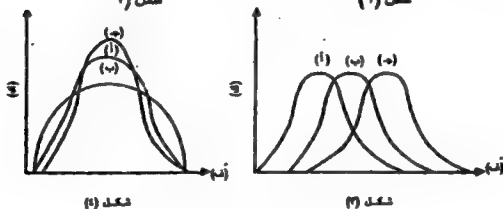
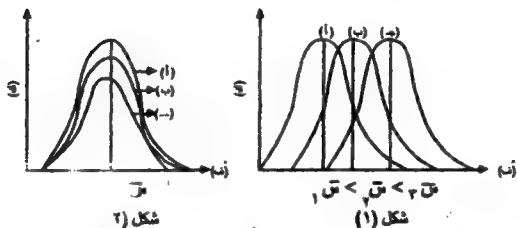
$$[م_3] = \frac{م_2^3}{م_2} - \frac{م_3^3}{م_2} \times \frac{م_2^2}{م_2}$$

$$+ 2 \left(\frac{م_2^3}{م_2} \right) [0.00000042]$$

الجزء الثالث التفرطح *Kottosis*

مقدمة :

إذا ما أسعرضنا الأشكال المختلفة للمنحنيات التكرارية لتوزيعات تكرارية مختلفة حيث يتوقف شكل المنحنى على التوزيع التكرارى الذى يمثله فسنجد ما يلى :



شكل رقم (٣٦)

ونلاحظ ما يلي :

(أولا) فى الشكل (١) ثلاثة منحنيات متماثلة (طبيعیه) متشابهة فى الشكل وتختلف من حيث قيمتها الوسطى فالمتوسط للشكل (ح) < من المتوسط للشكل (ب) أكبر من المتوسط للشكل (أ) وهى تمثل ثلاثة توزيعات تكراريه مختلفة .

ثانيا : فى الشكل (٢) ثلاثة منحنيات متماثلة (طبيعية) ومختلفة فى الشكل ولكن لها قيمة متوسطه واحده ، وهى أيضاً تمثل ثلاثة توزيعات تكراريه مختلفة .

ثالثا : فى الشكل (٣) ثلاثة منحنيات (ب) منحنى متمائل ، والممنحنيين (أ ، ج) غير متمائلين أى ملتوين حيث (أ) ملتوى لليمين (ح) ملتوى لليسار وهى تمثل ثلاثة توزيعات تكراريه مختلفه .

رابعا : فى الشكل (٤) ثلاثة منحنيات ، الأوسط منها (أ) منحنى متمائل (طبيعى) ، والأول منها (ب) أكثر تفرطحاً عند قمته من المنحنى (أ) - المعتاد - والثالث منها (ح) فقمته أكثر تحديبا من التوزيع (أ) - المعتاد - فهو منحنى مدبب، وهى تمثل ثلاثة توزيعات تكراريه مختلفه أيضا .

وفىما سبق أمكننا قياس كل من الخصائص الثلاثة الأولى وهى خصائص الفرعة المركزية، التشتت، والانواء، بمقاييس دقيقة محددة سبق لنا التعرض لها فى الأجزاء السابقة، فإنه أيضاً يجب علينا إيضاح بعض المقاييس الاحصائية الدقيقة للتفرطح والتدبيب فى الأجزاء التالية ، وإن كان يجب علينا مقدما إيضاح بعض النقاط التالية .

معنى التفرطح وكيفية قياسه :

التفرطح هو الخاصية الرابعة من خصائص أى توزيع تكرارى ، فإذا أردنا قياس مقدار التفرطح أو التدبيب لأى توزيع تكرارى ، فإن ذلك يتم بالقياس للمنحنى المتمائل (الطبيعى) لتوزيع متمائل حيث أن التفرطح يقيس مقدار التدبيب لقمة هذه المنحنيات إرتفاعا أو إنخفاضاً بالنسبة لقمة التوزيع المتمائل

(الطبيعى) والذى يطلق عليه (متوسط التفرطح) وهو المبين فى المنحنى (أ) فى الشكل رقم (٤) السابق .

حيث نجد أن :

(١) المنحنى (ح) - التوزيع التكرارى (ح) ، له قمة عالية نسبيا ويطلق عليه منحنى مدبب .

(٢) المنحنى (ب) - للتوزيع التكرارى (ب) - له قمة مسطحة ويطلق عليه منحنى مفطح .

(٣) المنحنى (أ) - التوزيع التكرارى (أ) - له قمة ليست مدببة ولا مفطحه ويطلق عليه منحنى متوسط التفرطح Meskuritic أو (المنحنى الطبيعى) أو (المعتاد) أو (المتماثل) ومعامل تفرطحه = ٣ (٩)

وعليه لمعرفة درجة التفرطح أو التدبب لأى توزيع تكرارى ، فقد أمكن ذلك باستخدام المقياس التالى للتفرطح والذى يعتمد أساسا على العزم الرابع المركزى م (٤) .

وهو (معامل التفرطح) والذى سنرمز له بالرمز (ط_٤) ومن الضروري أن يكون هذا المعامل نسبيا حتى يمكن مقارنه توزيعين أو أكثر مختلفين فى وحدات القياس من حيث التفرطح أو التدبب لذا كان لابد من قسمة ط_٤ على أحد مقاييس التشتت أى على أهمها وهو الانحراف المعياري مرفوعا لنفس قوة العزم الرابع المركزى (م_٤) أى أن :

$$\text{ط}^{\cdot}_{٤} = \frac{\mu_4}{(\sigma^4)} \dots\dots\dots (١/٥)$$

أو (إذا كانت ع أو σ مطومة)

$$\text{ط}^{\cdot}_{٤} = \frac{\mu_4}{(\sigma^4)} \dots\dots\dots (٥ / ب)$$

$$\text{حيث } \mu_4 = (\text{ع}^4) \text{ وعليه } \text{ع}^4 = (\mu_4)$$

(*) ويصنع لنا ذلك فى أجزاء تاليه .

(اذا كانت ع أو σ غير معلومه)

حيث أن ع^٢ أ، $\sigma^2 = \text{زم} (٧)$

وعليه فإن الكمية (طنرم (٤) - ٣) تعبر عن زياده أو نقص التفرطح
لأى توزيع تكرارى عن تفرطح التوزيع الطبيعى أو المتماثل أى أنه :

(١) اذا كانت طنرم (٤) لتوزيع تكرارى معين أقل من (٣) فإن هذا
التوزيع - وبالتالي المنحنى الممثل له - يكون مفطحاً (Platykurtic)

(٢) أما اذا كانت طنرم (٤) لتوزيع تكرارى معين أكبر من (٣) فإن هذا
التوزيع - بالتالى المنحنى الممثل له - يكون مدبباً (Leptokurtic) .

مثال (١١) :

إحسب معامل التفرطح من التوزيع التكرارى بالمثال رقم (٧) السابق من
هذا الفصل .

أولاً : باستخدام الانحراف المعيارى (ع)

ثانياً : باستخدام العزم الثانى المركزى (زم (٧))

الحل :

ف	ك	س	س ك	س ^٢ ك :	(س - س̄) (س̄ - ك) (ح ^٢ ك)	(س - س̄) (س̄ - ك) (ح ^٢ ك)
٠ -	١٥	١٠	١٥٠	١٥٠٠	١٦١٣٧,٦	١٧٣٦١٤٧٥
٢٠ -	٩	٣٠	٢٧٠	٨١٠٠	١٤٧٤,٥٦	٢٤١٥٩١,٩
٤٠ -	٧	٥٠	٣٥٠	١٧٥٠٠	٣٦٢,٨٨	١٨٨١١,٧
٦٠ -	١٧	٧٠	١١٩٠	٨٣٣٠٠	١٢٥٧٧,٢٨	٩٣٠٥١٧٤,٧
٨٠ - ١٠٠	٢	٩٠	١٨٠	١٦٢٠٠	٤٤٥٥,٦٨	٩٩٢٦٥٤١,٢
المجموع	٥٠		٢١٤٠	١٢٦٦٠٠	٣٥٠٠٨	٣٦٨٥٣١٦٠

$$\bar{m} = \frac{\text{محص ك}}{\text{محد ك}} = \frac{2140}{50} = 42,8$$

$$E = \sqrt{\frac{\text{محص ك}^2}{\text{محد ك}} - \left(\frac{\text{محص ك}}{\text{محد ك}} \right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{126600}{50} - \left(\frac{2140}{50} \right)^2}$$

$$= \sqrt{25324 - 1831,84}$$

$$E = \sqrt{700,16} = 26,64$$

$$\frac{36853160}{50} = \frac{\text{محص ح ك}}{\text{محد ك}} = \text{العزم الرابع المركزي (4)}$$

$$= 377063,2$$

$$\frac{377063,2}{2(26,64)} = \frac{\text{م (4)}}{\text{ع (4)}} = \text{أولا : ط (4)}$$

$$\frac{377063,2}{503609,3} = \text{ط (4) } \%$$

$$3 > 0,75$$

(٠٠٠ هذا التوزيع التكراري مفروطحا)

م (٢) = ٧٠٠,١٦ انظر حل المثال رقم (٧) السابق
ثانيا :

$$\frac{\text{م (٢)}}{2(26,64)} = \text{ط (٢)}$$

$$\frac{3770.63,2}{\sqrt{(700,16)}} =$$

$$\frac{3770.63,2}{490.224,02} =$$

$$3 > 0,77 =$$

(٠٠٠ هذا التوزيع التكرارى مفرطحا)

تمارين ٦

(١) إحصاء باستخدام العزوم المركزيه معاملى (أ) الإلتواء (ب) التفرطح للبيانات التاليه :

٢٠، ٢٠، ١٢، ١٠، ٩، ٥، ٣، ١

(٢) فيما يلى توزيع تكرارى لأعمار عينه من ١٠ أشخاص على حسب العمر :

فئه العمر ف	صفر	١٠ -	٢٠ -	٣٠ - ٤٠	المجموع
العدد (ك)	١	٣	٤	٢	١٠

المطلوب :

(أ) حساب معامل الإلتواء (بأكثر من طريقه)

(ب) حساب معامل التفرطح (بأكثر من طريقه)

(٣) الجدول التكرارى التالى يوضح توزيع عينه من العاملين مكونة من ٤٠٠ عامل بأحدى الشركات حسب فئات العمر :

ف	٢٠ -	٢٥ -	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ -	٤٥ -	٥٠ -	٥٥ - ٦٠	المجموع
ك	١٢	٢٢	٥٠	٧٥	٨٠	٧٠	٥٥	٣٦	٤٠٠

المطلوب :

أولا : باستخدام الرسم البيانى حدد نوع الالتواء

ثانيا : إحصاء معامل الالتواء باستخدام .

(أ) معامل الالتواء لبرسون (ت ١ ، ت ٢)

(ب) معامل الالتواء لباولى

(ج) معامل الالتواء باستخدام العزوم فى حالتين :

أولهما : حول الوسط الحسابى

ثانيهما : حول قيمة ثابتة (أ) = ٣٥

(ثالثا) : لإحسب معامل التفرطح للتوزيع .

(٤) إحسب معامل التفرطح من التوزيع التكرارى التالى :

ف	١٠	-٢٠	-٢٥	-٣٥	٤٠ - ٥٠	المجموع
ك	٥٠	٢٠	٨٠	٣٠	٢٠	٢٠٠

أولا : باستخدام الانحراف المعياري

ثانيا : باستخدام العزم المركزى الثانى .

(٥) إحسب نوع ومعامل الالتواء (بأكثر من طريقه) ، ومعامل التفرطح لكل من التوزيعات التكرارية التالية وقلرن بينها، بيانياً وحسابياً.

أولا

ف	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
ك	٣	٥	١٧	٤٢	٤٢	١٣	٥	٣

ثانيا :

ف	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
ك	٣	٦	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٦	٣

ثالثا :

ف	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
ك	٤	١٦	٢٠	٢٥	٢٥	٢٥	١٦	٤

رابعا :

ف	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
ك	١١	٢٥	٤٠	٢٠	١٥	١٠	٦	٣

خامسا :

ف	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
ك	٣	٦	١٠	١٥	٢٠	٤٠	٢٥	١١

الفصل السابع دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر

مقدمة عامة:

إن ما تمت دراسته فى الفصول السابقة من تحليل لبيان ظاهرة ما وتلخيصها وعرضها جدوليا أو بيانيا فى شكل رسوم هندسية أو مقاييس إحصائية سواء أكانت مقاييس للمتوسطات أو مقاييس للتشتت أو تماثل أو التواء أو تفرطح للتعرف على الخصائص والمميزات للتوزيع التكرارى لهذه الظاهرة يعنى ما سبق كان ظاهرة أو متغير واحد فقط سواء أكانت هذه الظاهرة هى الطول، العمر،

لكن هناك الكثير من المشاكل الإحصائية التى تتطلب دراسة العلاقة بين ظاهرتين أو متغيرين أو أكثر ، فى كافة المجالات سواء أكانت إقتصادية أو إجتماعية أو صحية أو تربية أو تجريبية ... الخ.

وحيث أن أى ظاهرة لا تتغير بمعزل عن الظواهر الأخرى المحيطة والمرتبطة بها ، لذا كان الحكم السليم على ظاهرة ما يجب أن يتم من خلال دراسة علاقتها بالظواهر الأخرى التى تؤثر فيها وتتأثر بها ، ومما لا شك فيه أنه بذلك تزداد الفائدة والحكم السليم والدقيق، ودقة التوقع الإحصائى، خاصة إذا أخذنا فى الاعتبار أكبر عدد من الظواهر أو المؤثرات عند إجراء هذه الدراسات الإحصائية.

فعلى سبيل المثال الباحث الإقتصادى أو التسويقى تعينه دراسة العلاقة بين الطلب على سلعة معينة ، وسعرها ، حيث أنه على ضوء هذه العلاقة يمكن إقتراح سياسة سعرية ما لسلعة أو مجموعه من السلع المشابهة هذا من ناحية ، ومن ناحية أخرى نجد أن الطلب على سلعة معينة يتأثر بسعر تلك السلعة أو أسعار السلع البديله ، ودخل المستهلك ، ومستواه التعليمى بالإضافة الى عمر وجنس المستهلك ، ومما لا شك فيه أن أخذ العوامل السابقة فى الاعتبار سيساعد

إلى حد كبير في التنبؤ بتحديد كميه الإنتاج المثاليه حالياً أو مستقبلاً من هذه السلعة، وهكذا الأمر في معظم إن لم يكن في كل مجالات النشاط الاقتصادي والإجتماعي، وفروع العلوم الأخرى التجريبية.

وعلى ذلك فإن الباحث عندما يقوم بدراسة العلاقة بين ظاهرتين أو متغيرين أو أكثر يهدف إلى أمرين :

أولهما : قياس قوة العلاقة بين الظاهرتين أو المتغيرين، هل هذه العلاقة طردية أم عكسية أم لا توجد علاقة بين كلا المتغيرين، وإذا كانت توجد علاقة (طردية أو عكسية) فهل هي علاقة تامة أو قوية أو متوسطة أو ضعيفة.

وسوف نتمكن من الحكم على قوة هذه العلاقة أو إتجاهها على النحو السابق ذكره بإستخدام أحد المقاييس الاحصائية الهامة ألا وهو معامل الارتباط، ثانيهما : قياس درجة العلاقة بين متغيرين أو أكثر بمعنى آخر هل ترتبط هذه المتغيرات بعلاقة خطية أم غير خطية وبعد تعيين هذه العلاقة إستخدامها في التنبؤ ويمكن الوصول إلى ذلك بإستخدام أحد المقاييس الإحصائية الهامة ألا وهو « خط الانحدار »

وعلى ذلك فهناك إختلاف بين الانحدار والارتباط من حيث الهدف والأسلوب، فبفرض إن لدينا متغيرين أحدهما (س) والآخر (ص) بحيث يمكن تحديد أحدهما (ص) بدلالة الآخر (س) ، بمعنى آخر إذا إعتمدت قيمة المتغير التابع (ص) على قيمة المتغير المستقل (س) فإننا نقول إن هناك علاقة دالية بين المتغيرين ص ، س أي أن (ص) داله في (س) وتترجم العلاقة السابقة رياضياً على الصورة

ص = د (س)

يطلق على الدالة السابقة انها دالة في متغير واحد وهناك أمثلة عديدة لحالات التبعية المشار إليها أعلاه من أهمها .

(١) الانفاق أو الاستهلاك داله في الدخل .

(٢) مقدار الضريبة المستحقة على رأس المال - عادة - داله في رأس

المال .

(٣) مساحة المربع داله في طول ضلعه .

كما أنه يقال للدالة $ص = د (س ، ع)$ داله في متغيرين ومن أمثلتها .

(١) مساحة المستطيل (ص) تعتمد على طول ضلعه (س) ، وعرضه (ع) .

(٢) الأجر (ص) يعتمد في تغييره على عدد ساعات العمل (س) ومعدل الإنتاجية في الساعة (ع) وهكذا.
كما أنه يقال للدالة .

$ص = د (س ، ع ، ط ، هـ ، و ، الخ)$ دالة متعددة المتغيرات ومن أمثلتها .

(١) الانجاب (ص) من الممكن أن يكون دالة في درجة تعلم كل من الزوج والزوجة (س) ، والدخل (ع) ، والمستوى الصحي (ط) ، والمعتقدات الدينية (هـ) والاعراف الاجتماعية (و) الخ .

(٢) إنتاجيه فدان القمح (ص) يتأثر بمتغيرات مستقلة كثيرة نذكر منها نوع التربة (س) ، وأنواع البذور المستخدمة (ع) ، وطريقه الزراعة (ط) وكميه المياة (هـ) وحاله الجو (و) ... الخ

وعليه فالانحدار يهتم أساساً بقياس العلاقة الرياضية بين المتغير التابع (ص) والمتغير المستقل أو المتغيرين المستقلين أو المتغيرات المستقلة على حسب الأحوال بحيث أنه بعد قياس هذه العلاقة الرياضية سواء أكانت خطية أو في صورة منحني من أى درجة يمكن أن نكتباً بقيمة (ص) بمطومية المتغير أو المتغيرات المستقلة (س)، وهذا هو الدور الأساسي للانحدار (٥).

أما الإرباط فيهدف أساساً إلى تلخيص البيانات العددية لأى ظاهرتين أو متغيرين في معامل واحد يطلق عليه «معامل الارتباط» والذي يعبر عن قوة العلاقة بين

(٥) راجع للمؤلف أساسيات الرياضيات ، مكتبة الأشعاع ، الطبعة الثانية ١٩٩٨ ، الاسكندرية .

المتغيرين دون الإهتمام بأى من هذين المتغيرين تابع أو مستقل أو ما اذا كان كل منهما مؤثر أو متأثر بالآخر .

وسوف تنصب دراستنا فى الأجزاء التالية على كل من :

أولا - تحليل الانحدار البسيط للعلاقة بين متغيرين .

ثانيا - قياس معامل الارتباط الخطى بين متغيرين فقط .

وبالرغم من الاختلاف بين كل من الانحدار والارتباط فى الهدف

والتنفيذ إلا أنهما مترابطين وسيوضح لنا ذلك تفصيلاً فى نهاية هذا الفصل .

المبحث الأول

تحليل الانحدار البسيط

Simple Regression Analysis

١- مقدمة وتعريف

لقد تم معرفة الانحدار (*) قبل معرفة الارتباط ، والانحدار ظاهرة طبيعية ترجمت إلى مفهوم إحصائي ، ويهدف تحليل الانحدار إلى تقدير معالم (مجاهيل) المعادله الرياضيه التي تعبر عن العلاقة السببيه القائمة بين المتغيرات تمهيدا للوصول إلى أفضل تقدير أو (التنبؤ) للمتغير التابع (ص) أى تقدير بيانات غير معروفة مبنية على بيانات معروفة وذات صلة بالظاهرة المدروسة .

وعليه سيكون التركيز فى هذا الجزء على الإجراءات الاحصائية اللازمة لاجراء عملية التنبؤ بمعلمية عناصر متغير واحد يطلق عليه المتغير المستقل (Inde- pendent variable) وسرمز له بالرمز ص: (x) بمتغير آخر يسمى المتغير التابع (Dependent variable) وسرمز له بالرمز ص (y) بينهما علاقة دالية وهو ما يتضح لنا من الأجزاء التالية

٢- خط الانحدار (Regression line) :

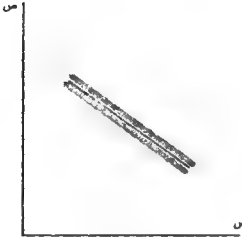
(أ) أشكال الانتشار (Scatter Diagrams) وخطوط الإنحدار :

وهى التمثيل البياني للقيم المتناظرة للمتغيرين ص ، ص حيث يمثل كل زوج من القيم المتناظرة وهى (ص ، ص) ، (ص ، ص) ، (ص ، ص) ، (ص ، ص) ، (ص ، ص) بنقطة فى مجال شكل الانتشار (**) وبذلك يتكون لدينا عدد من النقاط يساوى عدد أزواج القيم وشكل إتجاه النقاط المتتابع يعطى صورة تقريبية للعلاقة بين المتغيرين من حيث نوع هذه العلاقة :

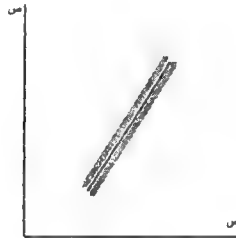
(*) ترصّل إليه فرنسوس جلفرين عام ١٨٨٥ .

(**) أرجع فى ذلك إلى التمثيل البياني لبيسن الدوال ، لاسكيت الرياضيات والتراف ، مرجع سابق .

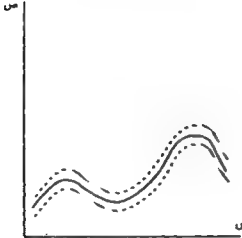
هل هي علاقة خطية أم غير خطية ؟
 وهل هي علاقة طردية أم عكسية ؟
 ويتضح لك من الإشكال الإنتشاريه التاليه :



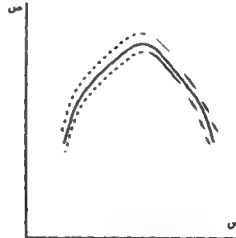
(١)
خط مستقيم ، والعلاقة عكسية



(١)
خط مستقيم ، والعلاقة طردية



(٤)
مطابقة من درجة أعلى من الدرجة الثانية



(٣)
مطابقة من الدرجة الثانية

شكل رقم (٣٧)

أما فيما يختص بتحديد درجة الدالة أو المعادلة التي تمثل العلاقة بين المتغيرين فيمكن القول بأنه إذا وقعت النقاط في إتجاه مستقيم أو شبه مستقيم - في أى اتجاه - فإن العلاقة بين المتغيرين يمثلها معادلة أو دالة من الدرجة الأولى على الشكل :

ص = أ س + ب (حيث س المتغير المستقل ، ص المتغير التابع)

أو س = م ص + ح (حيث ص المتغير المستقل ، س المتغير التابع)

لكن إذا كانت النقاط في شكل الإنتشار يمثلها منحنى منتظم أو شبه منتظم له نهاية واحدة سواء أكانت صغرى أم عظمى ، فإن معادلة الدرجة الثانية في المتغير المستقل هي التي يمكن أن تمثل الصورة الجبرية للعلاقة الدالية بين المتغيرين وتكون هذه العلاقة على الشكل :

ص = أ س² + ب س + ح

[حيث (ص) المتغير التابع ، (س) المتغير المستقل]

أو س = م ص² + ل ص + ك

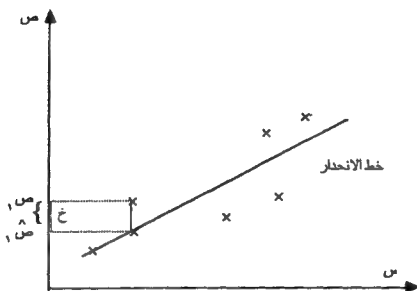
[حيث (س) المتغير التابع ، (ص) المتغير المستقل]

وأخيراً إذا كانت النقاط يمثلها منحنى منتظم أو شبه منتظم له أكثر من نهاية، فإن ما يمثله يمكن أن يكون معادلة من درجة أعلى من الدرجة الثانية تبعاً لعدد النهايات التي يمكن التعرف عليها من شكل الإنتشار .

وبما أنه يمكن رسم عدد كبير من الخطوط المستقيمة في شكل الانتشار في معادلة من الدرجة الأولى، فما هو المعيار المستخدم لتحديد أفضل خط مستقيم يمثل هذه العلاقة (Line of Best Fit) ويطلق عليه خط الإنحدار .

والمعيار المستخدم في تحديد أفضل خط إنحدار هو إنحرافات القيم عن خط معين، فإذا كان مجموع مربعات الانحرافات أقل ما يمكن فإن ذلك الخط المعين هو أفضل خط مستقيم أو خط الإنحدار المطلوب ويمكن اثبات ذلك كما يلي :

إفترض أننا نريد التنبؤ بقيمة \hat{y} (ويرمز لها بـ \hat{y}) بمعلومية قيم عناصر المتغير x فإن الفرق هنا بين ($y - \hat{y}$) ويطلق عليه بالخطأ العشوائي (أو بخطأ التنبؤ) وسنرمز له بالرمز (e) وهو عبارة عن طول الخط الواصل مباشرة من النقطة y (المشاهدة) إلى نقطة مقابله على خط الانحدار ولكن (\hat{y}) بموازات المحور الذي يمثل المتغير x كما في الشكل التالي:



شكل رقم (٣٨)

وخط الانحدار:

$$\hat{y} = a + bx + c \quad (١)$$

وحيث الأمر الغالب عملياً في كثير من الظواهر التي تحكمها علاقته خطية أن تنتشر قيم النقاط المشاهدة (y) حول خط الانحدار فيقع بعضها فوق خط الانحدار وبعضها تحت خط الانحدار أي أن الفرق (e) قد يكون موجبا عند بعض النقاط وسالباً عند البعض الآخر، وعليه فإن محصلة هذا التغير سوف لا تعبر فعلاً عن مدى إنتشار النقاط المشاهدة حول الخط الممثل لهذه البيانات، وأحد الوسائل المتبعة هو محاولة جعل مجموع مربعات قيم هذا الخطأ (مج e^2)

أقل ما يمكن أى عند حددها الأدنى وهذا يتحقق رياضياً كما يلى عند النقطة
(ر) حيث $r = 1, 2, 3, \dots, n$

$$x^r = (ص - ر - أس - ر - ب)^r \text{ وبأخذ المجموع لطرفى هذه المعادلة}$$

$$0 = مد - خ^1 - مد (ص - أس - ب)^1 \dots \dots \dots (2)$$

وعليه فالمطلوب إيجاد قيم كل من أ ، ب بحيث تكون مد - خ² عند حددها الأدنى .

وحل المعادلة (2) هو أحد الأساليب الرياضيه المعروفه لإيجاد قيم أ ، ب
التي تحقق النهايات الصغرى لهذه المعادله، وباستخدام أسلوب التفاضل الجزئى
يمكن إيجاد قيم أ ، ب التي تحقق النهايه الصغرى د (مد - خ²)

فإذا رمزنا للطرف الايمن فى معادله (2) أى (مد - خ²) بالرمز (ى)
فإن المشتقات الجزئيه بالنسبه إلى (ب ، أ) تكون :

$$\frac{\partial ى}{\partial ب} = 2 مد - (ص - أس - ب) \times (1 -)$$

$$، \frac{\partial ى}{\partial أ} = 2 مد - (ص - أس - ب) \times (-س)$$

ولإيجاد النهايه للصغرى نساوى المشتقات الجزئيه بالصفر نجد أن :

$$2 - مد (ص - أس - ب) = صفر$$

$$2 - مد (ص - أس - ب) = صفر$$

وبالقسمه على (-2) وبفك الأقواس وترتيب الحدود ينتج لنا المعادلتين التاليتين:

$$مد - ص = أس + ن - ب \dots \dots \dots (3)$$

$$مد - ص = أس + 2 مد - ب \dots \dots \dots (4)$$

وبحل المعادلتين للقياسيتين السابقين (3) ، (4) مما فإنه يمكن تقدير

الشوايت (أ ، ب)^(٥) وبالتالي يتحدد خط الانحدار - الخط المستقيم الأمثل (النظري) - الذى يمثل البيانات المشاهدة الناتجة عن إستخدام طريقه المربعات الصغرى (Least Squares method) عند شروط محدده ، وتأخذ معادله خط الانحدار - أو معادلة التقدير أو (التنبؤ) - الصورة التالية:

$$\text{ص} = \text{أ س} + \text{ب (التنبؤ)} \dots\dots\dots (٥)$$

حيث :

(أ) عبارة عن معامل الإنحدار (Regression coefficient) أو ميل خط الانحدار للتنبؤ بقيه ص من س تكتب (ص / س) وهو يمثل معدل الزيادة أو النقص فى قيمه ص لكل زيادة فى المتغير المستقل (س) قدرها وحدة واحدة وتتراوح قيمته ما بين (- ∞ ، + ∞)

فإذا كانت إشارة (أ) موجبه فذلك يعنى أن خط الانحدار يميل إلى أعلا جهة اليمين وبالتالي فإن العلاقة بين المتغيرين تكون علاقة طردية .

أما اذا كانت إشارة (أ) سالبه فذلك يعنى أن خط الانحدار يميل إلى أسفل جهة اليمين وبالتالي فإن العلاقة بين المتغيرين تكون علاقة عكسية .

مما تقدم يفصح لنا أن اشاره معامل الانحدار (أ) توضح طبيعته العلاقة بين المتغيرين موضع الدراسة .

، (ب) ثابت الإنحدار (Regression Constant) أو قيمه المتغير ص عند تقاطعه مع خط الإنحدار أى عندما س = صفر .

وعليه فإن :

$$\text{أ} = \frac{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} \times \frac{\text{محد س}}{\text{ن}}}{\frac{\text{محد ص}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{محد س}}{\text{ن}} \right)^2} \dots\dots\dots (٦)$$

(٥) ممكن إستخدام طرق (الحذف ، المصفوفات ، والمحددات) لتحديد ثوابت هذه المعادلاته راجع أساسيات الرياضيات للؤلف ، مرجع سابق .

$$ب = \frac{\text{محص}}{ن} - أ \times \frac{\text{محص}}{ن} \dots\dots\dots (٧)$$

$$أو ب = \text{م} - أ \text{م}$$

حيث ن = عدد أزواج القيم

مثال (١) :

حدد معادلة خط انحدار م / س من البيانات التالية باعتبار أن العلاقة بينهما يمثلها خط مستقيم باستخدام طريقه المربعات الصغرى ، ثم حدد قيمه م عندما س = ٥٠

٢٠	٤	١٠	١٠	١٢	٦	س
١٤	٢	١٠	٤	٨	٦	م

الحل :

... خط انحدار م / س على شكل :

$$\text{م} = أ \text{س} + ب$$

$$\frac{\text{محص}}{ن} = \frac{\text{محص}}{ن} - \frac{\text{محص}}{ن} \times \frac{\text{محص}}{ن}$$

$$\frac{\text{محص}}{ن} = \frac{\text{محص}}{ن} - \left(\frac{\text{محص}}{ن} \right)^2$$

$$ب = \frac{\text{محص}}{ن} - أ \times \frac{\text{محص}}{ن}$$

فإنه يلزم إنشاء الجدول التالي التالي لتحديد قيمة (أ) معامل الانحدار، وقيمة (ب) ثابت الانحدار.

س	ص	س ص	س ^٢
٦	٦	٣٦	٣٦
١٢	٨	٩٦	١٤٤
١٠	٤	٤٠	١٠٠
١٠	١٠	١٠٠	١٠٠
٤	٢	٨	١٦
٢٠	١٤	٢٨٠	٤٠٠
٦٢	٤٤	٥٦٠	٧٩٦

وحيث أن $n = 6$

$$٠,٦٨ = \frac{\frac{٤٤}{٦} \times \frac{٦٢}{٦} - \frac{٥٦٠}{٦}}{٢ \left(\frac{٦٢}{٦} \right) - \frac{٧٩٦}{٦}}$$

$$٠,٣١ = \frac{٦٢}{٦} \times ٠,٦٨ - \frac{٤٤}{٦} \quad , \text{ ب}$$

وتصبح معادلة خط الانحدار ص/س

$$\text{ص} = ٠,٦٨ \text{ س} + ٠,٣١$$

تقدير قيمة ص عندما تكون قيمة س = ٥٠

$$٠,٧١ = \text{ص} = ٠,٦٨ \text{ س} + ٠,٣١$$

وبالتعويض عن قيمة ص = ٥٠ في المعادلة الانحدارية السابقة

$$٠,٣١ = ٥٠ \times ٠,٦٨ + \text{ص}$$

$$٣٤,٣١ = ٠,٣١ + \text{ص}$$

مثال (٢) :

الجدول التالي يوضح المبيعات الكلية بأحد فروع شركات السيارات بأحدى الدول (بالمليون جنيه) خلال المدة من ١٩٨٥ - ١٩٩٥ (٥)

السنة س	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥
المبيعات من	١٤٠	١٥١	١٥٦	١٦١	١٧٣	١٨٥	١٩٣	١٩٩	٢٠٦	٢٢٠	٢١٣

والمطلوب :

- (أ) تحديد معادله خط لتحذر ص/س بفرض أنه مستقيم .
(ب) باستخدام المعادلة في البند (أ) السابقة تكبأ بمبيعات هذا الفرع عام ٢٠٠٠ .

للحل :

في مثل هذه الحالات سنعتبر س (السنوات) المتغير المستقل ولكي يأخذ المتغير س قيم سهلة الإستخدام فلا بد أن نحدد (سنة قياسية) ونعتبرها هي الزمن الصفري (سنة الأساس) ، مع اعتبار سنة المبيعات كوحدة للزمن . ومن ثم إذا اعتبرنا عام ١٩٨٥ هي السنة المختاره كزمن صفري أى سنة ١٩٨٥ (س) = صفر مثلاً فإن الاعوام التالية لها ستأخذ للقيم ١، ٢، ٣، الخ ثم نستخدم نفس الخطوات السابق إتباعها في المثال رقم (١) السابق وعليه فإن الجدول التالي سيساعد في تحديد ثوابت خط التحذر المطلوب .

(٥) القائمة التي تتغير مع مرور الزمن ، يطلق عليها سلسلة زمنية ، وعادة ما يستخدم لإلرب تحليل الإتحذر في تحيين الاتجاه العام للسلسلة الزمنية ، وسنناقش ذلك تفصيلاً في فصل السلاسل الزمنية .

السنة	المبيعات من	س باعتبار السنة الصفرية عام ٨٥	س من	س ^٢
١٩٨٥	١٤٠	صفر	صفر	صفر
٨٦	١٥١	١	١٥١	١
٨٧	١٥٦	٢	٣١٢	٤
٨٨	١٦١	٣	٤٨٣	٩
٨٩	١٧٣	٤	٦٩٢	١٦
٩٠	١٨٥	٥	٩٢٥	٢٥
٩١	١٩٣	٦	١١٥٨	٣٦
٩٢	١٩٩	٧	١٣٩٣	٤٩
٩٣	٢٠٦	٨	١٦٤٨	٦٤
٩٤	٢٢٠	٩	١٩٨٠	٨١
٩٥	٢١٣	١٠	٢١٣٠	١٠٠
المجموع	١٩٩٧	٥٥	١٠٧٢٢	٣٨٥

حيث ن = ١١

(أ) ٠.٠ خط انحدار من / س على شكل

ص = أس + ب

$$\frac{\text{مبيعات من}}{\text{ن}} = \frac{\text{مبيعات من}}{\text{ن}} \times \frac{\text{مبيعات من}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{\text{مبيعات من}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مبيعات من}}{\text{ن}} \right)^2$$

$$= \frac{1997 \times 55}{11} - \frac{10722}{11} = \frac{109115}{11} - \frac{385}{11} = \frac{108730}{11}$$

- ٢٨٠ -

$$٦,٧ = \frac{٦٧,٠٠٢}{١٠} =$$

$$\frac{٥٥}{١١} \times ٦,٧ = \frac{١٩٩٧}{١١} = \text{ب}$$

$$١٤٨,٠٤٥ = ٣٣,٥٠٠ - ١٨١,٥٤٥ =$$

وتصبح معادله خط إنحدار ص / س

$$\text{ص}^{\wedge} = ٦,٧ \text{ س} + ١٤٨,٠٤٥$$

(ب) التنبؤ بقيمة ص عام ٢٠٠٠

٠٠ س = (تاريخ سنة التقدير - تاريخ السنة الصفرية (أو سنة الأساس)

$$٠٠ س = ٢٠٠٠ - ١٩٨٥ = ١٥$$

$$\text{ص}^{\wedge} = ١٤٨,٠٤٥ + ١٥ \times ٦,٧ =$$

$$= ٢٤٨,٥٤٥ \text{ مليون جنيه}$$

مثال (٢) :

لتسهيل العمليات الحسابية في المثال السابق (٢) يمكن إعتبار السنة الصفرية (سنة الأساس) هي السنة المتوسطة في سلسلة سنوات المبيعات المعطاه وحيث أن سنوات السلسله المعطاه (١٩٨٥ - ١٩٩٥) = ١١ سنه فيمكن اعتبار السنه الصفرية (سنة الأساس) هي السنه التي ترتبها (٦) أى عام ١٩٩٠ ، ووحدة الزمن (سنة) وعليه تصبح السنوات السابقه لعام ١٩٩٠ (سالبيه) والسنوات اللاحقه لعام ١٩٩٠ (موجبه) وعليه يصبح جدول حسابات معادله خط الانحدار كما يلي:

السنة	المبيعات ص	ص باعتبار السنة الصفرية عام ٩٠	ص ص	س ^٢
١٩٨٥	١٤٠	٥ -	٧٠٠ -	٢٥
٨٦	١٥١	٤ -	٦٠٤ -	١٦
٨٧	١٥٦	٣ -	٤٦٨ -	٩
٨٨	١٦١	٢ -	٣٢٢ -	٤
٨٩	١٧٣	١ -	١٧٣ -	١
٩٠	١٨٥	صفر	صفر	صفر
٩١	١٩٣	١ +	١٩٣	١
٩٢	١٩٩	٢ +	٣٩٨	٤
٩٣	٢٠٦	٣ +	٦١٨	٩
٩٤	٢٢٠	٤ +	٨٨٠	١٦
٩٥	٢١٣	٥ +	١٠٦٥	٢٥
المجموع	١٩٩٧	صفر	$\frac{3104}{2277}$ $\frac{8887}{+}$	١١٠

$$\frac{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد ص}}{\text{ن}}}{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} \right)^2} = ١٠٠$$

وفي مثالنا رقم (٣) السابق حيث أن محد ص = صفر دائما فإن :

$$١ = \frac{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}}}{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}}} = \frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} \dots (٨)$$

وعليه فإن :

$$A_{7,6} = \frac{887}{110} = i$$

$$b = \frac{\text{محص}}{n} \dots\dots\dots (9)$$

$$(\text{لأن} - a = \frac{\text{محص}}{n} = \text{صفر دائما})$$

$$أي أن b = \frac{1997}{11} = 181,545$$

وعليه ستصبح معادلة خط إنحدار ص/س (باعتبار سنة الأساس عام

١٩٩٠) هي :

$$\hat{ص} = 181,545 س + 8,6$$

وللتنبؤ بالمبيعات عام ٢٠٠٠ فإن

س = تاريخ سنة التنبؤ - تاريخ السنة الصفرية (سنة الأساس)

$$= 2000 - 1990 = 10$$

$$\hat{ص} = 181,545 + 10 \times 8,6$$

$$= 181,545 + 86,6$$

$$= 268,145 \text{ مليون جنيه}$$

(٣) خط إنحدار س / ص :

يمكن إن يكون هناك خط إنحدار آخر لنفس البيانات الاحصائية التي سبق أن حددنا منها خط إنحدار ص/س أي أنه يمكن تعميم ما سبق بالنسبة لانحدار ص/س لتعيين معادلة إنحدار س/ص لكن في الحالة الأخيرة سنفترض وجود علاقة خطية بين س ، ص ، وأن س تمثل المتغير التابع ، ص تمثل المتغير المستقل ويكون معادلة خط إنحدار س/ص على الوجه التالي :

$$\text{س}^2 = \text{م} \text{ ص} + \text{د} \quad \dots\dots\dots (10)$$

حيث (م) معامل انحدار س/ص ويلاحظ هنا أننا رمزنا للقوابت برموز مختلفة (م ، د) عنه في معادله ص/س مما يشير إلى أنه ليس ضرورياً أن يكون أ - م أو ب - د أو كلاهما .

كما أن ميل خط الانحدار للتكبير بقيم س من ص بطريقة المربعات الصغرى (٥) ويمكن الحصول عليه من المعادلة التالية.

$$(11) \dots\dots\dots \text{م} = \frac{\frac{\text{م د ص}}{\text{ن}} - \frac{\text{م د ص}}{\text{ن}} \times \frac{\text{م د ص}}{\text{ن}}}{\frac{\text{م د ص}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{م د ص}}{\text{ن}} \right)^2}$$

، (د) ثابت الانحدار أو قيمة المتغير س عند تقاطعه مع خط الانحدار أى عندما ص = صفر ، ويمكن الحصول عليه من المعادلة التالية :

$$\text{د} = \frac{\text{م د ص}}{\text{ن}} - \text{م} \times \frac{\text{م د ص}}{\text{ن}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

لكن قبل اعطاء أمثله توضيح كل ما تقدم يجب أن نشير هنا إلى تساؤلين هامين (إذا كانت لنفس البيانات الاحصائية) ، أولهما هل نحصل على خطى انحدار دائماً من نفس البيانات الاحصائية، وثانيهما هل يتقاطع خطى الانحدار عند نقطه محددة إحداثياتها (س ، ص) .

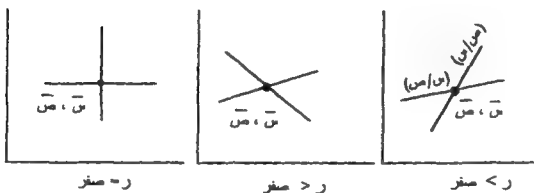
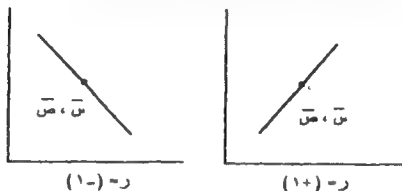
والاجابة على التساولين السابقين تتلخص فيما يلي :

(١) اذا كان الارتباط تام (± ١) بين المتغيرين س ، ص نجد أن جميع النقاط فى شكل الانتشار تقع على خط مستقيم ومن ثم فإن خط الانحدار (ص / س) هو نفس خط انحدار (س / ص) .

$$\begin{aligned} (٥) \text{م د ص} &= \text{م د ص} + \text{ن د} \\ \text{م د ص} &= \text{م د ص} + \text{ن د} \end{aligned}$$

٢ - عندما لا يكون الارتباط تاما بين x ، y هنا يختلف خط انحدار (y/x) عن خط انحدار (x/y) .

ويوضح هذا الاختلاف من الشكل التالي الذى يوضح الاوضاع التقريبية لخطى الانحدار عند بعض قيم معامل الارتباط بين المتغيرين .



شكل رقم (٣٩)

٣ - فى كافة الأحوال السابقة (فيما عدا حالات الارتباط التام) يتباعد خطى الانحدار عن بعضهما البعض تدريجيا ويصل هذا التباعد الى حده الأقصى عندما $r = 0$ ، لكن فى كافة الأحوال السابقة يتقاطع خطى الانحدار فى نقطه ثابتة إحداثياتها \bar{x} ، \bar{y} للمتغيرين .

مثال (٤) :

حل المثال رقم (١) السابق بإعتبار أن y المتغير التابع ، x المتغير المستقل .

الحل :

لتحديد معادله خط انحدار y / x في صورة خط مستقيم

$$\hat{y} = m x + c$$

يلزم اعداد الجدول التالي :

y	x	xy	x^2
٦	٣٦	٢١٦	١٢٩٦
٨	٩٦	٧٦٨	٩٢١٦
٤	٤٠	١٦٠	١٦٠٠
١٠	١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠٠
٢	٨	١٦	٦٤
١٤	٢٨٠	٣٩٢٠	٧٨٤٠٠
٤٤	٥٦٠	٢٤٨٨٠	٣١٣٦٠٠

و حيث أن $n = 6$

$$m = \frac{\frac{44}{6} \times \frac{62}{6} - \frac{560}{6}}{\left(\frac{44}{6} \right) - \frac{416}{6}}$$

$$= \frac{75,778 - 92,333}{52,778 - 69,333}$$

$$= - 286 -$$

$$1,129 = \frac{17,000}{15,000} =$$

$$\frac{44}{6} \times 1,129 - \frac{62}{6} = 2, \quad$$

$$7,333 \times 1,129 - 10,333 =$$

$$8,279 - 10,333 =$$

$$2,054 =$$

وتكون معادله خط انحدار ص/س هي

$$\hat{S} = 1,129 \text{ ص} + 2,054$$

(وبالطبع تختلف عن خط انحدار ص/س لنفس البيانات الاحصائية)

(٤) الخطأ المعياري لمعادلة الانحدار^(*) (Standard Error of Estimate)

إن الهدف الأساسي من تقدير معادله إنحدار ص/س أو س/ص هو استخدامهما في التنبؤ بقيم المتغير التابع التي تناظر قيم معينه للمتغير المستقل ، ومن ثم فكلما زادت دقة تحديد معادلة الانحدار كلما زادت دقة التنبؤ أو التقدير والذي يعتبر أساسا هاما للتخطيط السليم في كافة المجالات محل الدراسة .

لكل ما سبق كان على الباحثين الإحصائيين التأكد من دقة تقدير معادله الانحدار ، أو بمعنى آخر قياس خطأ التقدير في معادلة الانحدار وبالطبع كلما صغر هذا الخطأ كلما زادت دقة تقدير معادله الانحدار وبالتالي دقة التنبؤ ، والعكس صحيح .

و قد تم التوصل إلى ما سبق عن طريق مقياس إحصائي يحدد درجة الاختلاف بين القيم الفعلية للمتغير التابع (ص) والقيم المقدرة (\hat{S}) في

(*) يجب عدم الخلط بين الخطأ المعياري ، والانحراف المعياري ، فبرغم أنهما يعتبران مقياسين للتشتت إلا أن الأول يقيس التشتت حول خط الانحدار بينما يقيس الثاني التشتت حول الوسط الحسابي ، كما أن الأول يستخدم لاختبار مدى دقة توفيق الخط المستقيم .

حالة انحدار ص/س أو القيم الفعلية للمتغير التابع (س) والقيم المقدرة (ص̂) في حالة إنحدار ص/س وذلك كما يلي :

أولا : الخطأ المعياري في حالة خط إنحدار ص/س سنرمز له بالرمز (ع/س) :

$$ع/س = \sqrt{\frac{\text{مد}(\text{ص} - \text{ص}^1)}{ن}} \dots\dots\dots (أ/١٣)$$

ويمكن كتابته المعادلة السابقة على الصورة التالية :

$$ع/س = \sqrt{\frac{\text{مد ص}^1 - \text{ب مد ص} - \text{أ مد س ص}}{ن}} \dots\dots\dots (ب/١٣)$$

ثانيا : الخطأ المعياري في حالة خط انحدار ص/س وسنرمز له بالرمز

(ع/س)

$$ع/س = \sqrt{\frac{\text{مد}(\text{ص} - \text{ص}^1)}{ن}} \dots\dots\dots (أ/١٤)$$

ويمكن كتابته المعادلة السابقة على الصورة التالية :

$$ع/س = \sqrt{\frac{\text{مد ص}^1 - \text{د مد ص} - \text{م مد س ص}}{ن}} \dots\dots\dots (ب/١٤)$$

مثال (٥) :

من المثالين (١) ، (٤) السابقين أوجد قيمة كلا من :

ثانيا : ع/س

أولا : ع/س

الحل :

أولا : ع/س :

س	ص	ص ^٢ - ص × ٠,٤١٢٥ + ٣,٠٧١	(ص - ص ^٢) (ص - ص ^٢)	(ص - ص ^٢)
٦	٦	٥,٤٦ = ٣,٠٧١ + ٦ × ٠,٤١٢٥	٠,٢٠٦١	٠,٤٥٤٠
١٢	٨	٨,٠٢١ = ٣,٠٧١ + ١٢ × ٠,٤١٢٥	٠,٠٠٠٤	٠,٠٢١
١٠	٤	٧,١٩٦ = ٣,٠٧١ + ١٠ × ٠,٤١٢٥	١٠,٢١٤٠	٣,١٩٦
١٠	١٠	٧,١٩٦ = ٣,٠٧١ + ١٠ × ٠,٤١٢٥	٧,٨٦٢٤	٢,٨٠٤
٤	٢	٤,٧٢١ = ٣,٠٧١ + ٤ × ٠,٤١٢٥	٧,٤٠٨٣	٢,٧٢١
٢٠	١٤	١١,٣٢١ = ٣,٠٧١ + ٢٠ × ٠,٤١٢٥	٧,١٧٧٠	٢,٦٧٩
٦٢	٤٤		٣٢,٨٦٨٢	صفر

$$\frac{\text{مد (ص - ص^٢)}}{ن} = \text{ع^{٠٠} ص/ص}$$

$$\frac{٣٢,٨٦٨٢}{٦} =$$

$$٥,٤٧٨٠٣ \sqrt{=}$$

$$٢,٣٨ =$$

طريقة أخرى

$$\frac{\text{مد ص^٢ - ب مد ص - أ مد ص}}{ن} = \text{ع^{٠٠} ص/ص}$$

ومن بيانات حل المثال رقم (١) السابق حصلنا على تقدير معادلة خط
اتحدار ص/س ومنها نجد أن :

$$\text{مد ص} = ٤٤ , \quad \text{ب} = ٣,٠٧١$$

$$أ = ٠.٤١٢٥ ، مدس ص = ٥٦٠ ، ن = ٦$$

وعليه فإن :

$$\frac{٥٦٠ \times ٠.٤١٢٥ - ٤٤ \times ٣,٠٧١ - ٤١٦}{٦} \sqrt{\quad} = \text{ع ص/ص}$$

$$\frac{٣٦٦,١٢٤ - ٤١٦}{٦} \sqrt{\quad} =$$

$$\frac{٨,٣١٢}{\sqrt{\quad}} =$$

$$٢,٣٨٨ =$$

ثانياً :

$$\frac{\text{مدس}^٢ - \text{د مدس} - \text{م مدس ص}}{\text{ن}} \sqrt{\quad} = \text{ع ص/ص}$$

ومن بيانات حل المثال رقم (٤) السابق حصلنا على تقدير معادلة خط انحدار ص/ص ومنها نجد أن :

$$\text{مدس} = ٦٢ ، د = ٢,٠٥٤ ، م = ١,١٢٩ ، مدس ص = ٥٦٠$$

$$ن = ٦ ،$$

وعليه فإن :

$$\frac{٥٦٠ \times ١,١٢٩ - ٦٢ \times ٢,٠٥٤ - ٧٩٦}{٦} \sqrt{\quad} = \text{ع ص/ص}$$

$$\frac{٧٥٩,٥٨٨ - ٧٩٦}{٦} \sqrt{\quad} =$$

$$\frac{٦,٠٦٩}{\sqrt{\quad}} =$$

$$٢,٤٦ =$$

المبحث الثانى

الارتباط • Correlation

مقدمة :

فى المبحث الأول من هذا الفصل تمت دراسة العلاقة بين متغيرين (س ، ص) أحدهما متغير مستقل والآخر متغير تابع ، حيث أنه عن طريق الإنحدار أمكن قياس العلاقة الرياضية بين المتغير التابع والمتغير المستقل وباستخدام معادلة خط الإنحدار أمكننا أن نتنبأ بقيمة المتغير التابع بمعلومية قيمة للمتغير المستقل، فى حين أن الارتباط يقيس لنا قوة العلاقة بين المتغيرين س ، ص بصرف النظر عن أيهما متغير تابع وأيها متغير مستقل، ويهدف الارتباط إلى قياس العلاقة بين المتغيرات من حيث القوة والاتجاه، فثأثر متغير بما يطرأ على متغير آخر من تغير يدل على أن بين المتغيرين علاقة أو أن هناك ارتباط بينهما بينما عدم التأثير يدل على إنعدام كل من العلاقة والارتباط بينهما .

فإذا كان لدينا عدد (ن) من أزواج القيم (س ، ص) ، (س_١ ، ص_١) ، (س_٢ ، ص_٢) ، (س_ن ، ص_ن) للمتغيرين س ، ص سواء تم الحصول على أزواج القيم المشار إليها من مصادر تاريخيه ، أو مصادر ميدانيه وأردنا دراسة العلاقة الارتباطية بينهما، فيتم تنظيم قيم كل من عناصر المتغير الأول فى عمود، وعناصر المتغير الآخر فى عمود ثانى إذا كانت أزواج القيم قليلة، إما إذا كان عدد أزواج القيم كبيراً فيتم تبويبها فى جدول تكرارى مزدوج . وهناك أكثر من طريقة لمعرفة طبيعة العلاقة بين متغيرين أو أكثر من أهمها :

(أ) شكل الإنتشار

(ب) تلخيص البيانات فى معامل واحد هو معامل الارتباط ، سواء أكانت البيانات كمية أو كانت البيانات وصفية .

وبناء على عدد المتغيرات التى تدخل فى حساب معامل الارتباط فإنه يمكن حصر أنواع الارتباط فيما يلى .

أولاً : الارتباط الخطي بين متغيرين سواء كان.

أ - ارتباط خطي بسيط ، Simple Correlation ، وهو الارتباط بين ظاهرتين أو متغيرين فقط ككمية المحصول وكمية السماد المستعمل .

ب - ارتباط جزئي ، Partial correlation ،

ثانياً : الارتباط المتعدد ، multiple Correlation ، بين متغير من جهة ومتغيرين أو أكثر من جهة أخرى ، كدراسة العلاقة بين كمية المحصول وكل من كمية السماد وكمية مياه الري ، ونوع التربة ، وطريقة الزراعة ... الخ .

وسندهم في هذه المرحلة بالارتباط الخطي البسيط بإستخدام كل من:

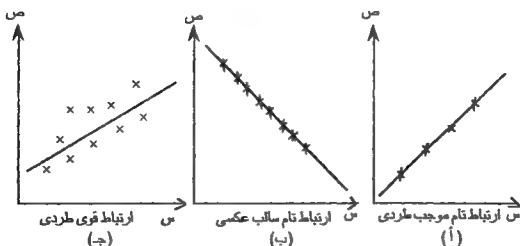
(أ) شكل الانتشار .

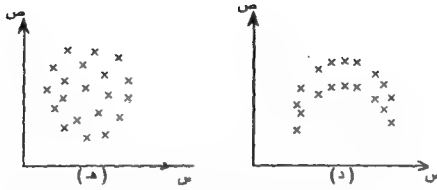
وهو شكل بياني يعطى فكره مبدئيه عن إتجاه وقوة العلاقة دون تحديد لقيمة معامل الارتباط ، حيث يمثل كل زوج من أزواج القيم المتناظرة للمتغيرين س ، ص بنقطة في مجال شكل الانتشار ، وبذلك يتكون لدينا عدد من النقاط الاحداثيات يساوى عدد أزواج القيم ، وشكل إتجاه النقاط المتناظرة يعطى صورة تقريبية للعلاقة الارتباطية بين المتغيرين س ، ص من حيث :

١ - نوع هذه العلاقة خطيه أم غير خطيه .

٢ - إتجاه العلاقة طردية أم عكسية .

ويتضح لنا ما تقدم من الأشكال الانتشاريه التاليه .





علاقة غير خطية شكل رقم (٤٠) عدم وجود علاقة ارتباطية - صفر

ففى الشكل (أ) هناك علاقة ارتباط تامه طرديه حيث نجد أن الزيادة فى أحد المتغيرين مصحوبه بزياده فى المتغير الثانى بنفس النسبه لذا وقعت كل نقاط الإحداثيات على خط مستقيم .

أما فى الشكل (ب) هناك علاقة ارتباطية تامة عكسية حيث نجد أن النقص فى أحد المتغيرين يقابله زياده فى المتغير الآخر وبففس النسبة ، لذا وقعت كل نقاط الإحداثيات على خط مستقيم .

أما فى الشكل (جـ) فهناك علاقة ارتباطية قوية موجبة ، حيث أن الزيادة فى المتغير الأول يتبعها زياده فى المتغير الثانى لكن ليست بنفس النسبة ، ويكون توزيع نقاط الإحداثيات قريبا من خط مستقيم .

أما فى الشكل (د) فهناك علاقة ارتباطية ولكنها ليست خطيه أى علاقة ارتباطية غير خطيه لذا نجد أن نقاط الاحداثيات ليست فى اتجاه ثابت مستقيم ولكن فى شكل منحنى .

أما فى الشكل (هـ) فليست هناك علاقة ارتباطية بين التغير فى المتغير الأول والتغير فى المتغير الثانى - لذا نجد أن نقاط الاحداثيات منتشرة فى جميع الاتجاهات . (أى ليست فى صورة خط مستقيم أو شبه مستقيم ، كما أنها ليست فى صورة منحنى من أية درجة)

مما تقدم يتضح لنا أنه اذا انحصرت نقاط احداثيات (س ، ص) فى شكل الانتشار داخل قطاع ضيق دل ذلك على وجود ارتباط قوى أما إذا انحصرت النقاط داخل دائرة دل ذلك على ضعف الارتباط أو إنعدامه بينهما .

(ب) معامل الارتباط (Correlation Coefficient) بين متغيرين وسيمرّز له بالرمز $(r - r^*)$:

هو مقياس وصفي لا يتأثر بوحدات القياس يلخص العلاقة الارتباطية من حيث القوة أو الاتجاه بين ظاهرتين أو متغيرين في رقم واحد يطلق عليه معامل الارتباط، حيث يأخذ هذا المعامل أى قيمة بين $(-1, +1)$ حيث القيمة تدل على قوة الارتباط، كما تدل الإشارة على إتجاه العلاقة الارتباطية. وقد صنف البعض $(**)$ قوة هذه العلاقة إلى مستويات وفقاً لما يأتي:

مدى قوة معامل الارتباط	التفسير
صفر - ٠,٣٠	ضعيف جداً
٠,٣٠ - ٠,٥٠	ضعيف
٠,٥٠ - ٠,٧٠	متوسط
٠,٧٠ - ٠,٩٠	قوى
٠,٩٠ - ١	قوى جداً
١ +	تام

وإن كان يرى البعض الآخر أن تفسير معامل الارتباط يمكن أن يكون موقفياً .

ولنذهب فيما يلي الى كيفية حساب معامل الارتباط الخطى البسيط وهنا سنفترض أن الارتباط خاص بين متغيرين فقط ، أى تجاهل أى علاقات لهدذين المتغيرين بأية متغيرات أخرى من ناحيه ، كما أن العلاقة الدالية بين المتغيرين من الدرجة الأولى تمثل بيانياً بخط مستقيم، وسنتناول دراستنا قياس هذا المعامل لبيانات كمية غير مبوية (مفردة) أو لبيانات كمية مبوية فى صورة جدول تكرارى، فى البنود التالية:

(*) معامل بيرسون للارتباط - حيث توصل اليه البريطانى كارل بيرسون سماء معامل ضرب المعزوم للارتباط.

(**) منكى وآخرون .

أولاً : معامل بيرسون للإرتباط لبيانات مفردة :

(أ) اذا كان لدينا متغيرين س ، ص توجد بينهما علاقة خطية بسيطة
فإننا سحبنا عينه حجمها (ن) من أزواج القيم المتناظرة التالية .

المتغير س : س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ، س_ن .

المتغير ص : ص_١ ، ص_٢ ، ص_٣ ، ، ص_ن .

وكان الوسط الحسابي لقيم كل من المتغير س هو ($\bar{س}$) والمتغير ص هو
($\bar{ص}$) والانحراف المعياري لهما (ع س ، ع ص) على الترتيب .

ولما كان : ن $\bar{س}$ = مح س ، ن $\bar{ص}$ = مح ص

، ن ع_س = مح (س - $\bar{س}$) ، ن ع_ص = مح (ص - $\bar{ص}$)

كما أن الارتباط بين المتغيرين س ، ص يعنى أن التغير في أحدهما
يكون - عموماً - مصحوباً بتغير في الآخر، فإذا قلنا أن التغير في كمية مثل
(س) أو (ص) فمقدار هذا التغير يساوى الفرق بين القيم التى تأخذها (س)،
ووسطها الحسابى ($\bar{س}$) ونفس الأمر بين (ص) ، ($\bar{ص}$) .

أو بعباره أخرى ستعتمد هنا لقياس معامل الإرتباط على انحرافات القيم
عن وسطها الحسابى وعليه فإن معامل بيرسون للإرتباط يعرف كالتالى :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2 \sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})^2}} \quad (1)$$

حيث ع س ، ع ص تعرف بالتغاير (Covariance) بين س ، ص ويحجب
بالصيغه التالية .

$$ع_{س،ص} = \frac{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص})}{n}$$

ويجبر عن اتجاه العلاقة بين س ، ص .

ونظراً لإحتمال إختلاف وحدات القياس فى كل من س ، ص فقد تشير س

إلى العمر بالسنين مثلاً ، ص تدل على الوزن بالكيلو جرامات هذا بجانب اختلاف تشتتهما ، مما يفسد المقارنه بين هذه الإنحرافات على علاقتها وللتغلب على المشكله السابقه - إختلاف وحدات القياس بين المتغيرين - فقد إستخدم بيرسون الوحدات المعيارية كما يلي :

$$\left(\frac{\bar{X} - \bar{X}_s}{\sigma_s} \right) , \left(\frac{\bar{X} - \bar{X}_c}{\sigma_c} \right)$$

وعليه يصبح معامل بيرسون للارتباط على الصورة :

$$r = \frac{\text{مـد} (\bar{X} - \bar{X}_s) (\bar{X} - \bar{X}_c)}{\sqrt{\text{مـد}^2 (\bar{X} - \bar{X}_s)^2 + \text{مـد}^2 (\bar{X} - \bar{X}_c)^2}} \dots\dots\dots (٢)$$

(ب) حساب معامل الارتباط الخطى البسيط بإستخدام القيم الأصلية مباشرة .

إن حساب معامل الارتباط باستخدام المعادله (٢) تقتضى حساب كل من \bar{X}_s ، \bar{X}_c فإذا ما كانت قيمتهما كسريه فى مثل هذه الحاله ستتعقد العمليات الحسابيه ، مع زياده احتمالات الوقوع فى الخطأ ، للأسباب السابقه فإنه من الأسهل حساب معامل الارتباط باستخدام المعادله التاليه والتي تعتمد على القيم الأصلية مباشره لكل من \bar{X}_s ، \bar{X}_c دون تحويلها إلى قيم معياريه .

$$r = \frac{\frac{\sum X_s}{N} \times \frac{\sum X_c}{N} - \frac{\sum X_s X_c}{N}}{\sqrt{\frac{\sum X_s^2}{N} - \left(\frac{\sum X_s}{N} \right)^2} \sqrt{\frac{\sum X_c^2}{N} - \left(\frac{\sum X_c}{N} \right)^2}} \dots\dots\dots (٣)$$

حيث (ن) تمثل عدد أزواج القيم المتغيرين .

ويفضل إستخدام المعادله (٣) اذا كانت قيم \bar{X}_s ، \bar{X}_c صغيره نسبيا .

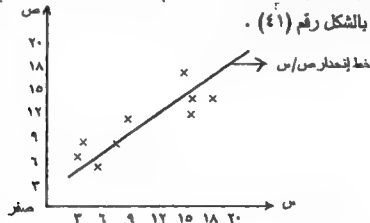
مثال (١) :

الجدول التالي لدرجات عشرة من طلاب الكلية في إمتحان مادتي ،
الرياضيات (س) ، الاقتصاد (ص) والمطلوب حساب معامل الارتباط بين س ،
ص باستخدام القيم الأصلية مباشرة .

س	١٢	١٢	٨	٨	٥	٨	١٤	٦	١٠
ص	١٧	١٥	١٢	٧	١٠	١٥	١٦	١١	١٩

الحل :

طالما أنه ليس لدينا فكرة محددة عن إتجاه العلاقة بين س ، ص لذا
يفضل أن نحدد إتجاه العلاقة باستخدام شكل الانتشار لكل من س ، ص كما
يلي (٥) بالشكل رقم (٤١) .



ومن الشكل الانتشاري يتضح وجود علاقة خطية طردية بين المتغيرين

س، ص .

ومن واقع النتيجة السابقة - التي لم تذكر في سياق المثال - عن طبيعته
العلاقة بين كلا من درجات الطلاب في الرياضيات (س) والاقتصاد (ص)

(٥) لوجاء في سياق المثال أن العلاقة بين س، ص خطية (أو في صورة خط مستقيم) في هذه الحالة لن
تجرى عليه شكل الانتشار المشار إليها

والتي أتضح أنها علاقه خطية - لذا منستخدم معادله معامل الارتباط الخطي البسيط لقياس هذه العلاقه وهي :

$$r = \frac{\frac{\sum \text{مـ ص}}{n} \times \frac{\sum \text{مـ ص}^2}{n} - \frac{\sum \text{مـ ص}^3}{n}}{\sqrt{\left(\frac{\sum \text{مـ ص}^2}{n} - \frac{(\sum \text{مـ ص})^2}{n}\right) \times \left(\frac{\sum \text{مـ ص}^3}{n} - \frac{(\sum \text{مـ ص}^2)^2}{n}\right)}}$$

يقتضى منا إنشاء الجدول التالي للوصول إلى العلاقه الإرتباطيه

المطلوبه .

ص	مـ	مـ ص	مـ ص ²	ص ³
١٢	١٧	٢٠٤	١٤٤	٢٨٩
١٢	١٥	١٨٠	١٤٤	٢٢٥
٨	١٢	٩٦	٦٤	١٤٤
٨	٧	٥٦	٦٤	٤٩
٥	١٠	٥٠	٢٥	١٠٠
٨	١٥	١٢٠	٦٤	٢٢٥
١٤	١٦	٢٢٤	١٩٦	٢٥٦
٦	١١	٦٦	٣٦	١٢١
١٠	١٩	١٩٠	١٠٠	٣٦١
٨٣	١٢٢	١١٨٦	٨٣٧	١٧٧٠

حيث ن = ١٠

$$r = \frac{\frac{122}{10} \times \frac{83}{10} - \frac{1186}{10}}{\sqrt{\left(\frac{122}{10} - \frac{1770}{10}\right) \times \left(\frac{83}{10} - \frac{837}{10}\right)}}$$

$$= \frac{12,2 \times 8,3 - 11,6}{148,84 - 177,0 \sqrt{78,89 - 83,7 \sqrt{101,26 - 118,6 \sqrt{28,16 \times 14,81 \sqrt{17,34}}}}} = \frac{17,34}{0,31 \times 3,80} = 0,85 = (\text{إرتباط قوى طردى})$$

(جـ) حساب معامل الارتباط الخطى البسيط بإستخدام وسط فرضى :
ويفضل إستخدام هذه الطريقة فى حالتين أولهما : اذا كانت القيم الأصلية لـ س ، ص كبيرة نسبيا ثانيهما اذا أخذت كل من س ، ص أو كلاهما قيمة كسرية أو قيم صحيحة وكسر ويكون معادلة معامل الارتباط على الصورة :

$$r = \frac{\frac{\text{محد ح ص}}{ن} - \frac{\text{محد ح ص}}{ن} \times \frac{\text{محد ح ص}}{ن}}{\sqrt{\left(\frac{\text{محد ح ص}}{ن} - \frac{\text{محد ح ص}}{ن} \right)^2 - \left(\frac{\text{محد ح ص}}{ن} - \frac{\text{محد ح ص}}{ن} \right)^2}} \dots (4)$$

حيث ح ص = س - أ₁ ، أ₁ ، وسط فرضى لقيم س
ح ص = ص - أ₂ ، أ₂ ، وسط فرضى لقيم ص

مثال (٢) :

فيما يلي أطوال من (بالستيمتر) وأوزان من (بالكيلو جرام) لعينة عشوائية مكونة من عشرة أشخاص .

الطول (س)	١٦٤	١٦٩	١٧٠	١٨٠	١٨١	١٦٥	١٦٠	١٦٧	١٧٠	١٧٢
الوزن (ك)	٦٩	٧٠	٥٥	٥٠	٦٣	٥٨	٦١	٦٠	٥٣	٥٠

والمطلوب :

حساب معامل الارتباط الخطي البسيط بين طول الشخص ووزنه .

الحل :

س	س	$\sum (س - \bar{س})$	$\sum (س - \bar{س})^2$	$\sum (س - \bar{س})$	$\sum (س - \bar{س})^2$	$\sum (س - \bar{س})$
١٦٤	٦٩	٦ ₋	٣٦	٨١	٣٦	٨١
١٦٩	٧٠	١ ₋	١	١٠٠	١	١٠٠
١٧٠	٥٥	صفر	صفر	٢٥	صفر	٢٥
١٨٠	٥٠	١٠ ₊	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠
١٨١	٦٣	١١ ₊	١٢١	٩	١٢١	٩
١٦٥	٥٨	٥ ₋	٢٥	٤	٢٥	٤
١٦٠	٦١	١٠ ₋	١٠٠	١	١٠٠	١
١٦٧	٦٠	٢ ₋	٩	صفر	٩	صفر
١٧٠	٥٣	صفر	صفر	٤٩	صفر	٤٩
١٧٢	٥٠	٢ ₊	٤	١٠٠	٤	١٠٠
$\sum س = ١٧٠٠$	$\sum س = ٦٠٠$	$\sum (س - \bar{س}) = ٢٠$	$\sum (س - \bar{س})^2 = ١١٠١$	$\sum (س - \bar{س}) = ١١٠١$	$\sum (س - \bar{س})^2 = ٢٨٧$	$\sum (س - \bar{س}) = ٤٦٩$

بالتطبيق على المعادلة (٤) حيث $n = 10$

$$\begin{aligned}
 & \frac{11 -}{10} \times \frac{2 -}{10} - \frac{101 -}{10} \\
 & \frac{\frac{11 -}{10} - \frac{469}{10} \sqrt{\frac{2 -}{10} - \frac{387}{10}}}{\frac{2,2 - 10,1 -}{0,012 - 64,69 \sqrt{0,4 - 38,7 \sqrt{17,3 - 46,88 \sqrt{17,3 - 6,85 \times 6,22}}}}} = r \\
 & \frac{17,3 -}{42,61} = -0,41 \text{ (ارتباط عكسي ضعيف)}
 \end{aligned}$$

(د) حساب معامل الارتباط الخطي البسيط باستخدام الانحرافات المختصرة:

وتستخدم في نفس ظروف الطريقة (ح) السابقة بشرط أن تقبل قيم ح من القسمة على عامل مشترك (بدون باق) وليكن (ل)، كما تقبل قيم ح من القسمة على عامل مشترك (بدون باق) وليكن (ل)، واستخدام الإجراء السابق سيساعد على تبسيط العمليات الحسابية أكثر منه في طريقة الوسط القرصى (ح) السابقة وتكون معادلة معامل الارتباط في هذه الحالة على صورة.

$$r = \frac{\frac{\text{م ح' ح' من}}{ن} - \frac{\text{م ح' ح من}}{ن} \times \frac{\text{م ح ح من}}{ن}}{\sqrt{\left(\frac{\text{م ح' ح' من}}{ن} - \frac{\text{م ح' ح من}}{ن}\right)^2 - \left(\frac{\text{م ح ح من}}{ن}\right)^2}}$$

حيث :

$$\frac{C}{L} = C', \quad \frac{C}{L} = C''$$

(ليس شرطاً أن $L = L'$)

مثال (٢) :

الجدول التالي يبين تكلفه العمالة (بالآلف دولار) في عدد ثمانى مصانع للملابس الجاهزة ، وقيمة الانتاج الشهرى (بالآلف دولار) من .

٦٨	٧٤	٨٤	٦٤	٥٢	٦٠	٥٤	٥٠	س
٨٤	٨٦	٩٦	٨٤	٧٢	٧٨	٧٦	٦٨	ص

والمطلوب :

حساب معامل بيرسون للارتباط الخطى باستخدام طريقه الفروق المختصرة .

الحل :

س	ص	C	C'	C''	C	C'	C''	C	س
٥٠	٦٨	١٤-	١٦-	٧-	٨-	١٠-	١٢-	١٤-	٦٤
٥٤	٧٦	١٠-	٨-	٥-	٣-	١-	١١-	٩-	٧٤
٦٠	٧٨	٤-	٦-	٧-	٢-	٠-	١٢-	١٠-	٨٤
٥٢	٧٢	١٢-	١٢-	٦-	٦-	٣٦	٣٦	٣٦	٥٢
٨٤	٩٦	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	٨٤
٧٤	٨٨	٢٠+	١٢+	١٠	٦	١٠٠	٣٦	٣٦	٧٤
٦٨	٨٤	٤+	٤+	٥	٢	٢٥	٤	٤	٦٨
				٢	صفر	صفر	صفر	صفر	
١٦٥	٢٤٣	١٨٨	١٣٠	٧٠	١٣٠	٧٠	١٣٠	٧٠	١٦٥

حيث $n = 8$ وعليه فإنه (بتطبيق المعادلة (٥))

$$\begin{aligned}
 & \frac{13}{8} \times \frac{3}{8} - \frac{188}{8} \\
 & \frac{\sqrt{\left(\frac{13}{8}\right) - \frac{165}{8}}}{\sqrt{\left(\frac{3}{8}\right) - \frac{243}{8}}} = r \\
 & \frac{4,875 - 23,5}{\sqrt{2,641 - 20,625} \sqrt{0,141 - 30,375}} = \\
 & \frac{18,625}{\sqrt{17,984} \times \sqrt{30,234}} = \\
 & \frac{18,625}{\sqrt{2,241} \times 0,499} = \\
 & \frac{18,625}{23,332} =
 \end{aligned}$$

$r = 0,8$ (ارتباط قوى طردى)

ثانياً : معامل بيرسون للارتباط لبيان كمية مبيوه (جداول تكرارية)

إذا أردنا حساب معامل الارتباط لمتغيرين س ، ص وكانت أزواج المشاهدات كبيراً نسبياً ، فمثلاً إذا جمعنا بيانات عن الإنتاج ج (س) ، والإجر (ص) عن مائه أو مائتين عامل فى أحد المصانع ، ففي هذه الحالة يكون من الصعب وضع هذه البيانات بدون تبويب (مفردة) واستخدام المعادلات السابقة عند حساب العلاقة الارتباطية بين الإنتاج والأجر، لكن فى مثل هذه الحالات علينا تبويب كل من المتغيرين (س) ، (ص) لكن يجب تبويبهم فى جدول تكرارى مزدوج (٥) فإذا تبين لنا أن العلاقة خطية بين س ، ص فلا تختلف المعادلات المستخدمة

(٥) انظر الجداول التكرارية المزدوجة بالفصل الثالث .

عنه عند حساب معامل الارتباط الخطى لبيانات مفردة ، مع مراعاة ما يلي :

١ - أن (س) تمثل في حالة البيانات المبوية مراكز فئات المتغير (س) كما أن فئات المتغير (س) وما يناظرها من تكرارات (ك_س) تشكل وحدها جدول توزيع تكرارى يطلق عليه (جدول التوزيع الهامشى لقيم س) .

٢ - أن (ص) تمثل في هذه الحالة مراكز فئات المتغير (ص) ، كما أن فئات المتغير (ص) وما يناظرها من تكرارات (ك_ص) تشكل أيضا وحدها جدول توزيع تكرارى يطلق عليه (جدول التوزيع الهامشى لقيم ص) .

٣ - بناء على ما سبق وعند حساب معامل الارتباط الخطى للبيانات المبوية ، فيجب علينا تعديل المعادلات السابقة في حاله البيانات المفردة بحيث نتيج إدخال التكرارات لجدول التوزيع المزدوج فى الاعتبار وستكون على النحو التالى :

أولا : باستخدام القيم الأصلية مباشرة :

$$r = \frac{\text{محد ص من ك_ص س} - \left(\frac{\text{محد ص من ك_ص س}}{\text{محد ك_ص س}} \right) \left(\frac{\text{محد ص من ك_ص س}}{\text{محد ك_ص س}} \right)}{\sqrt{\left(\frac{\text{محد ص من ك_ص س}}{\text{محد ك_ص س}} - \left(\frac{\text{محد ص من ك_ص س}}{\text{محد ك_ص س}} \right)^2 \right) \times \left(\frac{\text{محد ص من ك_ص س}}{\text{محد ك_ص س}} - \left(\frac{\text{محد ص من ك_ص س}}{\text{محد ك_ص س}} \right)^2 \right)}}$$

حيث أن :

س ، ك_ص ، ص ، ك_ص تشير إلى مراكز فئات وتكرارات س ، ص على الترتيب .

ك_ص تشير إلى التكرارات المشتركة .

محد ك_ص = محد ك_ص = محد ك_ص

يفضل إستخدامها إذا كانت س ، ص ذات قيم بسيطة وقديم تكراراتها المناظرة بسيطة أيضا .

مثال (٤) :

الجدول التالي يوضح عمر الطفل بالسنوات (س) ووزنه بالكيلو جرامات (ص) لعينه مكونه من ٢٠٠ طفل .

س \ ص	١٠ -	١٢ -	١٤ -	١٦ -	١٨ - ٢٠	المجموع
أقل من سنه	٤	٨	٥	٢		١٩
١ -	٦	١١	١٣	٧	٣	٤٠
٢ -	٥	١٣	٢٤	١٨	١١	٧١
٣ -	٢	٩	١٦	١٤	٩	٥٠
٤ - ٥		٢	٧	٨	٣	٢٠
المجموع	١٧	٤٣	٦٥	٤٩	٢٦	٢٠٠

والمطلوب :

حساب قوة العلاقة بين (س ، ص) باستخدام معامل بيرسون للارتباط وفقا لما يلي :

أولا : طريقة للقيم الأصلية مباشرة .

ثانيا : طريقة الانحرافات عن وسط فرضي .

ثالثا : طريقة الانحرافات المختصرة .

الحل :

أولا : باستخدام القيم الأصلية مباشرة

$$r = \frac{\sum \frac{ص \cdot س}{م \cdot م} - \left(\frac{\sum ص}{م} \right) \left(\frac{\sum س}{م} \right)}{\sqrt{\left(\sum \frac{ص^2}{م} - \left(\frac{\sum ص}{م} \right)^2 \right) \left(\sum \frac{س^2}{م} - \left(\frac{\sum س}{م} \right)^2 \right)}}$$

وسيتم الحصول على عناصر القانون السابق مما يلي :

(١) التوزيع الهامشي لـ(ص)

فاس	ك.ص	ص (مراكز الفئات)	ص ك.ص	ص ^٢ ك.ص
أقل من سنة	١٩	٠,٥	٩,٥	٤,٧٥
١ -	٤٠	١,٥	٦٠	٩٠,٠٠
٢ -	٧١	٢,٥	١٧٧,٥	٤٤٣,٧٥
٣ -	٥٠	٣,٥	١٧٥,٠٠	٦١٢,٥٠
٤ - ٥	٢٠	٤,٥	٩٠	٤٠٥,٠٠
المجموع	٢٠٠	.	٥١٢	١٥٥٦

(٢) التوزيع الهامشي لـ(ص)

فاس	ك.ص	ص	ص ك.ص	ص ^٢ ك.ص
١٠ -	١٧	١١	١٨٧	٢٠٥٧
١٢ -	٤٣	١٣	٥٥٩	٧٢٦٧
١٤ -	٦٥	١٥	٩٧٥	١٤٦٢٥
١٦ -	٤٩	١٧	٨٣٣	١٤١٦١
١٨ - ٢٠	٢٦	١٩	٤٩٤	٩٣٨٦
المجموع	٢٠٠		٣٠٤٨	٤٧٤٩٦

(٣) جدول التوزيع المشترك للمتغيرين (س، ص)

مركز ص	مركز س	١١	١٣	١٥	١٧	١٩	م. ص من ك. س
مركز ص	مركز س	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	م. ص من ك. س
٠,٥	٤	٢٢	٥٢	٢٧,٥	١٧	-	١٢٨,٥
١,٥	٦	٩٩	٢١٤,٥	٢٩٢,٥	٧	٢	٨٧٠
٢,٥	٥	١٣٧,٥	٤٢٢,٥	٩٠٠	١٨	١١	٢٧٢٧,٥
٣,٥	٢	٧٧	٤٠٩,٥	٨٤٠	١٤	٩	١٤٥٨
٤,٥	٥	-	١١٧	٤٧٢,٥	٨	٢	١٤٥٨
م. ص من ك. س		٢٢٥,٥	١٢١٥,٥	٢٥٤٧,٥	٢٤٠٥,٥	١٤٢٢	٧٩٦٧

حصلنا على م. ص من ك. س كما يلي :

١ - حددنا مراكز فئات (س) بدلا من فئات (ص)

٢ - حددنا مراكز فئات (ص) بدلا من فئات (س)

٣ - نقوم بضرب مركز فئة (س) \times التكرار المناظر الموجود بالخلاية في مركز فئة (س) \times مركز فئة (ص) المناظر لهذا التكرار، فمثلا تكرار الخلية (٤) الموجود في الخلية الأولى من الصف الأول يضرب في مركز الفئة الأولى لـ (س) أي في العمود الأول (٠,٥) \times مركز الفئة الأولى لـ (ص) في الصف الأول أي ١١ أي بضرب $٠,٥ \times ١١ = ٥,٥$ والبقية توضع في مربع داخل الخلية الأولى أمام الفئة الأولى لـ (س) وتكرر ما سبق في كافة خلايا الجدول كما يلي.

وبالتعويض في المعادلة (٦) من بيانات الجدول السابقة نحصل على

$$\begin{aligned}
& \frac{\left(\frac{3048}{200}\right) \left(\frac{512}{200}\right) - \frac{7972}{200}}{\sqrt{\left(\frac{3048}{200}\right)^2 - \frac{47496}{200}} \times \sqrt{\left(\frac{512}{200}\right)^2 - \frac{1006}{200}}} = r \\
& \frac{10,24 \times 2,06 - 39,81}{\sqrt{232,26 - 237,48} \times \sqrt{7,00 - 7,78}} = \\
& \frac{39,01 - 39,81}{0,22 \times 1,23} = \\
& (إرتباط طردى ضعيف) \quad 0,315 = \frac{0,80}{2,04\sqrt{}} = \frac{0,80}{2,41\sqrt{}} =
\end{aligned}$$

ثانيا : طريقة الانحرافات عن وسط فرضي
(١) التوزيع الهامشي لـ (س)

ف.م	ك.س	س	ح.س (س-١)	ح.س ك.س	ح.س ك.س
أقل من ستة	١٩	٠,٥	٢-	٢٨-	٧٦
١-	٤٠	١,٥	١-	٤٠-	٤٠
٢-	٧١	٢,٥	صفر	صفر	صفر
٣-	٥٠	٣,٥	١+	٥٠+	٥٠
٤-٥	٢٠	٤,٥	٢+	٤٠+	٨٠
المجموع	٢٠٠	٢,٥ = ١	صفر	١٢	٢٤٦

(٢) التوزيع الهامشي (ص)

فام	ك ص	ص	ح ص	ح ص ك ص	ح ص ك ص
١٠ -	١٧	١١	٤ -	٦٨ -	٢٧٢
١٢ -	٤٣	١٣	٢ -	٨٦ -	١٧٢
١٤ -	٦٥	١٥	صفر	صفر	صفر
١٦ -	٤٩	١٧	٢ +	٩٨ +	١٩٦
١٨ - ٢٠	٢٦	١٩	٤ +	١٠٤ +	٤١٦
المجموع	٢٠٠	١٥٠	صفر	٤٨	١٠٥٦

(٣) جدول التوزيع المشترك للمتغيرين (س ، ص)

	٤ +	٢ +	صفر	٢ -	٤ -	ح ص	
ح ص	١٩	١٧	١٥	١٣	١١	فام / فام	ح ص
٢ -	٥٦	٧	٥	٨	٤	أقل من صله	٢ -
١ -	٢٠	٣	١٣	١١	٦		١ -
صفر	صفر	١١	١٨	١٣	٥		صفر
١ +	٢٨	٩	١٦	٩	٢		١ +
٢ +	٤٨	٣	٧	٢	-		٢ +
١٢٢	٤٨	٢٨	صفر	٢٨	٤٨	مجموع ح ص	

الخلية الأولى في الصف الأول في الجدول = $2 \times 4 \times 4 = 32$

الخلية الثانية في الصف الأول في الجدول = $2 \times 8 \times 2 = 32$

وهكذا

وبالتعويض في المعادلة رقم (٧) من بيانات الجداول السابقة

$$r = \frac{\left(\frac{48}{200}\right) \left(\frac{12}{200}\right) - \frac{162}{200}}{\sqrt{\left(\frac{48}{200}\right) - \frac{1056}{200}} \times \sqrt{\left(\frac{12}{200}\right) - \frac{246}{200}}} = 0,314$$

(ارتباط طردى ضعيف)

ثالثا : طريقة الإنحرافات المختصرة :

التوزيع الهامشي لـ (م)

ف م	ك م	م	ح م	ح م	ح م ك م	ح م ك م
أقل من ستة	١٩	٠,٥	٢-	١-	١٩-	١٩
١-	٤٠	١,٥	١-	٠,٥-	٢٠-	١٠
٢-	٧١	٢,٥	صفر	صفر	صفر	صفر
٣-	٥٠	٣,٥	١+	٠,٥+	٢٥+	١٢,٥
٤-٥	٢٠	٤,٥	٢+	١+	٢٠+	٢٠
المجموع	٢٠٠	١٠	٢= ١٠	صفر	٦	٦١,٥

التوزيع الهامشي لـ (ص)

فصلي	ك م	ص	ح م	ح م	ح م ك م	ح م ك م
- ١٠	١٧	١١	٤ -	٢ -	٣٤ -	٦٨
- ١٢	٤٣	١٣	٢ -	١ -	٤٣ -	٤٣
- ١٤	٦٥	١٥	صفر	صفر	صفر	صفر
- ١٦	٤٩	١٧	٢ +	١ +	٤٩	٤٩
- ١٨	٢٦	١٩	٤ +	٢ +	٥٢	١٠٤
المجموع	٢٠٠	١٥٠	٢ -	صفر	٢٤	٢٦٤

جدول التوزيع المشترك للمتغيرين (س ، ص)

ح م	ح م	٢ -	١ -	صفر	١ +	٢ +	ح م
فصلي	فصلي	- ١٠	- ١٢	- ١٤	- ١٦	- ٢٠ - ١٨	ح م
١ -	٤	٨	٨	٥	٢	-	١٤
- ١	٦	١١	٩	١٢	٧	٢	٥
صفر	٥	١٢	١٢	٢٤	١٨	١١	صفر
- ٢	٢	٩	١٥	١٦	١٤	٩	٩,٥
١	-	٢	٢	٧	٨	٢	١٢
ح م	١٢	٧	صفر	٩,٥	١٢	٤٠,٥	

وبالتعويض في المعادلة رقم (٨) من بيانات الجداول السابقة

$$r = \frac{\left(\frac{24}{200}\right) \left(\frac{6}{200}\right) - \frac{40,5}{200}}{\sqrt{\left(\frac{24}{200}\right)^2 - \frac{246}{200}} \times \sqrt{\left(\frac{6}{200}\right)^2 - \frac{61,5}{200}}} = 0,314$$

(نفس الجواب في الطريقة السابقة)

ملاحظات على معامل الارتباط الخطي البسيط :

١ - يقيس معامل الارتباط الخطي البسيط قوة العلاقة الخطية بين المتغيرين س، ص، ونعني بذلك درجة إنتشار أو تركيز إحداثيات أزواج القيم المتناظرة لكل من س ، ص حول خط الإنحدار فكلما زاد قربها من خط الانحدار زادت قوة العلاقة (الارتباط) والعكس صحيح .

٢ - إشارة معامل الارتباط تعدد إتجاه العلاقة بين المتغيرين س ، ص فإذا كانت (+) تكون العلاقة طردية ، لكن إذا كانت (-) تكون العلاقة بينهما عكسية، وتتوقف الإشارة إليها على إشارة التغيرات في س ، ص أي (البسط) لمعامل الارتباط ، فتكون إشارة معامل الارتباط موجبه حين يكون تغير س ، ص في إتجاه واحد ، وتكون إشارة معامل الارتباط سالبه حين يكون تغير س ، ص في إتجاهين متضادين، ذلك لأن مقام معامل الارتباط دائماً موجب لأنه عبارة عن (ع_ص × ع_س) وكلاهما مقدر موجب .

٣ - إستقلال معامل الارتباط عن وحدات قياس المتغيرين س ، ص ونقطه الأصل لكل منهما ، السبب السابق وجدنا أن قيمة (ر) لا تختلف سواء حسبت من بيانات أصلية أو باستخدام أسلوب الوسط الفرضي أو أسلوب الانحرافات المختصرة لظاهرتين ثابتتين كما لا تختلف قيمة (ر) أياً كان التعديل الذي ندخله على مفردات نفس الظاهرتين.

ثالثاً: معامل سبيرمان لإرتباط الرتب (للبيانات الوصفية أو الكمية الترتيبية غير المئوية):

Spearman,s Rank Spearman Corre lation Coefficient.

مقدمة :

سبق أن أوضحنا أن عناصر الظواهر الاحصائية قد تكون ذات قيم كمية أى ذات قياسات كمية (quantitative) أو قد تكون ذات قيم كمية أو وصفية ترتيبية (ordinal) ، كما هو الحال عند ترتيب الطلاب حسب درجات نجاحهم (كمية ترتيبية) أو ترتيبهم على أساس تقديرات نجاحهم (وصفية ترتيبية) أو عندما نريد قياس العلاقة بين ظاهرتين تم تسجيلهما على أساس الرتب وفق معيار أو أكثر محدد مقدماً ، مثل مستوى نشاط الرياضى (س) للطلاب فى مجموعة محددة ، ومستوى نشاطه اللغوى (ص) فى نفس المجموعة، ومن ثم يمكن ترتيب عينه للطلاب المحددة فى كل من الإختبارين س ، ص . اما تصاعدياً وإما تنازلياً على حسب الأحوال .

ويعرف معامل سبيرمان للإرتباط بين متغيرين كل منهما مقياس رتبيا (كمياً أو وصفياً) فى عينة عددهما (ن)، هنا يمكن إعطاء قيم (س)، وكذلك قيم (ص) قيماً عبارة عن الأعداد الطبيعية (١ ، ٢ ، ٣ ، ، ن) مرتبة ترتيباً خاصاً ثم استخدام فروق الرتب بين س ، ص لإيجاد معامل إرتباط الرتب لسبيرمان والذي استخدمه فى إحصائه الخاصة بعم النفس، ويعتمد هذا المعامل على ترتيب المتغيرين ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً، مع مراعاة أن يكون هذا الترتيب فى اتجاه واحد وتكون معادلة حساب هذا المعامل على الصورة:

$$r = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (٩)$$

حيث تشير :

$\sum d^2$ إلى مربع الفرق بين زوجين متناظرين من المتغيرين س ، ص

في تشير إلى عدد مفردات أزواج عينة للدراسة.

وتستخدم الصيغة السابقة إذا لم يصادف الباحث تشابهاً أو تكراراً في رتب بعض المفردات في المتغير الواحد سواء أكان المتغير س أو المتغير ص .

إما إذا كان هناك رتباً متشابهة أو متكررة في أي من رتب المتغيرين س، ص فالأمر هنا يختلف لأنه من المعروف أنه كلما زادت نسبة الرتب المتشابهة أو المتكررة كلما قلت دقة معامل ارتباط سبيرمان وفقاً للصيغة السابقة (٩). وعليه فإنه .

١ - إذا رأى الباحث الاحتمالي أن نسب العناصر المتشابهة أو المتكررة في كل متغير بسيط بحيث يمكن تجاهلها ومن ثم تجاهل تأثيرها على دقة قيمة معامل الارتباط فإنه في هذه الحالة يمكنه حساب هذا المعامل باستخدام المعادلة السابقة (٩).

٢ - لكن إذا رأى الباحث أن نسب العناصر أو المفردات المتشابهة (أو المتكررة) عالية، فلا يمكنه تجاهل تأثيرها على دقة قيمة معامل الارتباط وهنا يمكن استخدام المعادلة التالية لقياس معامل ارتباط الرتب لسبيرمان:

$$r = 1 - \frac{6 \text{ مح ف}^2}{n(n-1)} - \frac{\frac{1}{2} \text{ مح م}^2}{n(n-1)} \dots (10)$$

حيث (م) تشير هنا إلى عدد العناصر المتشابهة (أو المتكررة) أي عدد مرات تكرار كل مفردة مكررة في كل من س أو ص أو كلاهما .

مثال (٥) :

إستخدام معامل سبيرمان لإرتباط الرتب في عينة مكونة من عشرة عمال، لإيضاح العلاقة بين عمر العامل (س)، وأجره اليومي بالجنيه (ص) في أحد المصانع من الجدول التالي:

س	١٥	٢٥	٢٠	٢٧	٢٢	٢٦	٢٤	١٨	٣٠	١٧
ص	٥	١٢	١٥	١٠	١١	١٣	٢٠	١٥	٢٥	٤

الحل :

يمكن وضع كل من المتغيرين ص ، ص في صورة ترتيبيه تصاعديه

كما يلي :

رقم مسلسل	ص	ص	ترتيب (ص)	الفرق بين (ص - ص)	مربع الفرق د(ف) أي(ف ^٢)
١	١٥	٥	١	١ -	١
٢	٢٥	١٢	٧	٢ -	٤
٣	٢٠	١٥	٤	٤ -	١٦
٤	٢٧	١٠	٩	٦ +	٣٦
٥	٢٢	١١	٥	١ +	١
٦	٢٦	١٣	٨	٢ +	٤
٧	٢٤	٢٠	٦	٣ -	٩
٨	١٨	١٤	٣	٤ -	١٦
٩	٣٠	٢٥	١٠	صفر	صفر
١٠	١٧	٤	٢	١ +	١
المجموع					٨٨

ن = ١٠

وحيث أنه لم تتكرر أى مفردة من مفردات ص أو ص فانه يمكن إستخدام

الصيغة (٩) لقياس معامل الارتباط الرتبى .

$$r = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{88 \times 6}{10(100 - 1)}$$

$$= 0.916$$

$$- ١ - \frac{٥٢٨}{٩٩٠}$$

$$- ١ - ٠,٥٣ = ٠,٤٧ \text{ (ارتباط طردى ضعيف بين س ، ص)}$$

مثال (٦) :

فيما يلى التقديرات العامه لعينه مكونه من ستة طلاب فى مادتي المحاسبه (س) والقانون (ص) .

س	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جدا	ضعيف جدا	ضعيف
ص	مقبول	جيد جدا	جيد	ممتاز	ضعيف	ضعيف جدا

والمطلوب : قياس معامل سبيرمان للارتباط بين س ، ص

الحل :

بترتيب س ، ص تنازلياً نحصل على الجدول التالى :

رقم الطالب	س	ص	ترتيب س	ترتيب ص	ف	ف ^٢
١	ممتاز	مقبول	١	٤	٣ -	٩
٢	جيد	جيد جدا	٢	٢	١ +	١
٣	مقبول	جيد	٤	٣	١ +	١
٤	جيد جدا	ممتاز	٢	١	١ +	١
٥	ضعيف جدا	ضعيف	٦	٥	١ +	١
٦	ضعيف	ضعيف جدا	٥	٦	١ -	١
						١٤

حيث أنه لم تتكرر أى مفردة للعينه فى كل من س ، ص

$$r = 1 - \frac{14 \times 6}{(1 - 36) 6}$$

$$= 1 - \frac{84}{210}$$

$$= 1 - 0,4 = 0,6 \text{ (إرتباط طردى متوسط)}$$

مثال (٧) :

فيما يلى بيان يمثل تقديرات عينه مكونه من (٢٠) طالباً باحدى سنوات كليه للتجارة فى مادتى الإحصاء والإقتصاد، فحدد قوة العلاقة واتجاهها بين المادتين باستخدام معامل سبيرمان للإرتباط.

مسل	التقديرات فى الإحصاء (س)	التقديرات فى الإقتصاد (ص)	مسل	س	ص	مسل	س	ص
١	جيد جداً	جيد	٨	جيد	مقبول	١٥	جيد	مقبول
٢	ضعيف جداً	ضعيف جداً	٩	ممتاز	ممتاز	١٦	ممتاز	جيد جداً
٣	ضعيف	مقبول	١٠	ضعيف جداً	ضعيف	١٧	مقبول	مقبول
٤	جيد	جيد	١١	جيد	مقبول	١٨	جيد	جيد
٥	مقبول	مقبول	١٢	جيد جداً	مقبول	١٩	ضعيف جداً	ضعيف
٦	ممتاز	جيد جداً	١٣	ضعيف جداً	ضعيف	٢٠	جيد	مقبول
٧	مقبول	ضعيف	١٤	جيد	جيد			

بترتيب كل من س ، ص تصاعدياً كما في الجدول التالي.

ممثل	س	ص	ترتيب س	ترتيب ص	ف	ف'
١	جيد جداً	جيد	١٦,٥	١٥,٥	١ +	١
٢	ضعيف جداً	ضعيف جداً	٢,٥	١	١,٥ +	٢,٢٥
٣	ضعيف	مقبول	٥	٩,٥	٤,٥ -	٢٠,٢٥
٤	جيد	جيد	١٢	١٥,٥	٣,٥ -	١٢,٢٥
٥	مقبول	مقبول	٧	٩,٥	٢,٥ -	٦,٢٥
٦	ممتاز	جيد جداً	١٩	١٨,٥	٠,٥ +	٠,٢٥
٧	مقبول	ضعيف	٧	٣,٥	٣,٥ +	١٢,٢٥
٨	جيد	مقبول	١٢	٩,٥	٢,٥ +	٦,٢٥
٩	ممتاز	ممتاز	١٩	٢٠	١ -	١
١٠	ضعيف جداً	ضعيف	٢,٥	٣,٥	١ -	١
١١	جيد	مقبول	١٢	٩,٥	٢,٥ +	٦,٢٥
١٢	جيد جداً	مقبول	١٦,٥	٩,٥	٧ +	٤٩
١٣	ضعيف جداً	ضعيف	٢,٥	٣,٥	١ -	١
١٤	جيد	جيد	١٢	١٥,٥	٣,٥ -	١٢,٢٥
١٥	جيد	مقبول	١٢	٩,٥	٢,٥ +	٦,٢٥
١٦	ممتاز	جيد جداً	١٩	١٨,٥	٠,٥ +	٠,٢٥
١٧	مقبول	مقبول	٧	٩,٥	٢,٥ -	٦,٢٥
١٨	جيد	جيد	١٢	١٥,٥	٣,٥ -	١٢,٢٥
١٩	ضعيف جداً	ضعيف	٢,٥	٣,٥	١ -	١
٢٠	جيد	مقبول	١٢	٩,٥	٢,٥ +	٦,٢٥
المجموع						١٦٣,٥

ملاحظات على ترتيب تقديرات (س) التي بها تكرار :

$$١ - متوسط ترتيب تقدير ضعيف جدا = \frac{٤ + ٣ + ٢ + ١}{٤} = \frac{١٠}{٤}$$

$$= ٢,٥$$

وهي تقديرات للملاب ارقام (٢ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٩)

$$٢ - متوسط ترتيب تقدير مقبول = \frac{٨ + ٧ + ٦}{٣} = \frac{٢١}{٣}$$

وهي تقديرات للملاب ارقام (٥ ، ٧ ، ١٧) .

$$٣ - متوسط ترتيب تقدير جيد = \frac{١٥ + ١٤ + ١٣ + ١٢ + ١١ + ١٠ + ٩}{٧} = \frac{٨٤}{٧}$$

$$= ١٢$$

$$٤ - متوسط ترتيب تقدير جيد جدا = \frac{١٧ + ١٦}{٢} = \frac{٣٣}{٢}$$

$$٥ - متوسط ترتيب تقدير ممتاز = \frac{٢٠ + ١٩ + ١٨}{٣} = \frac{٥٧}{٣}$$

وباتخاذ نفس الأمر بالنسبة لترتيب (ص) منجد

$$١ - متوسط تقدير ضعيف = \frac{٥ + ٤ + ٣ + ٢}{٤} = \frac{١٤}{٤}$$

$$٢ - متوسط تقدير مقبول = \frac{١٣ + ١٢ + ١١ + ١٠ + ٩ + ٨ + ٧ + ٦}{٨} = \frac{٧٦}{٨}$$

$$= ٩,٥$$

$$٣ - متوسط تقدير جيد = \frac{١٧ + ١٦ + ١٥ + ١٤}{٤} = \frac{٦٢}{٤}$$

$$٤ - متوسط تقدير جيد جدا = \frac{١٨ + ١٩}{٧} = \frac{٣٧}{٧} = ١٨,٥$$

وحيث أن هناك تكرار في مفردات كل من س ، ص وعليه فمطبق
المعادلة رقم (١٠) على الصورة التالية:

$$١ = ر - \frac{٦ \text{ معد ف}^٢}{ن (١ - ن^٢)} - \frac{\frac{١}{٧} \text{ معد م}^٢}{ن (١ - ن^٢)}$$

والجدول بالصورة السابقة لا يحقق كافة عناصر المعادلة السابقة حيث
سبحان إلى حساب .

$$\frac{\frac{١}{٧} \text{ معد م}^٢}{ن (١ - ن^٢)}$$

وسلحسب معد (م - م^٢) كما يلي :

التقدير المكرر : بالنسبة لـ (ن) + بالنسبة لـ (ص) = المجموع

$$١ - تقدير ضعيف جدا : (٤ - ٢٤) + (—) = ٦٠$$

$$٢ - تقدير ضعيف : (٤ - ٢٤) + (—) = ٦٠$$

$$٣ - تقدير مقبول : (٣ - ٢٣) + (٨ - ٢٨) = ٥٢١$$

$$٤ - تقدير جيد : (٧ - ٢٧) + (٤ - ٢٤) = ٣٩٦$$

$$٥ - تقدير جيد جداً : (٢ - ٢٢) + (٢ - ٢) = ١٢$$

$$٦ - تقدير ممتاز : (٣ - ٢٣) - ٦ =$$

$$١٠٦٥ = ٠٠٠ \text{ معد م}^٢ (١ - ن^٢)$$

وعليه فإن

$$١ = ر - \frac{١٦٣,٥ \times ٦}{(١ - ٢٠) ٢٠} - \frac{١٠٦٥ \times \frac{١}{٧}}{(١ - ٢٠) ٢٠}$$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - \frac{981}{7980} - \frac{536,5}{7980} \\
 &= 1 - 0,1229 - 0,0667 \\
 &= 1 - 0,1896 \\
 &= 0,8104
 \end{aligned}$$

••• هناك علاقة قوية بين تقديرات الطلاب في مادة الاحصاء وتقديراتهم في مادة الاقتصاد وهي علاقة طردية.
إرتباط الصفات الغير قابلة للترتيب

هناك بعض الصفات الغير قابله للترتيب ، مثل الجنس ، التدخين ، والتطعيم ، والاصابه بمرض ما ، ولون الزهرة ، ورائحة الزهرة ولون العينين ، ودرجة التعلم إلخ، فإن هناك مقاييس أخرى - خلاف معامل سبيرمان للإرتباط والذي يقتصر إستخدامه في حاله الصفات الترتيبية - لدراسة الإرتباط بين ظاهرتين من الصفات الغير ترتيبيه ستقتصر دراستنا على إحداها (٥) ألا وهو :

معامل الإقتران ، Association Coefficient

ويقتصر إستخدامه عند إيجاد العلاقة بين صفتين غير ترتيبيتين في مجالات علمية كثيرة في علوم كثيرة كالطب والزراعة، وعلم الاجتماع ... إلخ، كما هو الحال عند دراسة مشكله التدخين فيكون هناك صفتين امجتمع الدراسة (مدخن أو غير مدخن) ، ومشكلة التعليم والعمل فيكون هناك صفتان (متعلم ، وأمى ومشكلة العمل أو البطالة فيكون هناك صفتان (يعمل ، متعطل) ، ومشكلة الإصابه بمرض ما فيكون هناك صفتان (أصيب ، أو لم يصب) بهذا المرض ، أو مشكلة التطعيم بمصل ما فيكون هناك صفتان (فعال أو غير فعال) وهكذا .

وعموما لدراسة مفهوم الإقتران بين صفتين أو متغيرين ما نفرض أن لكل

(٥) هناك مقاييس أخرى وهو معامل التوافق .

من المتغيرين (س) ، (ص) صفتان: الصفة الأولى (س_١) والصفة الثانية (س_٢) للمتغير س ، والصفة الأولى (ص_١) والصفة الثانية (ص_٢) للمتغير (ص) وتم جمع بيانات عن الصفات السابقة من عينه دراسية (ن) فإنه يمكن عرض بيانات المتغيرين على الصورة السابقة في جدول مزدوج يشتمل على أربع خلايا يطلق عليه : جدول الإقتران ، مكون من صفين وعمودين ولأخذ الصورة التالية :

جدول الإقتران لـ (س ، ص)

المتغير (س) المتغير (ص)	تكرارات الصفة الأولى (س _١)	تكرارات الصفة الثانية (س _٢)	المجموع
تكرارات الصفة الأولى (س _١) تكرارات الصفة الثانية (س _٢)	ت _{١١} ت _{١٢}	ت _{٢١} ت _{٢٢}	ت _{١٠} ت _{٢٠}
المجموع	ن _١	ن _٢	ن

حيث :

عناصر الصف الأول :

(١) ت_{١١} عبارته عن التكرارات المشتركة في الصفة الأولى (س_١) للمتغير (س) والصفة الأولى (ص_١) للمتغير (ص)

(٢) ت_{١٢} عبارته عن التكرارات في الصفة الأولى (س_١) للمتغير (س) والصفة الثانية (ص_٢) للمتغير (ص) .

عناصر الصف الثاني :

(٣) ت_{٢١} عبارته عن التكرارات المشتركة في الصفة الثانية (س_٢) للمتغير (س)

(س) والصفة الأولى (ص_١) للمتغير (ص)

(٤) تنم_٢ عبارة عن التكرارات المشتركة في الصفة الثانية (ص_٢) للمتغير

س والصفة الثانية (ص_٢) للمتغير (ص) وعليه فيتم قياس معامل الإقتران (٥) ويسمى له بالرمز (م_ق) بالعلاقة التالية:

$$م(ق) = \frac{ت_{١١} \times ت_{٢٢} - ت_{١٢} \times ت_{٢١}}{ت_{١١} \times ت_{٢٢} + ت_{١٢} \times ت_{٢١}} \dots (١١)$$

مثال (٨):

أوجد معامل الإقتران بين العمل والتطعيم لعينه من الأفراد بلغ قوامها ٤٠٠ شخص ، وكانت البيانات التي تم جمعها عنهم كما يلي :

المجموع	متعلم	أسمى	العمل (ص) التطعيم (س)
٧٠	٢٠	٥٠	لا يصلح
٣٣٠	٢٨٠	٥٠	يصلح
٤٠٠	٣٠٠	١٠٠	المجموع

الحل:

$$م(ق) = \frac{ت_{١١} \times ت_{٢٢} - ت_{١٢} \times ت_{٢١}}{ت_{١١} \times ت_{٢٢} + ت_{١٢} \times ت_{٢١}}$$

$$= \frac{٢٠ \times ٥٠ - ٢٨٠ \times ٥٠}{٢٠ \times ٥٠ + ٢٨٠ \times ٥٠}$$

$$= \frac{١٠٠٠ - ١٤٠٠٠}{١٠٠٠ + ١٤٠٠٠}$$

(٥) وصل اليه ييل (yule)

$$= \frac{13000}{15000}$$

= ٠,٨٧ (أى يوجد إرتباط قوى بين التعليم والعمل)

مثال (٩) :

الجدول التالى يلخص نتائج الدراسة التى قامت بها منظمة الصحة العالمية
بالاسكندرية لمعرفة تأثير إستخدام عقار ما على رفع ضغط الدم لعدد ١٠٠٠
مريض مصابون بانخفاض ضغط الدم .

المجموع	لم يرتفع	إرتفع	ضغط الدم (م) تناول العقار (س)
			إستخدم العقار
٧٢٠	١٧٠	٥٥٠	لم يستخدم العقار
٢٨٠	١٩٠	٩٠	
١٠٠٠	٣٦٠	٦٤٠	المجموع

الحل :

$$= \frac{170 \times 90 - 190 \times 550}{170 \times 90 + 190 \times 550} \quad \text{٢ (ق)}$$

$$= \frac{89200}{119800}$$

= ٠,٧٤ (هناك علاقة متوسطة بين إستخدام العقار وارتفاع
ضغط الدم)

خامساً : العلاقة بين معامل بيرسون للإرتباط (ر) وبين معاملات الانحدار (أ ، م) يهدف كل من الانحدار والإرتباط إلى التعرف على العلاقة بين المتغيرين س ، ص ، فمن المزعوم وجود علاقة بينهما وحيث أن :
أولاً : معامل انحدار ص / س :

$$r = \frac{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} \times \frac{\text{محد س}}{\text{ن}}}{\sqrt{\frac{\text{محد ص}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}}\right)^2}} \times \frac{\sqrt{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد ص}^2}{\text{ن}}}}{\sqrt{\frac{\text{محد س}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد س}^2}{\text{ن}}}} = \frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} \times \frac{\text{ع س}}{\text{ع س}} \dots \dots \dots (١٢)$$

ثانياً ، معامل انحدار س / ص :

$$r = \frac{\frac{\text{محد س}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد س}}{\text{ن}} \times \frac{\text{محد ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\frac{\text{محد س}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{محد س}}{\text{ن}}\right)^2}} \times \frac{\sqrt{\frac{\text{محد س}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد س}^2}{\text{ن}}}}{\sqrt{\frac{\text{محد ص}}{\text{ن}} - \frac{\text{محد ص}^2}{\text{ن}}}} =$$

$$٠.٠ م = ر \times \frac{ع}{ع} (١٣)$$

من العلاقتين (١٢) ، (١٣) السابقين نستنتج وجود علاقة متبادلة بين معامل الارتباط (ر) ومعاملات الانحدار (أ ، م) ويمكن إيجاد أحدهما بمعرفة الآخر حيث أن :

$$\sqrt{\left(\frac{ع}{ع} \times ر \right) \left(\frac{ع}{ع} \times م \right)} = \sqrt{ر}$$

$$ر = (\text{معامل الارتباط})$$

مما تقدم نجد أن :

معامل الارتباط عبارة عن الجذر التربيعي لحاصل ضرب معامل انحدار م/س أي (أ) في معامل انحدار م / س أي (م) أي أن :

$$ر = \sqrt{أ \times م} (١٤)$$

وكذلك :

$$أ = ر \times \frac{ع}{ع} (١٥)$$

ومنها نستنتج :

$$ر = أ \times \frac{ع}{ع}$$

ولأيضا :

$$م = ر \times \frac{ع}{ع} (١٦)$$

ومنها نستنتج :

$$r = m \times \frac{E}{E_s}$$

مثال (١٠) :

من المثالين رقم (١) ، والمثال رقم (٤) فى هذا الفصل إستنتج :

أولاً - معامل الارتباط بمعنوية كل من أ ، م .

ثانياً - معامل الارتباط بمعنوية (أ) فقط .

ثالثاً - معامل الارتباط بمعنوية (م) فقط .

الحل :

أولاً : من حل المثال رقم (١) السابق وجدنا أن $a = 0,78$.

ومن حل المثال رقم (٤) السابق وجدنا أن $m = 1,129$.

ومن العلاقة رقم (١٤) السابقة

$$\begin{aligned} \therefore r &= m \times a \\ 0,00 &= r = 1,129 \times 0,78 \\ &= 0,88 \end{aligned}$$

$= 0,88$ (أى أن العلاقة بين م ، ص متوسطة)

(ب) من حل المثال رقم (١) السابق وجدنا أن $a = 0,78$.

كما أن

$$\begin{aligned} E_s &= \sqrt{\frac{\text{محدس}}{n} - \left(\frac{\text{محدس}}{n} \right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{799}{7} - \left(\frac{97}{7} \right)^2} \end{aligned}$$

$$107,774 - 12,577\sqrt{-}$$

$$60,907\sqrt{-}$$

$$5,090 =$$

ومن المثال رقم (٤) نجد أن :

$$ع م = \sqrt{\frac{\text{محد من}}{ن} - \frac{\text{محد من}}{ن}} =$$

$$= \sqrt{\frac{44}{6} - \frac{416}{6}}$$

$$53,775 - 19,332\sqrt{-}$$

$$10,008\sqrt{-}$$

$$3,944 =$$

ومن العلاقة رقم (١٥) نجد أن

$$ر = ٠.٠ \times \frac{ع م}{ع م} \text{ وبالتعويض مما سبق}$$

$$ر = ٠.٠ \times \frac{53,775}{3,944}$$

$$= ٠.7٨ \times 1,٤٩٢$$

= ٠.٨٨ (وهي نفس النتيجة في أولا للسابقة)

(جـ) من حل المثال رقم (٤) السابق وجدنا أن م = ١,١٢٩ ومن العلاقة رقم (١٦) نجد أن :

$$ر = م \times \frac{ع م}{ع م} \text{ وبالتعويض مما سبق}$$

$$\frac{3,944}{5,95} \times 1,129 = 7.0\%$$

$$0.774 \times 1,129 =$$

$$= 0.88 \text{ (وهي نفس النتيجة في أولا وثلاثها السابقه)}$$

تمارين (٧)

(١) أوجد معادله خط إنحدار $ص/س$ ، ومعادله إنحدار $س/ص$ من بيانات الجدول التالي باستخدام طريقة المربعات الصغرى (باستخدام أكثر من طريقة)

س (عدد ساعات العمل)	١	٢	٤	٥	٦	٧
ص (عدد الوحدات المنتجة)	٧	١٤	٢٤	٣٣	٣٩	٤١

ومنها إستنتج :

أولاً : ص عندما $س = ١٢$ من معادله $ص/س$

ثانياً : س عندما $ص = ٥٦$ من معادله $س/ص$

(٢) أوجد معادله خط إنحدار $س/ص$ للبيانات التالية :

س	٤٠	٥٠	٨٠	٩٠	٧٠	٧٠	٦٠	٦٠	٥٠	٧٠
ص	٩٠	١٠٠	١٢٠	١٢٠	٩٠	١٠٠	٨٠	١٠٠	٩٠	٨٠

(٣) بفرض أن $س$: قيمة ما أتفق في إحدى السنوات (بالآلاف جنيه) على جملة إعلانيه للدعوة إلى تنظيم حجم الأسرة في إحدى المحافظات .

$ص$: عدد المترددات على مراكز تنظيم الأسرة (بالعمات) في تلك المحافظة .

وبفرض أن العلاقة بين $س$ ، $ص$ علاقة خطية كما أن :

$$ص = ٥٥ - ١٦٠ س$$

$$س = ٣٨٥ - ٢٧٢٠ ص$$

، محد من ص = ١٠٤٥ ، ن = ١٠

فأوجد :

أولا : معادلة خط إنحدار ص / س

ثانيا : من المعادلة السابقة أوجد العدد المتوقع لمن سينتربدون على مراكز تنظيم الأسرة بالمحافظة المذكورة في نفس السنة لو أن ما أتفق على الحملة الاعلانية = ٣٠٠ ألف جنيه

(٤) البيانات التالية ثم جمعها خلال ثماني سنوات متتالية من احدى الوحدات الانتاجيه .

٤٥	٣٠	٥٠	٤٠	٣٥	٤٥	١٥	١٠	س	الانتاج (بالاف وحدة)
٦٥	٥٠	٧٥	٦٠	٤٥	٧٠	٤٠	٣٥	ص	التكلفة (بالاف جنيه)

والمطلوب :

(أ) باستخدام طريقة المربعات الصغرى أوجد معادله خط إنحدار ص/س بفرض أنه شبه مستقيم .

(ب) قدر التكلفة المتوقعه عند مستوى انتاج ١٠٠ ألف وحدة .

(٥) فيما يلي جدول يوضح الدخل (س) والأنفاق (ص) بالآلف جنيه لعدد (٧ أسر) - باستخدام طريقه المربعات الصغرى بافتراض أن أنه خط مستقيم .

٢٠	١٥	١٣	١٢	١٢	١٠	٨	س
١٩	١٣	١٠	١٠	١٢	٩	٨	ص

والمطلوب : أولا : تحديد معادله خط لتحذر ص/س

ثانيا : قدر الاتفاق عندما يكون الدخل ٣٥ ألف جنيه سنويا .

ثالثا : تحديد معادله خط إنحدار س/ص .

(٦) كانت قيمة المبيعات لاحدى شركات الحديد والصلب عن الفترة ٨٦ - ١٩٩٥ بملايين الجنيهات .

س	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥
ص	٦٥	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٥	١١٥	٨٠	٦٢٠	١٠٠	١٣٠

والمطلوب :

تحديد معادله خط إنحدار قيمة المبيعات على الزمن ومنه قدر المبيعات خلال عام ١٩٩٨ .

(٧) فيما يلى بيان إجمالى المنفق على ميزانيه الأسرة (س) والاتفاق على المسكن (ص) فى عينة تضم ١٠ أسر باحدى المدن:

س (بالألف جنيه)	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	٥٥	٦٠	٦٥
ص (بالألف جنيه)	١٤	١٥	١٧	١٦	١٨	٢٠	٢١	٢٥	٢٤	٣٠

والمطلوب :

أولا : معامل بيرسون للإرتباط الخطى البسيط بين س و ص (بأكتر من طريقة)
ثانيا : معامل سبيرمان للإرتباط بين س و ص .

(٨) أوجد معامل بيرسون للإرتباط الخطى اذا علمت أن :

$$\text{محد س} = ٦٧٠ \quad \text{محد ص} = ٤٤٩٦٠$$

$$\text{محد ص} = ٢٨٠ \quad \text{محد س} = ٧٨٨٨$$

محس من = ١٨٨٠٢ ، ن = ١٠

(٩) فيما يلي جدول يوضح نسبة البطالة (س) ، وكمية الانتاج بملان الجنيهات (ص) بأحدى المحافظات خلال عشرة سنوات متتالية .

س	Z١٧	Z١٤,٧	Z١١,٧	Z١٠,٣	Z١١,٣	Z١٢,٥	Z٩,٧	Z١٠,٨	Z١٠,٤	Z١٦,١
ص	٧٠٣	٧٢٠	٧٦٧	٨٠١	٧٧٣	٦٥٣	٧٠٩	٧٢٤	٧٢٠	٧٠٣

أوجد :

(أ) معامل بيرسون للارتباط باستخدام الوسطين الحسابين لكل من

س، ص

(ب) معامل سيرمان للارتباط .

(١٠) قامت إحدى الشركات بسحب عينة عشوائية من (٣٠ عاملا) وذلك لمعرفة إنتاج وقوة العلاقة بين الأجر اليومي للعامل بالجنيه (س) ، ومدة خدمته (ص) بالسنوات (بأكثر من طريقة) والجدول التالي يوضح البيانات المسجلة عن هذه العينة بعد وضعها في صورة جدول توزيع تكرارى مزدوج

س \ ص	١ - ٧	٥ -	٣ -	٢ -
٢ -	١	-	٢	٣
٤ -	-	٣	٤	٧
٦ -	٦	٥	-	١١
٨ - ١٠	١	٨	-	٩
المجموع	٨	١٦	٦	٣٠

(١١) فيما يلي جدول تكرارى مزدوج حيث (س) تمثل عمر الرجل المتزوج (س) ، (ص) تمثل ما عنده من الأولاد بين السن ٧ - ١٨ سنة .
والمطلوب : حساب معامل الارتباط لبيرسون بين س ، ص .

(١٢) إحصب معامل الارتباط لبيرسون بين العمر (س) لمجموعة من الأطفال ، وبين أوزانهم (ص) باستخدام الجدول التكرارى المزدوج التالى (بأكثر من طريقه) :

س ص	٥ -	٦ -	٧ -	٨ -	٩ - ١٠	المجموع
١٨ -	-	٢	٥	٢	-	٩
٢٠ -	٣	٣	٦	٤	١	١٧
٢٢ -	٦	٧	١٦	٩	٥	٤٣
٢٤ -	١	٥	٨	٥	٢	٢١
٢٦ - ٢٨	-	٣	٥	٢	-	١٠
المجموع	١٠	٢٠	٤٠	٢٢	٨	١٠٠

(١٣) إحصب معامل الارتباط من التمرين رقم (١) باستخدام العلاقة بين معامل الارتباط ومعاملات الانحدار.

(١٤) إحصب معامل الانحدار الخطى بين س ، ص من المعلومات المتاحة بالتمرين رقم (٨) .

(١٥) إحصب للخطأ المعياري من التمرين رقم (٢) .

(١٦) إحصب معامل الاختزان من البيانات التالية :

المجموع	غير مدخن	مدخن	التدخين
			الإصابة بسرطان الرئة
٦٥٠	٢٥٠	٤٠٠	أصيب
١٥٠	٥٠	١٠٠	لم يصيب
٨٠٠	٣٠٠	٥٠٠	المجموع

الفصل الثامن الأرقام القياسية

INDEX NUMBERS

مقدمة :

يحدث أن تكون هناك ظاهرة أو عدة ظواهر مختلفة فيما بينها ولكن مرتبطة بشكل أو بآخر لتكون مجموعة متجانسة ، ونرغب هنا أن نقيس التغير أو التغيرات التي تطرأ عليها سواء تم قياس ذلك التغير بالنسبة للزمن أم بغيره وليكن من مكان لآخر، هنا يتبادر إلى الذهن لأول وهلة أن القيم المطلقة للتغير أو للاختلاف في قيم الظاهرة أو المتغير خلال فترتين زمنيتين أو أكثر، تعتبر هي المقياس الوحيد والأفضل لقياس هذا التغير، لكننا نود أن نشير هنا إلى خلاف ما سبق، ذلك أن التغير المطلق لا يعتبر مقياساً علمياً دقيقاً في مثل هذه الحالات، بل يستحيل استخدامه إذا ما اختلفت نوعية وحدات القياس (التمييز) بين ظاهرتين أو أكثر فمثلاً :

١ - إذا ارتفع سعر الوحدة من سلعة (أ) من ٢٠ جنيهاً إلى ٢٥ جنيهاً خلال فترة زمنية محددة ولتكن سنة، بينما ارتفع سعر الوحدة من سلعة أخرى (ب) من ٥٠٠ جنيهاً إلى ٥٥٠ جنيهاً خلال نفس الفترة الزمنية، ففي مثل هذه الحالة يكون التغير المطلق في سعر السلعة (أ) = ٢٥ - ٢٠ = ٥ جنيهات، والتغير المطلق في سعر السلعة (ب) ٥٥٠ - ٥٠٠ = ٥٠ جنيهاً فإن قيمة التغير المطلق في سعر السلعة الأولى (أ) أقل بكثير من قيمة التغير المطلق في السلعة (ب) حيث بلغ هذا التغير في السلعة

(ب) عشرة أضعاف نفس التغير في السلعة (أ) .

٢ - أيضاً إذا أردنا مقارنة التغير في عدد الطلاب بمؤسسة تعليمية في فترة ما ، بالتغير في قيمة الرسوم المحصلة لنفس المؤسسة خلال نفس الفترة، فإن المقارنة على أساس قيم مطلقة في مثل هذه الحالة لن يكون له دلالة أو معنى وذلك لإختلاف نوعية وحدات القياس في الحالتين السابقتين (طالب ، وجنيه أو دولار مثلاً) .

لكه إذا ما أخذنا بالتغير النسبي في الحالات السابقة فلنأخذ مثلاً في الحالة (١) .

$$\text{التغير النسبي في أسعار السلعة (أ)} = \frac{50}{100} \times 100 = 50\%$$

$$\text{التغير النسبي في أسعار السلعة (ب)} = \frac{50}{100} \times 100 = 50\%$$

ومنه نستنتج أن التغير النسبي في أسعار السلعة (أ) - ٥٠٪ - أكبر من التغير النسبي في أسعار السلعة (ب) - ١٠٪ - أي أن التغير النسبي في أسعار السلعة (أ) أكبر من التغير النسبي في أسعار السلعة (ب) لأن $50\% > 10\%$ - والنتيجة السابقة هي عكس النتيجة في حالة المقارنة على أساس التغير المطلق السابق .

وأيضاً يمكننا مقارنة التغير النسبي في عدد الطلاب ، بالتغير النسبي في قيمة الرسوم المحصلة ، وذلك لإنعدام وجود وحدات تميز في حالة استخدام التغير النسبي ، ومن ثم تكون للمقارنة في الحالة الأخيرة وفقاً للقياس النسبي معنى ودلالة واضحة ودقيقة .

من كل ما سبق يتضح لنا أن الأخذ بالتغير النسبي في حالة مقارنة قيم ظاهرة أو متغير أو أكثر بالنسبة للزمن سواء أكانت هذه الظواهر أو المتغيرات ذات وحدات قياس واحدة أو ذات وحدات قياس مختلفة يعتبر معياراً أجدى وأدق للدلالة على مدى التغير في الظاهرة (أو المتغير) أو الظواهر بالنسبة للزمن وأيضاً مدى تغيرها من مكان لآخر.

ويطلق على مقياس التغير النسبي لظاهرة ما أو لمجموعة من الظواهر بالنسبة للزمن أو المكان « بالرقم القياسي » . فالرقم القياسي هو مؤشر ينشأ لبيان وقياس التغير أو التغيرات النسبية التي تطرأ على ظاهرة أو متغير ما أو في مجموعة من الظواهر المعينة بالنسبة لأساس محدد - قد يكون الزمان أو المكان - ومعنى آخر هو مقياس إحصائي يستخدم للتعبير عن المستوى العام في رقم أو متغير أو مجموعة من المتغيرات بالنسبة للزمن، أو بالنسبة لمنطقة جغرافية إلى أخرى وعليه تعتبر الأرقام القياسية أساساً علمياً سليماً لقياس التغيرات في نواحي أو ظواهر متعددة سواء أكانت ظواهر اقتصادية أو اجتماعية أو تربية ... الخ، ومن هنا استخدمت الأرقام القياسية كأداة علمية سليمة ومفيدة في الأبحاث الاقتصادية والأبحاث الاجتماعية والتربية، كما تعددت الأرقام القياسية فالنسبة للأرقام القياسية لأسعار السلع هناك الأرقام القياسية لأسعار الجملة والأرقام القياسية لأسعار التجزئة وبالنسبة للأرقام القياسية لكميات السلع هناك الأرقام القياسية للسلع المنتجة أو المستهلكة أو المصدرة أو المستوردة من ناحية هذا بجانب الأرقام القياسية للأجور، والبطالة، والنشاط الصناعي والزراعي والتجاري بالإضافة إلى الأرقام القياسية لمستوى المعيشة ونفقتها، والأرقام القياسية المستخدمة في قياس الفقر النسبي، أو قياس الثراء النسبي في دولة أو منطقة ما أو لتغير

ذلك من الظواهر الاجتماعية الأخرى أو الظواهر التربوية كقياس التغير في درجات الذكاء بين مجموعات مختلفة من التلاميذ أو بين مجموعة محددة من التلاميذ قبل وبعد تطبيق منهاج دراسي محدد ... الخ .

وهناك فوائد وتطبيقات عملية عديدة للأرقام القياسية السابقة باعتبارها أداة علمية نافعة في نواحي متعددة - قياسية وتخطيطية ^(٥) من أهمها :

١ - تستخدم الأرقام القياسية للأسعار - تجزئة أو جملة - خلال فترة زمنية محددة لإكتشاف سبب أو أسباب التغير في هذه الأسعار وأثرها على النشاط الإقتصادى تهيئاً لإتخاذ الإجراءات المناسبة للتحكم فيه . حيث أنه بدون تحديد المستوى العلم للأسعار لا نستطيع دراسة الحالة العامة للسوق ومن ثم تأثيرهما في الحالة الإقتصادية لأي دولة أو لأي منطقة .

٢ - تستخدم الأرقام القياسية للإنتاج بصفة عامة ، وللإنتاج الصناعى . والإنتاج الزراعى ، وللتجارة الداخلية وللتجارة الخارجية ، وللمخزون ... الخ كأداة علمية تخطيطية (تنبؤية) فى أي دولة (ومن ثم للتعرف على الاتجاه العام والتغيرات الموسمية) وبالتالي إتخاذ إجراءات تنظيمية فى كل قطاع وفقاً للأساس السليق سواء فى المستقبل القريب أو البعيد .

٣ - إن التعرف الصحيح والدقيق للأحوال الإقتصادية لأى وحدة سياسية أو إقتصادية - دولة ما أو منطقة ما أو مؤسسة ما - لا يتأتى إلا بإستخدام بعض الأرقام القياسية للأسعار بمقارنتها بالأرقام القياسية

(٥) بعد إتخاذ بعض الاحصائيات الاحصائية .

للإنتاج على سبيل المثال، أو بأي أرقام قياسية أخرى، وذلك للمساهمة في نواحي تخطيطية وتنظيمية في كل منها.

٤ - إن توافر الأرقام القياسية للمشتغلين بصفة عامة، وفي كل ناحية من نواحي النشاط سواء أكانت صناعية أو على زراعية أو تجارية أو خدمية على حدة، وكذلك الأرقام القياسية للبطالة بصفة عامة وفي كل ناحية من نواحي النشاط الاقتصادى والخدمى السابقة على حدة، سواء تم ما سبق على مستوى الدولة أو على مستوى مناطق جغرافية محددة سوف تقدم مساعدات هامة وفعالة على المستويات التخطيطية والتنفيذية والبحثية في أية دولة في السابق الإشارة إليها عالية المجالات.

٥ - تعتبر الأرقام القياسية أداة علمية هامة تقيد رجال الأعمال عند اتخاذ قرارات الزيادة في أجور عمالهم عند زيادة إنتاجية هؤلاء العمال، بما يعمل على تحقيق المصالح الخاصة لكل من العمال ورجال الأعمال بجانب المصلحة العامة للدولة ككل.

٦ - تتخذ بعض الأرقام القياسية كحجة هامة للنقابات العمالية - خصوصاً في الدول الرأسمالية - عند ربطهم بين زيادة أجور أعضاء نقاباتهم بالزيادة في الرقم القياسى لنفقة المعيشة، وذلك محافظة على المستوى المعيشى لأفراد نقاباتهم، كما تحاول بعض الدول - خصوصاً الدول المتقدمة إقتصادياً - ربط مستويات الأجور للعاملين به بالمستوى العام لنفقة المعيشة بالدولة حفاظاً على نفس الغرض السابق.

٧ - تعتبر الأرقام القياسية أداة نافعة لقياس التغير في مستوى معيشة

مجموعة محددة من الأفراد - سواء لفئة سكانية أو لفئة عمالية - بقياس القوة الشرائية للنقد وذلك عن طريق قسمة كل من الرقم القياسي لدخلهم النقدي ÷ الرقم القياسي لنفقة المعيشة في نفس الفترة ، بهدف الحصول على الرقم القياسي للدخل أو الأجر الحقيقي ^(٥) ، والأخير يوضح مدى التغير في مستوى معيشة هذه المجموعة من الأفراد ، وبالتالي مساعدة المسؤولين على اتخاذ قرارات عادلة وفعالة تجاه هذه المجموعة من الأفراد من حيث نوع ومدى المساعدات الممكن تقديمها لهذه المجموعة عندما تدعو الحالة إلى ذلك من ناحية ، ومن ناحية أخرى بتحديد نوع ومدى الاستقطاعات النقدية الواجب تحميل أفراد هذه المجموعة به في صورة رسوم أو ضرائب إذا دعت الحالة إلى ذلك أيضاً . فمثلاً إذا كانت هناك مجموعة محددة من الأفراد ، بلغ متوسط الدخل الإسمي للفرد الواحد منها ، (٥٠٠٠ جنيه عام ١٩٨٥) ثم ارتفع نفس الدخل إلى ٨٠٠٠ جنيه حتى عام ١٩٩٥ ، وخلال نفس الفترة (٨٥ - ١٩٩٥) ارتفع الرقم القياسي لنفقة المعيشة من ١٠٠٪ إلى ١٣٠٪ ، في مثل هذه الحالة يكون الدخل الإسمي قد ارتفع بقيمة (٨٠٠٠ - ٥٠٠٠ = ٣٠٠٠ جنيه) أى بما يعادل ٦٠٪ من الدخل الإسمي عام ١٩٨٥ .

(٥) عادة يستخدم الرقم القياسي لنفقة المعيشة في قياس الدخل الحقيقي (القوة الشرائية للنقد) وهو ما يستطيع أن يشتره هذا الدخل من سلع وخدمات أخذاً في الاعتبار أسعار تلك السلع والخدمات

$$\frac{\text{الدخل الإسمي}}{\text{الرقم القياسي لنفقة المعيشة}} = \frac{\text{الدخل الحقيقي (القوة الشرائية للنقد)}}{\text{عدد نقطة معينة}} \times ١٠٠$$

لكن فى مثل هذه الحالة أيضاً يمكننا القول أن (للدخل الحقيقى أو

القوة الشرائية وهو = $\frac{\text{الدخل الاسمى}}{\text{الرقم القياسى لنفقة المعيشة}} \times 100$) قد إرتفع

خلال نفس الفترة من $(100 \times \frac{5000}{100} = 5000)$ جنيه عام ١٩٨٥ إلى

$$(100 \times \frac{8000}{130} = 6153,85) \text{ جنيه فقط}$$

وما سبق يعنى أن الزيادة الاسمية فى الدخل وقدرها ٣٠٠٠ جنيه

قادرة على شراء سلع وخدمات بقيمة $(6153,85 - 5000) = 1153,85$

جنيه فقط أى لا تكفى نسبة الزيادة فى الدخل الحقيقى $\times \frac{1153,85}{6153,85}$

$100 = 18,7\%$ فقط من الزيادة فى الدخل الاسمى بسبب التغير فى أسعار السلع والخدمات الداخلة فى تركيب الرقم القياسى لنفقة المعيشة.

وعليه للحفاظ على المستوى المعيشى لأفراد هذه المجموعة يجب

زيادة متوسط الدخل الاسمى لهم عما هو عليه عام ١٩٩٥ (8000 جنيه) بغرض الحفاظ على ثبات نفقة المعيشة على ما هى عليه عام ١٩٩٥ .

والعكس صحيح إذا إرتفعت نسبة الزيادة فى الدخل الحقيقى عن 30%

مع ثبات نسبة التغير فى نفقة المعيشة عند 30% ، هنا يجب فرض ضرائب ورسوم على أفراد هذه المجموعة من الأشخاص حفاظاً على ثبات المستوى المعيشى مع باقى الفئات الأخرى.

من كل ما سبق يتضح لنا أن الأرقام القياسية تعطى صورة دقيقة فى

كافة الأحوال والتطبيقات، وذلك على عكس ما تعطيه الأرقام المجردة أو المطلقة.

كما نود أن نشير هنا أن استخدام الأرقام القياسية كأساس للمقارنة النسبية ليس قاصراً دائماً على مقارنة التغير على ظاهرة ما زمانياً أو مكانياً، بل يمكن أن تتم المقارنة المشار إليها بين ظاهرتين أو أكثر مختلفين، فطى سبيل المثال يمكن المقارنة بين التغيرات فى أسعار سلعة ما والتغيرات فى الكميات المستهلكة منها، أيضاً يمكن المقارنة بين التغيرات فى نفقة المعيشة ومستويات الأجور فى منطقة ما، أو بين عدة مناطق مختلفة، ونفس الأمر بين التغيرات فى القيمة المضافة فى قطاع محدد، والتغيرات فى عدد المشتغلين فى نفس القطاع ... وهكذا.

تركيب الأرقام القياسية :

لإمكان تركيب رقم قياسى - لظاهرة ما أو لعدة ظواهر - فإن الأمر يتطلب التفرقة بين:

أولاً: الأرقام القياسية الزمانية :

هنا يتطلب الأمر تحديد فترة أساس للظاهرة أو الظواهر موضوع القياس وليكن سنة أو عام (١٩٨٠) مثلاً يطلق عليها سنة الأساس باعتبارها سنة عادية - لحدوث مثل هذه الظاهرة - أى أنها سنة لم يحدث خلالها أمر شاذ يؤثر على قيمة هذه الظاهرة فى هذه السنة سواء أكان أمراً إقتصادياً أو اجتماعياً أو سياسياً ومعنى آخر أنه يجب أن تكون فترة (سنة) الأساس فترة استقرار من جميع النواحي حتى لا يتأثر الرقم القياسى بأى تأثيرات جانبية كأن تكون سنة ثورة أو اضطرابات سياسية أو فترة رواج أو فترة اضطرابات مناخية حتى لا تكون المقارنة بها غير ذات جدوى فعلية،

كما يتطلب الأمر أيضاً تحديد فترة (أو سنة) مقارنة للظاهرة أو للظواهر موضوع القياس، ولكن سنة أخرى لاحقة لسنة الأساس السابق - ١٩٨٠ - يطلق عليها فترة أو سنة للمقارنة حيث أن.

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{قيمة الظاهرة أو الظواهر في فترة (سنة) المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة أو الظواهر في فترة (سنة) الأساس}} \times 100$$

ثانياً : الأرقام القياسية المكانية :

حيث يستلزم الأمر أيضاً تحديد مكان الأساس للظاهرة أو للظواهر موضوع القياس - ولكن منطقة جغرافية أو بلد محدد - يطلق عليه مكان الأساس، ولكن مدينة لندن عام ١٩٩٥ باعتبارها مكاناً يتمتع بأهمية خاصة من حيث إستمرارية تداول السلعة باعتبارها سوقاً دولية أو بورصة عالمية للظاهرة أو الظواهر موضوع القياس.

كما يستلزم الأمر أيضاً تحديد مكان المقارنة ولكن منطقة أخرى كمدينة الاسكندرية في نفس العام - ١٩٩٥ - يطلق عليها مكان المقارنة حيث أن :

$$\text{الرقم القياسي للظاهرة} = \frac{\text{قيمة الظاهرة أو الظواهر في مكان المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة أو الظواهر في مكان الأساس}} \times 100$$

أى أن الرقم القياسى زمانياً أو مكانياً

$$= \frac{\text{قيمة الظاهرة أو الظواهر فى نقطة المقارنة}}{\text{قيمة الظاهرة أو الظواهر فى نقطة الأساس}} \times 100$$

وإن كنا فى هذا الفصل ستقتصر دراستنا على تركيب الأرقام القياسية للأسعار والكميات.

علماً بأن الطرق المستعملة فى دراسة ظاهرة الأسعار تنطبق على الظواهر الأخرى كالإنتاج والأجور والمعاملات... الخ، مع تغيير بسيط من ناحية الرموز المستخدمة والعوامل الداخلة فى تركيب الرقم القياسى.

ثانياً: الأرقام القياسية للأسعار:

١ - مقدمة : وتشير هذه الأرقام إلى التغيرات التى تحدث فى السعر أو الأسعار فى دائرة جغرافية محددة خلال فترات زمنية مختلفة - الأرقام القياسية الزمانية للأسعار - أو التغيرات فى السعر أو الأسعار فى فترة زمنية محددة بالنسبة لمناطق جغرافية مختلفة - الأرقام القياسية المكانية للأسعار - سواء أكانت أرقام قياسية لأسعار سلع ضرورية أو لأسعار سلع كمالية من ناحية أو لأسعار الجملة أو لأسعار المستهلكين (القطاعى أو المفرق) من ناحية أخرى أو لأسعار سلع صناعية أو سلع زراعية... الخ من ناحية ثالثة، ذلك أن أسعار السلع - أيا كانت معروف أنها تتغير من زمان إلى زمان أو من مكان إلى مكان، ولقياس التغير الذى يطرأ على الأسعار للسلع السابقة، نستخدم الأرقام القياسية للأسعار - زمانياً أو مكانياً - وذلك بتحديد كل من سعر السلعة - لوحدته معينة فى نقطة زمانية أو نقطة

مكانية يتم إختيارها - يراعى عند إختيارها الشروط السابق الإشارة إليها عند إختيار فترة أو مكان الأساس - ونسبتها إلى سعر نفس السلعة - لنفس الوحدة المحددة أيضاً فيما سبق - لنفس الوحدة المحددة أيضاً فيما سبق - عند النقطة الزمانية أو المكانية التي يراد قياس التغير أو المقارنة عندها، ويطلق عليها « نقطة المقارنة » ، حيث أن :

$$\text{الرقم القياسي للأسعار} = \frac{\text{سعر السلعة أو أسعار السلع عند نقطة المقارنة}}{\text{سعر السلعة أو أسعار السلع عند نقطة الأساس}} \times 100$$

٢ - الرموز المستخدمة :

سنرمز إلى السعر بالرمز (ع) وللتفرقة بين :

- السعر (ع) في نقطة الأساس - سواء أكانت زمانية أو مكانية سنستخدم الدليل صفر (٠) أسفل الحرف ع أى (ع.٠).

- السعر (ع) في نقطة المقارنة سنستخدم للدليل واحد (١) أسفل الحرف ع أى (ع.١) :

- السعر عند نقطة الأساس سنرمز له بالرمز (ع) ، والسعر عند نقطة المقارنة سنرمز له بالرمز (ع.١).

كما سنرمز إلى الكمية بالرمز (ك) وعلى نفس الأساس السابق يمكن التفرقة بين الكميات في نقطة الأساس ونقطة المقارنة، حيث تشير (ك) إلى الكمية عند نقطة الأساس، (ك.١) تشير إلى الكمية عند نقطة المقارنة.

كما سنرمز إلى القيمة (الكمية × السعر) بالحرف (ق) وستشير (ق) إلى القيمة في نقطة الأساس، (ق.١) إلى القيمة في نقطة المقارنة.

وعليه فإنه يمكن تلخيص الرموز المستخدمة من حيث السعر والكمية والقيمة في كل من نقطة الأساس ونقطة المقارنة كما يلي :

البيان الرمز في نقطة الأساس الرمز في نقطة المقارنة

السعر (ع)	ع.	ع.
للكمية (ك)	ك.	ك.
القيمة (ق)	ق.	ق.

فإذا نطلب الأمر تركيب رقم قياسي للسعر أو للكمية أو للقيمة لعدة سلع مختلفة فإننا للتفرقة بين الأرقام القياسية للأسعار أو الأرقام القياسية للكميات أو الأرقام القياسية للقيم لمثل هذه السلع المختلفة سوف يكون الدليل أسفل ع أو ك أو ق مزدوجاً أى مكوناً من رقمين متجاورين حيث يشير الرقم الأول إلى نقطة الأساس أو المقارنة بينما يشير الرقم الثانى إلى ترتيب السلعة، فمثلاً إذا كان لدينا عدة سلع (ثلاثة مثلاً) مسجدة عند تركيب الرقم القياسي لكل هذه السلع:

السلعة الأولى السلعة الثانية السلعة الثالثة

الأسعار في نقطة الأساس:	ع.	ع.	ع.
الأسعار في نقطة المقارنة:	ع.	ع.	ع.
الكميات في نقطة الأساس:	ك.	ك.	ك.
الكميات في نقطة المقارنة:	ك.	ك.	ك.
الأسعار في نقطة الأساس:	ق.	ق.	ق.
الأسعار في نقطة المقارنة:	ق.	ق.	ق.

ومن ثم تكون أبسط صيغة للأرقام القياسية للأسعار هي :

أولاً : منسوب السعر (The price Relating) :

ويقصد به إظهار سعر سلعة واحدة معينة في فترة المقارنة
(Current orgiven Period) منسوباً إلى نفس السلعة في فترة الأساس (Base
Period) نجر عنه كما يلي :

$$\text{منسوب السعر للسلعة} = \frac{\text{السعر في فترة المقارنة}}{\text{إلى السعر في فترة الأساس}} \times 100 \dots (1)$$

$$\text{أى منسوب السعر} = \frac{ع}{ع} \times 100$$

$$\text{وعليه فإن منسوب الكمية} = \frac{ق}{ق} \times 100$$

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{ق.ا}{ق.ا} \times 100$$

٢- طرق حساب الأرقام القياسية المختلفة لمجموعة من السلع :

هناك طريقتان لتكوين الأرقام القياسية لمجموعة من السلع .

أولهما : تتعامل مع أسعار - أو كميات أو قيم - السلع مباشرة ويطلق
عليها الأرقام القياسية التجميعية .

ثانيهما : تتعامل مع مناسيب الأسعار أو الكميات أو قيم هذه السلع ويطلق
عليها الأرقام القياسية المتوسطة .

وستتناول الأسس التي يمكن أن يبنى عليها تركيب أرقام قياسية للأسعار.
ثانياً : الأرقام القياسية التجميعية (Aggregative tupe) التي تتعامل مع
أسعار أو كميات أو قيم السلع مباشرة.

(أ) الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:

ولتركيب هذا الرقم يتم قسمة مجموع حاصل جمع أسعار المقارنة
لمجموعة السلع الداخلة في تركيب هذا الرقم على مجموع حاصل جمع
أسعار الأساس لنفس السلع بدون مفاضلة أو ترجيح سلعة على سلعة أخرى،
أى باعتبار أن الأهميات النسبية لمجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم
القياسي متعادلة، وعليه فإذا كانت هناك (ن) من السلع الداخلة في تركيب
رقم قياسي تجميعي بسيط للأسعار فإن:

الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار لمجموعة هذه السلع

$$= 100 \times \frac{11ع + 21ع + 31ع + 400 + 1ع}{10ع + 20ع + 30ع + 400 + 1ع}$$

$$\text{أى} = \frac{\text{معد} 1ع}{\text{معد} 10ع} \times 100 \dots \dots \dots (2)$$

مثال (١) إذا علم لديك أسعار السلع والخدمات التالية في سنتي ١٩٩٥،
١٩٩٩ (بالقرش).

جدول رقم (١)

البيان	السلعة (١)	السلعة (٢)	السلعة (٣)	السلعة (٤)	السلعة (٥)	
الفيز	اللبن	اللحم	الخضار الطيبى	تفكرة الطائفة (مطبوخ)	تفكرة	المجموع
الزيت	لبن	الكيلوجرام	لبن المكعب	التفكرة	التفكرة	المجموع
٢	١٠٠	١٥٠٠	٦٠	٣٠٠٠	٤٦٦٢	
٥	١٦٠	٢٠٠٠	٨٧	٦٠٠٠	٨٢٥٢	

والمطلوب حساب الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار لمجموعة السلع والخدمات السابقة.

الحل :

$$\text{الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار} = \frac{\text{م.ع.}}{\text{م.ع.}} \times 100$$

$$100 \times \frac{6000 + 87 + 2000 + 160 + 5}{3000 + 60 + 1500 + 100 + 2} =$$

$$= 100 \times \frac{8252}{4662} = 177 \text{ (حيث نقطة الأساس = } 100 \text{)}$$

وذلك يعنى أن المتوسط العام للأسعار لمجموعة السلع الداخلة فى تركيب الرقم القياسى قد ارتفعت فى نقطة المقارنة (عام ١٩٩٩) عنه فى نقطة الأساس (عام ١٩٩٥) بنسبة قدرها ٧٧٪ أو بمعنى آخر أن المستوى العام للأسعار فى نقطة المقارنة (١٩٩٩) بلغ ١٧٧٪ بالمقارنة بأسعار مجموعة نفس السلع فى نقطة الأساس (١٩٩٥) والبالغة ١٠٠٪ وأهم ما يلاحظ على الرقم القياسى التجميعى البسيط السابق ما يلى :

- أنه من أسهل الأرقام القياسية عملاً وتركيباً حيث تعتمد الفكرة التى يقوم عليها فى أننا ننسب مجموعة أسعار مكونات السلع الداخلة فى تركيبه فى نقطة المقارنة إلى مجموعة أسعار نفس السلع فى نقطة الأساس (كما سبق فى حل المثال السابق) ، وأن كانت بسيطة هذا الرقم وسهولته ميزة فإنهما يعتبراً عيباً يؤخذ عليه للآتى :

أن هذا الرقم يقيس لنا التغير فى التكلفة المجمعة لشراء وحدة واحدة من مجموعة السلع الداخلة فى تركيبه بوحدات قياس كل سلعة منها والتى هى أساس التسعير لكل منها أو بمعنى آخر التكلفة المجمعة لشراء كل من رغيف خبز واحد، ولتر واحد من اللبن، وكيلو من اللحم ، ومتر مكعب من الغاز الطبيعى، وتذكرة طيران واحدة محلية، وعليه فلو تغيرت وحدات القياس التسعيرية فى المثال رقم (١) السابق بالنسبة للخبز إلى طاولة خبز وتساوى (٥ أرغفة) بدلاً من الرغيف، وتذكرة الطائرة الواحدة إلى تذكرتين وتكثبت وحدات السلع الأخرى على ما عليه فى المثال رقم (١) فإن :

الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار فى هذه الحالة أى بعد

$$\text{التعديل الأول} = 100 \times \frac{14272}{7170} = 198.9\%$$

مما سبق يتضح لنا أن طريقة حساب هذا الرقم القياسى تعتمد اعتماداً كبيراً على وحدات القياس التى يتم على أساسها التسعير، ذلك أنه عندما حدثت تغيرات فى وحدات القياس التسعيرية لسلعتين فقط إرتفع متوسط التغير فى المستوى العام لأسعار إلى ٨٦٪ فى الحالة الثانية بدلاً من الحالة الأولى (مثال ١) ولزيادة إيضاح العيب السابق إذا تغيرت وحدة القياس بالنسبة للسلعة (٣) من كيلو لحم واحد إلى خمسة كيلو جرامات من اللحم وأيضاً إذا تغيرت وحدات القياس بالنسبة للسلعة رقم (٤) من متر مكعب واحد من الغاز الطبيعى إلى (خمسة أمتار مكعبة) وبقيت وحدات القياس التسعيرية الأخرى على ما هى عليه كما فى المثال رقم (١) فإن:

الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار فى هذا الحالة

$$(أى بعد التعديل الأخير) = \frac{١٦٦٠٠}{١٠٩٠٢} \times ١٠٠ = ١٥٢\%$$

وهذا يعنى أن متوسطا التغير فى المستوى العام للأسعار - بعد تغيير وحدات القياس التسعيرية لسلعتين فقط هما السلعتين رقمى (٣، ٤) فى الحالة الأخيرة إنخفضت زيادته من ٧٧٪ إلى ٥٢٪ فقط.

٣ - إن الرقم التجميعى البسيط للأسعار يعامل كافة السلع الداخلة فى تركيبة معاملة واحدة دون تمييز لحددهما عن الأخرى بما يتناسب مع أهميتها سواء أكانت سلعة ضرورية أو كما ليه ، وبمعنى آخر أن هذا الرقم لا يأخذ فى الاعتبار الأهمية النسبية للسلعة سواء فى نقطة المقارنة أو فى نقطة الأساس.

٤ - فضلاً عن اختلاف الوحدات القياسية المستعملة فى تسعير السلع المختلفة الداخلة فى تركيب هذا الرقم القياسى وما ينشأ عنه من تكبير

أو تصغير لكل من (ع)، (ع). يعطى بعض السلع أهمية مفتعلة وليست حقيقية، فمثلاً إذا كانت ع. لرغيف الخبز = (٢ قرش) فى حين كانت ع. (٣٠٠٠ قرش) لتذكرة الطائرة المحلية نجد أن ع. لرغيف الخبز صغيرة جداً بالنسبة إلى ع. لتذكرة الطائرة وبذلك نعطي لسعر تذكرة الطائرة وتغيراته وزناً وأهمية أكبر من سعر الخبز الذى فى الحقيقة أولى بهذه الأهمية.

من كل ما تقدم يتضح أن مجمل عيوب هذا الرقم القياسى تفوق ما يتميز به من السهولة والبساطة فى عمله وتركيبه، لذا كان يجب البحث عن رقم قياسى تجميعى آخر يقضى على بعض أو كل العيوب فى الرقم القياسى السابق.

(ب) الأرقام القياسية التجميعية المرجحة: (Weighed Aggregate)
وتقوم هذه الأرقام على الأخذ فى إعتبارها الأهمية النسبية لكل سلعة، وبالطبع لا يأتى ما سبق إلا بترجيح السلعة ذات الأهمية الأكبر بوزن يتناسب مع أهميتها لذا يتطلب الأمر هنا البحث عن معيار معقول يعطى وزناً حقيقياً للأهمية النسبية لكل سلعة تدخل فى تركيب الرقم القياسى التجميعى البسيط، وبعد الدراسة والتحليل وجد أن أهم وأفضل الأوزان الترجيحية المناسبة لكل سلعة هو الكميات سواء أكانت كمياته المستهلكة أو كمياته المنتجة أو كمياته المشتراة على حسب الغرض من تركيب الرقم القياسى .

والسؤال هنا إذا ما تم أخذ معيار الكمية كأساس علمى صحيح ودقيق للترجيح، فهل نستخدم الكميات المتداولة فى نقطة الأساس أم الكميات المتداولة فى نقطة المقارنة لإجراء الترجيح وعلى ذلك فإنه يمكننا أن نحصل على صيغتين لتركيب الرقم القياسى التجميعى المرجح هما:

١ - الرقم القياسى التجميعى المرجح بكميات نقطة الأساس (الرقم

القياسي للاسبير) . وهنا سيتم ترجيح أسعار كل سلعة بالكميات المستهلكة أو المشتراه في نقطة الأساس في كل من البسط والمقام ويفرض أنه :

كان هناك (ن) من السلع المختلفة مثلاً وهي :

الساعة (١) الساعة (٢) الساعة (٢) الساعة (ن)

١- السعر في نقطة الأساس للوحدة (ع) ع_١ ، ع_٢ ، ع_٣ ، ع_ن

٢- السعر في نقطة المقارنة (ع) ع_١ ، ع_٢ ، ع_٣ ، ع_ن

٣- الكميات المتداولة في نقطة الأساس (ك) ك_١ ، ك_٢ ، ك_٣ ، ك_ن

فإن : الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات نقطة الأساس
(رقم لاسبير للأسعار)

$$= \frac{\text{ع}_{١} \times \text{ك}_{١} + \text{ع}_{٢} \times \text{ك}_{٢} + \text{ع}_{٣} \times \text{ك}_{٣} + \dots + \text{ع}_{\text{ن}} \times \text{ك}_{\text{ن}}}{\text{ع}_{١} \times \text{ك}_{١} + \text{ع}_{٢} \times \text{ك}_{٢} + \text{ع}_{٣} \times \text{ك}_{٣} + \dots + \text{ع}_{\text{ن}} \times \text{ك}_{\text{ن}}}$$

$$= \frac{\text{م.ع.} \times ١٠٠}{\text{م.ع.}}$$

(٢)

والرقم القياسي للاسبير يفترض ثبات أنواق المستهلكين ، أي أنهم يستمرون في استهلاك نفس كميات السلع بصرف النظر عن ارتفاع أو انخفاض أسعارها ، في حين أنه وفقاً للواقع العملي سيكون هناك تحول إلى السلع التي إنخفضت أسعارها بفرض ثبات المواصفات - وذلك يعنى أن

صيغة لاسيبر السابقة متحيزة إلى أعلى ذلك لأن النفقات اللازمة للحصول على نفس الكميات تكون أعلى من النفقات اللازمة للحصول على نفس درجة المنفعة .
مثال (٢) :

جدول رقم (٢)

البيان	السلة (١) (الخبز)	السلة (٢) (اللبن)	السلة (٣) (اللحم)	السلة (٤) (التفاح والبرتقال)	السلة (٥) (التفاح والبرتقال)	المجموع
الوحدة التي يتم على أساسها التمييز	الرغيف	اللتر	كيلوجرام	كيلو الغرام	التفاحة	
المسح بالتفاح عام ١٩٩٥ (ج)	٢	١٠٠	١٥٠٠	٦٠	٣٠٠٠	—
المسح بالتفاح عام ١٩٩٩ (ج)	٥	١٦٠	٢٠٠٠	٨٧	٦٠٠٠	—
الكمية المستهلكة لأسرة متوسطة الحد عام (١٩٩٥) (د)	٧٣٠٠	٧٣٠	٣٦٥	١٢٠	٤	٨٥١٩
الكمية المستهلكة للأسرة عام (١٩٩٩) (د)	٨٠٠٠	٩٠٠	٤٨٠	١٥٠	٦	٩٥٣٦

الحل :

∴ الرقم القياسى للأسعار المرجح بكميات نقطة الأساس (لاسيير)

(Laspeyre 's Price Index)

$$100 \times \frac{\begin{matrix} ع & ك & ع & ك & ع & ك & ع & ك & ع & ك \\ ١١ & ١٠ & ٢١ & ٢٠ & ٣١ & ٣٠ & ٤١ & ٤٠ & ٥١ & ٥٠ \end{matrix} \times \begin{matrix} ع & ك \\ ١١ & ١٠ \end{matrix}}{\begin{matrix} ع & ك & ع & ك & ع & ك & ع & ك \\ ١٠ & ١٠ & ٢٠ & ٢٠ & ٣٠ & ٣٠ & ٤٠ & ٤٠ \end{matrix} \times \begin{matrix} ع & ك \\ ١٠ & ١٠ \end{matrix}}$$

$$100 \times \frac{٤ \times ٦٠٠٠ + ١٢٠ \times ٨٧ + ٣٦٥ \times ٢٠٠٠ + ٧٣٠ \times ١٦٠ + ٧٣٠ \times ٥}{٤ \times ٣٠٠٠ + ١٢٠ \times ٦٠ + ٣٦٥ \times ١٥٠٠ + ٧٣٠ \times ١٠٠ + ٧٣٠ \times ٢}$$

$$100 \times \frac{٢٤٠٠٠ + ١٠٤٤٠ + ٧٣٠٠٠٠ + ١١٦٨٠٠ + ٣٦٥٠٠}{١٢٠٠٠ + ٧٢٠٠ + ٥٤٧٥٠٠ + ٧٣٠٠٠ + ١٤٦٠٠}$$

$$100 \times \frac{٩١٧٧٤٠}{٦٥٤٣٠٠}$$

$$= ١٤٠,٣ \%$$

وذلك يعنى حدوث زيادة فى أسعار السلع والخدمات بنسبة ٤٠,٣ %
عام ١٩٩٩ عنه فى عام ١٩٩٥ .

٢ - الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات نقطة المقارنة (الرقم

القياسي لباشي للأسعار) (Paasche' price Index

وهنا سيتم ترجيح أسعار كل سلعة بالكميات المستهلكة أو المشتراه في نقطة المقارنة في كل من البسط والمقام أيضاً :

ويفرض أن هناك (ن) من السلع المختلفة وهي:

السلمة (١) السلمة (٢) السلمة (٣) السلمة (ن)

١ - السعر في نقطة الأساس للوحدة (ع) $\begin{matrix} ١٠ع & ٢٠ع & ٣٠ع & ٤٠ع & ٥٠ع \end{matrix}$ ان

٢ - السعر في نقطة المقارنة (ع) $\begin{matrix} ١١ع & ٢١ع & ٣١ع & ٤١ع & ٥١ع \end{matrix}$ ان

٣ - الكميات المستهلكة في نقطة المقارنة (ك) $\begin{matrix} ١١ك & ٢١ك & ٣١ك & ٤١ك & ٥١ك \end{matrix}$ ان

فإن الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح (رقم باشي للأسعار)

$$= 100 \times \frac{\begin{matrix} ١١ع \times ١١ك + ٢١ع \times ٢١ك + ٣٠ع \times ٣١ك + ٤٠ع \times ٤١ك + ٥٠ع \times ٥١ك \end{matrix}}{\begin{matrix} ١٠ع \times ١١ك + ٢٠ع \times ٢١ك + ٣٠ع \times ٣١ك + ٤٠ع \times ٤١ك + ٥٠ع \times ٥١ك \end{matrix}}$$

$$(٤) = \frac{\text{معد. } ١٠٠ \times \text{معد. } ١٠٠}{\text{معد. } ١٠٠} \dots \dots \dots$$

والرقم القياسي السابق لباشي يفترض أن المستهلك يكون قد اشترى كميات في سنة الأساس بنفس كميات السلع التي اشترأها في سنة المقارنة، وبالتبع ذلك ليس معقولاً، لأن النفقات اللازمة للحصول على كميات السلع

فى سنة الأساس تكون أكبر من نفقات الحصول على الإشباع الاقتصادى
فى سنة المقارنة، لكل ما سبق يكون الرقم القياسى السابق لباشى متحيزاً
إلى أسفل.

مثال (٢) :

أوجد الرقم القياسى للأسعار المرجح بكميات نقطة المقارنة (باشى)
من بيانات المثال رقم (٢) السابق.

الحل :

.. الرقم القياسى للأسعار المرجح بكميات نقطة المقارنة (باشى) .

$$100 \times \frac{11 \times 11.ع + 21 \times 21.ع + 31 \times 31.ع + 41 \times 41.ع + 51 \times 51.ع}{11 \times 1.ع + 21 \times 2.ع + 31 \times 3.ع + 41 \times 4.ع + 51 \times 5.ع}$$

$$100 \times \frac{6 \times 6000 + 150 \times 87 + 480 \times 2000 + 900 \times 160 + 8000 \times 5}{6 \times 3000 + 150 \times 60 + 480 \times 1500 + 900 \times 100 + 8000 \times 2}$$

$$100 \times \frac{36000 + 12050 + 960000 + 144000 + 40000}{18000 + 9000 + 720000 + 90000 + 16000}$$

$$100 \times \frac{1193050}{853000}$$

$$= 139,6\%$$

لكن نود أن نوجه النظر هنا أنه لتسهيل وتركيز العمليات الحسابية عند حل الحالات الخاصة للأرقام القياسية التجميعية البسيطة رقمي لاسبير وباشي في الأمثلة السابقة سند جدولاً سيتخذ كأساس لحساب الأرقام السابقة كما يلي (طريقة أسهل وأدق) .

جدول رقم (٣)

الكميات	الأسعار	السلعة	ع.ك.	ع.ك.	ع.ك.	ع.ك.	ع.ك.
٨٠٠٠	٧٣٠٠	٥	٧	١٤٦٠٠	١٦٠٠٠	٣٦٥٠٠	٤٠٠٠٠
٩٠٠	٧٣٠	١٦٠	١٠٠	٧٣٠٠٠	٩٠٠٠٠	١١٦٨٠٠	١٤٤٠٠٠
٤٨٠	٣٦٥	٢٠٠٠	١٥٠٠	٥٤٧٥٠٠	٧٢٠٠٠٠	٧٢٠٠٠٠	٩٦٠٠٠٠
١٥٠	١٢٠	٨٧	٦٠	٧٢٠٠	٩٠٠٠	١٠٤٤٠	١٣٠٥٠
٦	٤	٦٠٠٠	٣٠٠٠	١٢٠٠٠	١٢٠٠٠	٧٤٠٠٠	٣٦٠٠٠
٩٥٣٦	٨٥١٩	٨٦٥٢	٤٦٦٢	٦٥٤٢٠٠	٨٥٣٠٠٠	٩١٧٧٤٠	١١٩٣٠٥٠

من الجدول السابق يمكن حساب كل من الأرقام القياسية التالية مباشرة:

$$١ - \text{الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار} = ١٠٠ \times \frac{\text{م.ع.}}{\text{م.ع.}}$$

$$١٠٠ \times \frac{٨٢٥٢}{٤٦٦٢} =$$

$$= ١٧٧\%$$

$$٢ - \text{الرقم القياسي التجميعي المرجح للأسعار (لا سبير)}$$

$$١٠٠ \times \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} =$$

$$١٠٠ \times \frac{٩١٧٧٤٠}{٦٥٤٣٠٠} =$$

$$= ١٤٠,٣\%$$

$$٣ - \text{الرقم القياسي التجميعي المرجح للأسعار (باشي)}$$

$$١٠٠ \times \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} =$$

$$١٠٠ \times \frac{١١٩٣٠٥٠}{٨٥٣٠٠٠} =$$

$$= ١٣٩,٦\%$$

ونلاحظ أن الأرقام القياسية أرقام (٢) ، (٣) ، (٤) السابقة أن قيمها تختلف عن بعضها البعض، أي أن الأرقام القياسية التجميعية البسيطة تختلف عن الأرقام القياسية التجميعية المرجحة.

كما يلاحظ من الرقمين القياسيين (٣، ٤) السابقين أن قيمتهما مختلفتين وإن كان الفرق بينهما بسيطاً^(٥)، ومعنى آخر أن الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس (لاسيبر) أكبر من الرقم القياسي التجميعي المرجح لباشي بالنسبة لحالة واحدة.

والسؤال هنا إيهما يفضل الرقم القياسي للاسيبر أم الرقم القياسي لباشي؟ يرى البعض للإجابة الصحيحة أنه ليس هناك سبباً لتفضيل أي منهما على الآخر حيث أن كلاهما له خصائصه^(٦)، ولذا يفضل استخدام رقم لاسيبر في بعض الحالات في حين يفضل استخدام رقم باشي في حالات أخرى، ومن هذا المنطلق فتح الباب لاجتهادات الاحصائيين لأخذهم بكل الترجيحين أي بالكميات في نقطتي الأساس والمقارنة، فقد قام كلاً من مارشال وإندجوارث، وفيشر بهذه المحاولات وصولاً إلى الرقمين القياسيين التاليين :

(٥) وبالطبع ممكن أن يكبر هذا الفرق بزيادة كل من عدد السلع الداخلة في تركيب الرقم من ناحية، أو إذا كان الاختلاف بين كميات سنة الأساس وكميات سنة المقارنة أكبر مما هو عليه في الحالة السابقة من ناحية أخرى.

(٦) ننظر لأن الترجيح في رقم لاسيبر يتم بكميات سنة الأساس حتى بالنسبة لسنة المقارنة، بالرغم من أنه قد يحدث أن ترتفع أسعار بعض السلع بشكل كبير بما يحد من الكمية المستهلكة من السلعة من ناحية أو تحول الاستهلاك إلى سلع بديلة أقل سعراً، فلذا حدث ما سبق فيتوقع أن يكون التطرف في رقم لاسيبر بالزيادة في حين يتوقع أن يكون الحال على عكس ما سبق عند استخدام باشي. أي الترجيح بكميات نقطة المقارنة. فيكون التطرف بالتقصان.

الرقم القياسي لماشال وإدجوارث :

وقد قام هذا الرقم على أساس ترجيح الأسعار بالوسط الحسابي أو الوسط الهندسي بكميتين نقطة الأساس ونقطة المقارنة وفقاً لما يلي :

(جـ) الرقم القياسي لماشال وإدجوارث للأسعار (كوسط حسابي) :

$$(٥) \dots ١٠٠ \times \frac{\text{مجم ع. (ك. + ك.)}}{\text{مجم ع. (ك. + ك.)}} =$$

$$(٦) \dots ١٠٠ \times \frac{\text{مجم (ع. ك. + ع. ك.)}}{\text{مجم (ع. ك. + ع. ك.)}} = \text{أو بصورة أخرى}$$

(د) الرقم القياسي لماشال وإدجوارث للأسعار (كوسط هندسي) :

$$(٧) \dots \dots \dots ١٠٠ \times \frac{\sqrt{\text{مجم ع. ك. ك.}}}{\sqrt{\text{مجم ع. ك. ك.}}} =$$

وبالطبع الصورة الأولى لماشال (جـ) أسهل في الحساب من الصورة الثانية لماشال (د) .

(هـ) الرقم القياسى للأسعار لفيشر (الرقم القياسى الأمثل):

(Ideal Index number)

وهذا الرقم يعتمد فى تركيبه على كل من رقمى لاسبير وباشى
للأسعار السابقين ، وهو بذلك يكون قد قلل من المآخذ التى كانت تثير
جدلاً بين أفضلية رقم لاسبير على رقم باشى أو بمعنى آخر فإنه يجمع بين
نوعى الترجيحات التى يستعملها كلا من لاسبير وباشى، وبذلك يكون غدا
الرقم أكثر اعتدالاً وأقل تحيزاً من الرقم القياسى للاسبير (تحيز لأعلى)
والرقم القياسى لباشى (تحيز إلى أسفل) ^(٥).

$$\text{الرقم القياسى للأسعار لفيشر} = \sqrt{\text{لاسيير} \times \text{باشى}} \times 100$$

$$(أ) \quad 100 \times \sqrt{\frac{\text{مع. ع. ك. ١٩٨٠}}{\text{مع. ع. ك. ١٩٧٠}} \times \frac{\text{مع. ع. ك. ١٩٨٠}}{\text{مع. ع. ك. ١٩٧٠}}} =$$

مثال (٤):

إحسب كلاً من رقمى مارشال وجوارث للأسعار من بيانات المثال
رقم (٢) السابق

(*) لذا يطلق عليه الرقم القياسى الأمثل بالإضافة إلى أسباب أخرى سترد فيما بعد.

جسٹریل رقم (۴)

الباب	الأسعار				الكميات		المجموع
	ع	ع	ك	ق	ك	ق	
(١) البضاعة	٢	٥	٢٣٠٠	٨٠٠٠	١٥٣٠٠	٧٦٤١,٩٩	٧٦٤١,٩٩
	١٠٠	١٦٠	٢٣٠	٩٠٠	١٦٣٠	٨١٠,٥٦	٨١٠,٥٦
	١٥٠٠	٢٠٠٠	٣٦٥	٤٨٠	٤٦٥	٤١٨,٥٧	٤١٨,٥٧
	٦٠	٨٧	١٢٠	١٥٠	٢٧٠	١٢٤,١٦	١٢٤,١٦
	٣٠٠٠	٦٠٠٠	٤	٦	١٠	٤,٩	٤,٩
(٢) البضاعة							
(٣) البضاعة							
(٤) البضاعة							
(٥) البضاعة							
المجموع	٤٦٦٢	٨٢٥٢	٨٥١٩	٩٥٦٦			

رقم مارشال إدجوارث للأسعار (كوسط حسابي) :

$$100 \times \frac{2110790}{1507300} =$$

$$Z140,04 =$$

رقم مارشال إدجوارث للأسعار (كوسط هندسي)

$$100 \times \frac{1046111,47}{746944,08} =$$

$$.Z140,00 =$$

مثال (5) :

من بيانات المثال رقم (٢) إحصاء الرقم القياسي للأسعار لفيشر.

الحل :

من بيانات المثال رقم (٤) السابق يمكن الوصول إلى عناصر تحديد

الرقم القياسي للأسعار لفيشر.

$$100 \times \frac{118300}{803000} \times \frac{917740}{704300} \sqrt{\quad} =$$

$$100 \times 1,3987 \times 1,4026 \sqrt{\quad} =$$

$$100 \times 1,9618 \sqrt{\quad} =$$

$$100 \times 1,4006 =$$

$$Z140,06 =$$

وتدل النتيجة السابقة على أن قيمة السلع الداخلة في تركيب هذا الرقم القياسي تزيد قيمتها بنسبة ٤٠,٠٦٪ بأسعار عام ١٩٩٩ عن قيمة نفس السلع بأسعار عام ١٩٩٥.

ونلاحظ من كل ما سبق أن قيمة رقمى مارشال، وفيشر للأسعار تقع بين قيمة رقمى باشى ولاسبير للأسعار من ناحية، كما أن رقمى مارشال وأندجوارث وفيشر دائماً قريبين فى قيمتهما من ناحية أخرى.

ثالثاً: الأرقام القياسية التجميعية البسيطة والمرجحة للكميات^(*)،

بنفس الطرق السابقة لحساب الأرقام القياسية البسيطة أو المرجحة للأسعار يمكن حساب أرقام قياسية للكميات مع ملاحظة أنه بالنسبة للأرقام القياسية المرجحة تؤخذ الأسعار أو القيم سواء أسعار وقيم نقاط الأساس أو أسعار قيم نقاط المقارنة أو كليهما على حسب نوع الرقم القياسى المستخدم كأساس للتجميع كما يلى :

(أ) منسوب الكمية Quantity relative لأى سلعة .

$$100 \times \frac{ك_1}{ك_0}$$

(*) إن استخدام المصغ التجميعية للكميات، يصعب استخدامها إن اختلفت الوحدات القياسية للسلع المختلفة التى تدخل فى تركيب الرقم القياسى، فليس من المعقول أن نجمع رغيف خبز على لترين على كيلو لحم على متر مكعب من الغاز الطبيعى على تنكرة طائرة ، لكن سيكون ما سبق ممكناً وصحيحاً فى حالة ما إذا كانت السلع الداخلة فى تركيب الرقم القياسى من وحدات قياسية من نوعية واحدة ولكن لها أكثر من وجه كأن يكون كيلو جرام من اللحوم أو البطاطس أو الجبنة أو التفاح.

(ب) الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات :

$$(٩) \quad \dots \dots \dots ١٠٠ \times \frac{\text{مـد كـ}_1}{\text{مـد كـ}_0} =$$

(جـ) رقم لاسبير للكميات : (وفيه يتم الترجيح بأسعار نقطة الأساس).

$$(١٠) \quad \dots \dots \dots ١٠٠ \times \frac{\text{مـد كـ}_1 \text{ عـ}_1}{\text{مـد كـ}_0 \text{ عـ}_0} =$$

(د) رقم باشى للكميات (وفيه يتم الترجيح بأسعار نقطة المقارنة) .

$$(١١) \quad \dots \dots \dots ١٠٠ \times \frac{\text{مـد كـ}_1 \text{ عـ}_1}{\text{مـد كـ}_0 \text{ عـ}_1} =$$

(هـ) الرقم القياسي للكميات (لمارشال وإدجوارث)

١ - رقم مارشال وإدجوارث للكميات (كوسط حسابى)

$$(١٢) \quad \dots \dots \dots ١٠٠ \times \frac{\text{مـد كـ}_1 (\text{عـ}_1 + \text{عـ}_0)}{\text{مـد كـ}_0 (\text{عـ}_1 + \text{عـ}_0)} =$$

$$١٠٠ \times \frac{\text{مـد (كـ}_1 \text{ عـ}_1 + \text{كـ}_0 \text{ عـ}_1)}{\text{مـد (كـ}_1 \text{ عـ}_0 + \text{كـ}_0 \text{ عـ}_1)} = \text{أو بصورة أخرى}$$

٢ - رقم مارشال وإدجوارث للكميات (كوسط هندسى)

$$(13) \quad \dots \dots \dots 100 \times \frac{\text{مـ كـ } \sqrt{1 \text{ عـ } 1 \text{ عـ}}}{\text{مـ كـ } \sqrt{1 \text{ عـ } 1 \text{ عـ}}} =$$

(و) الرقم القياسى للكميات لفيشر :

$$(14) \quad 100 \times \sqrt{\frac{\text{مـ كـ } 1 \text{ عـ}}{\text{مـ كـ } 1 \text{ عـ}} \times \frac{\text{مـ كـ } 1 \text{ عـ}}{\text{مـ كـ } 1 \text{ عـ}}} =$$

من الممكن إستخدام متوسط أسعار عدة سنوات كأوزان ثابتة ، فمن الممكن حساب (الوسط الحسابى أو الوسط الهندسى) لأسعار عدة نقاط زمنية للحصول على سعر ثابت وليكن (ع) تستخدم للترجيح فى الحالة السابقة وعليه تكون معادلة الرقم القياسى للكميات على النحو السابق.

$$100 \times \frac{\text{مـ كـ } 1 \text{ ع}}{\text{مـ كـ } 1 \text{ ع}} =$$

مثال (٦) :

إحسب الأرقام القياسية للكميات للسلع التالية:

الكمية بالكيلو جرام والسعر بالجنيه للكيلو جرام .

جدول رقم (٥)

السلع	السنة	(أ)		ب		ج		د	
		الكمية	السعر	الكمية	السعر	الكمية	السعر	الكمية	السعر
عام ١٩٩٥	٥	١٥	١٨	٢	٣٠	١٠	١٠٠	٤	
عام ١٩٩٨	٨	٢٠	٢٥	٦	٢٠	٧	٧	٣	

الحل :

$$\text{أولهما : } \therefore \text{ منسوب الكمية لأي سلعة} = 100 \times \frac{\text{ك}}{\text{ك}}$$

$$\therefore \text{ منسوب الكمية للسلعة (أ) } = 100 \times \frac{8}{5} = 160\%$$

$$\therefore \text{ منسوب الكمية للسلعة (ب) } = 100 \times \frac{25}{18} = 138,9\%$$

$$\therefore \text{ منسوب الكمية للسلعة (ج) } = 100 \times \frac{20}{30} = 66,7\%$$

$$\therefore \text{ منسوب الكمية للسلعة (د) } = 100 \times \frac{88}{100} = 88\%$$

ويُفسر الأخير بأن كمية إستهلاك هذه السلعة قد انخفضت عام ٩٨ عنه في عام ١٩٩٥ بنسبة ١٢ %.

ثانيهما : الأرقام القياسية التجميعية البسيطة .

ولتسهيل حسابات الأرقام السابقة يفضل أن يتم إعداد الجدول التالي :

چندول رقم (۶)

البيان	المدين		الدائن		المبلغ
	الأسفل	الأعلى	الأسفل	الأعلى	
١	٢٠	١٥	٢٠	١٥	٥
	٢	٢	٢	٢	
ب	٧	١٠	٧	١٠	٣٠
	٢	٤	٢	٤	
ج	٢٠	١٠	٢٠	١٠	١٠٠
	٢	٤	٢	٤	
د	٢٠	١٠	٢٠	١٠	١٠٠
	٢	٤	٢	٤	
المجموع	١٠٢	١٠٢	١٠٢	١٠٢	

بإستخدام قوانين الأرقام القياسية للكميات وبيانات الجدول السابق :

$$١ - \text{رقم لاسبير للكميات} = ١٠٠ \times \frac{\text{م.ك. ١.ع.}}{\text{م.ك. ١.ع.}}$$

$$= ١٠١,٥ - ١٠٠ \times \frac{٧٢٢}{٧١١}$$

$$٢ - \text{رقم باشي للكميات} = ١٠٠ \times \frac{\text{م.ك. ١.ع.}}{\text{م.ك. ١.ع.}}$$

$$= ٩٩,٤ - ١٠٠ \times \frac{٧١٤}{٧١٨}$$

٣ - رقم مارشال وإندجوارث للكميات (وسط حسابي)

$$= ١٠٠ \times \frac{\text{م.ك. ١.ع.} + \text{م.ك. ١.ع.}}{\text{م.ك. ١.ع.} + \text{م.ك. ١.ع.}}$$

$$= ٩٢,٥ - ١٠٠ \times \frac{١٨٧٦}{٢٠٢٩}$$

٤ - رقم مارشال وإندجوارث للكميات (وسط هندسي)

$$= ١٠٠ \times \frac{\sqrt{\text{م.ك. ١.ع.} \times \text{م.ك. ١.ع.}}}{\sqrt{\text{م.ك. ١.ع.} \times \text{م.ك. ١.ع.}}}$$

$$792,7 = 100 \times \frac{781,19}{734,64} =$$

$$100 \times \frac{\frac{\text{مذك. ع.}}{\text{مذك. ع.}} \times \frac{\text{مذك. ع.}}{\text{مذك. ع.}}}{\frac{\text{مذك. ع.}}{\text{مذك. ع.}}} = \text{رقم فيشر للكميات}$$

$$100 \times \frac{\frac{714}{718} \times \frac{722}{711}}{\frac{714}{718}} =$$

$$100 \times \sqrt{0,9944 \times 1,015} =$$

$$100 \times \sqrt{1,009316} =$$

$$100 \times 1,005 =$$

$$100,5 =$$

وتدل النتيجة الأخيرة على أنه إذا ثبتت الأسعار كما كانت عليه عام ١٩٩٨ فإن الكميات تزيد بمقدار ٠,٥٪ فيما بين الفترة من ١٩٩٥ إلى ١٩٩٨ .

مثال (٧) :

فيما يلي كميات المبيعات بالجملة من بعض المشغولات الذهبية (عيار ٢١) يسرق الجملة في بعض المدن ببعض الدول المختلفة عام ١٩٩٩ (بالمليون جرام) ومتوسط الجرام منها مقوماً بالدولار خلال نفس العام.

جدول رقم (٧)

البيان		سعر الجرام بالدولار ١٩٩٩		كميات المبيعات بالجملة (بالمليون جرام) ١٩٩٩	
		القاهرة	الرياض	القاهرة	الرياض
مشغولات تقليدية مشغولات غير تقليدية	١١	١٠	١٥٠	١٠٠	٥٠
	١٥	٢٠	١٠٠		
المجموع		٣٠	٢٥٠	١٥٠	

إحسب الأرقام القياسية المختلفة للكميات على أساس أن :

(أ) الرياض هي مدينة الأساس .

(ب) القاهرة هي مدينة الأساس .

الحصل :

(أ) الرياض هي مدينة الأساس :

جدول رقم (٨)

البيان	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
مشغولات تقليدية	١١	١٠	١٥٠	١٠٠	١٦٥٠	١١٠٠	٥٠٠	١٠٠
مشغولات غير تقليدية	١٥	٢٠	١٠٠	٥٠	١٥٠٠	٢٥٠	٢٠٠٠	١٠٠٠
المجموع	٢٦	٣٠	٢٥٠	١٥٠	٣١٥٠	١٨٥٠	٢٥٠٠	٢٠٠٠

١ - الرقم القياسى التجميعى البسيط للكميات :

$$100 \times \frac{\text{م.ك.}_1}{\text{م.ك.}_2} =$$

$$\%60 = 100 \times \frac{150}{250} =$$

٢ - الرقم القياسى التجميعى المرجح بأسعار الأساس (لاسيير)

$$100 \times \frac{\text{م.ك.}_1 \text{ ع.}}{\text{م.ك.}_2 \text{ ع.}} =$$

$$\%58,7 = 100 \times \frac{1850}{3150} =$$

٣ - الرقم القياسى التجميعى المرجح بأسعار المقارنة (باشى)

$$100 \times \frac{\text{م.ك.}_1 \text{ ع.}_1}{\text{م.ك.}_2 \text{ ع.}_1} =$$

$$\%57,1 = 100 \times \frac{2000}{3500} =$$

$$4 - \text{رقم فيشر للكميات} = 100 \times \sqrt{\frac{\text{م.ك.}_1 \text{ ع.}_1}{\text{م.ك.}_2 \text{ ع.}_1} \times \frac{\text{م.ك.}_1 \text{ ع.}_2}{\text{م.ك.}_2 \text{ ع.}_2}}$$

$$100 \times \frac{2000}{3500} \times \frac{1850}{3150} \sqrt{\quad} =$$

$$207,9 = 100 \times \frac{370000}{11025000} =$$

(ب) إذا كانت القاهرة هي مدينة الأساس :

جدول رقم (٩)

البـلـد	ع.	ع.	ك.	ك.	ك.	ك.	ك.	ك.
مشغلات تقليدية	١٠	١١	١٥٠	١٥٠	١٥٠	١٥٠	١٥٠	١١٠٠
مشغلات غير تقليدية	٢٠	١٥	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٥٠	٧٥٠
المجموع	٣٠	٢٦	١٥٠	١٥٠	١٥٠	١٥٠	٢٥٠	١٨٥٠

١ - الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات :

$$100 \times \frac{\text{مـد كـ}'}{\text{مـد كـ}} =$$

$$100 \times \frac{250}{150} =$$

$$\%167 =$$

٢- الرقم القياسي التجميعي للكميات المرجح للاستير :

$$100 \times \frac{\text{مدك ١ ع.}}{\text{مدك ع.}} =$$

$$100 \times \frac{3500}{2000} =$$

$$\%175 =$$

٢- الرقم القياسي التجميعي للكميات المرجح (باشى)

$$100 \times \frac{\text{مدك ١ ع.}}{\text{مدك ع.}} =$$

$$\%170,3 = 100 \times \frac{3150}{1850} =$$

٤- رقم فيشر للكميات

$$100 \times \frac{3150}{1850} \times \frac{3500}{2000} \sqrt{\quad} =$$

$$100 \times \frac{11025000}{3700000} \sqrt{\quad} =$$

$$\%172,6 =$$

الأرقام القياسية بالمناسيب^(٥)

تغلينا في الجزء السابق على أهم عيوب الأرقام القياسية التجميعية البسيطة من ناحية إختلاف الأهميات النسبية لكل سلعة تدخل في تركيب الرقم القياسي - حيث تم معاملة جميع السلع بأهميات نسبية متساوية - وذلك بإستخدام أسلوب الأوزان أو التدرجات فقد أتخذت الكميات كمعيار للتدرج عند تركيب الأرقام القياسية التجميعية المرجحة للأسعار في حين أتخذت الأسعار كمعيار للتدرج عند تركيب الأرقام القياسية التجميعية المرجحة بالكميات ، ومما لا شك فيه أن الأرقام القياسية التدرجية السابقة لم تتغلب على المشكلة أو العيب الآخر^(٥٥) وهو إختلاف الوحدات القياسية المستعملة في تسعير السلع المختلفة الداخلة في تركيب الرقم القياسي، أو بمعنى آخر إختلاف الوحدات التي يعبر عنها السعر بالنسبة للسلع الداخلة في تركيب الرقم القياسي، وهو ما سوف نأخذه في الاعتبار عند دراسة الأرقام القياسية بالمناسيب^(٥٥٥) ذلك أن منسوب 'السعر - السعر (The Price relative) أو منسوب الكمية (Quantity relative) لأي متغير عبارة عن نسب ليس لها تمييز ، بجانب التعرف على التغير النسبي في سعر أو كمية سلعة على حدة من ناحية ثانية، كما سيصبح من اليسير تركيب رقم قياسي تجميعي بسيط للكميات من ناحية ثالثة إذا ما إختلفت وحدات

(٥) أحيناً ما يطلق عليها الأرقام القياسية المتوسطة.

(٥٥) يرجع إلى العيب رقم (٣) المشار إليه سابقاً .

(٥٥٥) المنسوب هو أبسط صيغة للأرقام القياسية للأسعار أو للكميات، وعلى سبيل المثال فإن منسوب السعر يهدف إلى إظهار سعر سلعة محددة في فترة المقارنة بالنسبة لفترة الأساس.

القياس الداخلة في تركيب الرقم القياسي - بعد ما كان أمراً مستحيل تركيبه بالصيغة التجميعية البسيطة نظراً لأختلاف وحدات القياس كما سبق أن أشرنا - .

وهناك أكثر من رقم قياسي بالمناسيب يختلف كل منها عن الآخر باختلاف نوع المتوسط المستخدم، هل هو وسطاً حسابياً أو وسطاً هندسياً سواء أكان رقماً بسيطاً أو مرجحاً كما يلي :

أولاً : الأرقام القياسية البسيطة للمناسيب:

(أ) الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار:

إذا كان لدينا أكثر من سلعة وليكن (ن) من السلع، ولكل سلعة سعرين أحدهما في نقطة الأساس (ع) والآخر في نقطة المقارنة (ع_ن) فإنه سيكون لدينا (ن) من المناسيب للأسعار وسنرمز للمنسوب بالرمز (م) وهي:

$$م_١ = \frac{ع_١}{ع} \times ١٠٠، م_٢ = \frac{ع_٢}{ع} \times ١٠٠، م_٣ = \frac{ع_٣}{ع} \times ١٠٠، ... م_ن = \frac{ع_ن}{ع} \times ١٠٠$$

وبفرض أن عدد السلع الداخلة في تركيب الرقم = ن من السلع

$$= \frac{م_١ + م_٢ + م_٣ + ... + م_ن}{ن} \times \left(\frac{ع}{ع_١} \right) \times ١٠٠ \quad (١/١٥)$$

أو بصيغة أخرى

$$\frac{م_1 + م_2 + م_3 + \dots + م_n}{ن} = \dots \dots \dots (ب/١٥)$$

أيضاً إذا كان عدد السلع الداخلة فى تركيب الرقم القياسى = ن من السلع ولكل سلعة كميتين أحدهما فى نقطة الأساس (ك.) والأخرى فى نقطة المقارنة (ك_١) فإنه سيكون لدينا (ن) من المناسيب للكميات وسنرمز له بالرمز (م) وهى :

$$م_1 = \frac{ك_1}{ك_0} \times ١٠٠, م_2 = \frac{ك_2}{ك_0} \times ١٠٠, \dots, م_n = \frac{ك_n}{ك_0} \times ١٠٠$$

وبفرض أن عدد السلع الداخلة فى تركيب الرقم القياسى = ن من السلع

(ب) الوسط الحسابى لمناسيب الكميات:

$$\frac{م_1 + م_2 + \dots + م_n}{ن} = \dots \dots \dots (ب/١٦)$$

أو بصيغة أخرى

$$\frac{م_1 + م_2 + م_3 + \dots + م_n}{ن} \dots \dots \dots (ب/١٦)$$

مثال (٨) :

من المثال رقم (٢) السابق إحسب كلاً من الأرقام القياسية البسيطة التالية للمناسيب:

أولاً : الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار .

ثانياً : الوسط الحسابي لمناسيب الكميات

الحل :

أولاً : مناسيب الأسعار :

$$Z_{160} = 100 \times \frac{160}{100} = 160 \text{ م، } Z_{250} = 100 \times \frac{250}{100} = 250 \text{ م}$$

$$Z_{145} = 100 \times \frac{145}{100} = 145 \text{ م، } Z_{1333} = 100 \times \frac{1333}{1000} = 133.3 \text{ م}$$

$$Z_{200} = 100 \times \frac{200}{1000} = 20 \text{ م}$$

وعليه فإن :
الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار

$$100 \times \left(\frac{600}{3000} + \frac{87}{60} + \frac{2000}{1000} + \frac{160}{100} + \frac{0}{2} \right)$$

0

$$\frac{100 \times 8,883}{0} =$$

$$\% 177,66 = \frac{888,3}{0} =$$

أو

$$\frac{\% 200 + 140 + \% 133,3 + \% 160 + \% 250}{0} =$$

$$\% 177,66 = \frac{\% 888,3}{0} =$$

ثانيا : مناسب الكميات :

$$Z_{12329} = 100 \times \frac{900}{730} = 123,29 \text{ م}, Z_{109,09} = 100 \times \frac{8000}{7300} = 109,09 \text{ م}$$

$$Z_{120} = 100 \times \frac{150}{120} = 125 \text{ م}, Z_{13101} = 100 \times \frac{480}{360} = 131,01 \text{ م}$$

$$Z_{150} = 100 \times \frac{6}{4} = 150 \text{ م}$$

وعليه فإن :

الوسط الحسابي المناسب الكميات

$$\frac{100 \times (1,0 + 1,20 + 1,3101 + 123,29 + 1,0909)}{5} =$$

$$Z_{127,88} = 100 \times \frac{6,2939}{5} =$$

$$\frac{Z_{150} + Z_{120} + Z_{131,01} + Z_{123,29} + Z_{109,09}}{5} = \text{أو}$$

$$Z_{127,88} = \frac{Z_{629,39}}{5} =$$

ثانياً : الرقم القياسي البسيط للمناسيب (كوسط هندسي) :
 ويفضل الوسط الهندسي للمناسيب عن الوسط الحسابي للمناسيب
 وذلك لدقة الأول عن الثاني حيث يعاني الأخير قصور دقة الحساب
 لاعتماد حساباته على مناسيب (أى لنسب) وليس على أرقام مجردة
 للأسعار أو الكميات (٥).

(أ) الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار :

$$- \text{ن} = \sqrt[n]{\pi \left(\frac{ع}{ع} \right)} \quad \cdot \quad 100 \quad \times \quad \dots \quad \dots \quad (1/17)$$

أو

$$- \text{ن} = \sqrt[n]{م_1 \times م_2 \times \dots \times م_n} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (17/ب)$$

$$\text{حيث } م = \left(100 \times \frac{ع}{ع} \right)$$

(ب) الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الكميات :

$$- \text{ن} = \sqrt[n]{\pi \left(\frac{ك}{ك} \right)} \quad \cdot \quad 100 \quad \times \quad \dots \quad \dots \quad (1/18)$$

(٥) بفرض نقص منسوب سلعة إلى الثلث، فى حين أرتفع منسوب سلعة أخرى إلى ثلاث أمثال

فمطبقاً أن المتوسط لا يتغير للمصريين السابقين، لكن لو حسب الوسط الحسابى للحالة السابقة

$$\text{نجد أنه} = \frac{3 + 0,333}{2} \times 100 = 166,65 \text{ أى أن الوسط الحسابى للمناسيب قد}$$

تغير بما قيمته 66,65 بعكس الوسط الهندسى للمصالحين نفسها الذى لا يتغير حيث أن :

$$100 = 100 \times 3 \times 0,333$$

$$= \sqrt[n]{\pi \times m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_n} \quad \dots (18/ب) \text{ أو}$$

$$m = \left(\frac{K_1}{K_2} \times 100 \right)$$

كما أن الرمز (π) يشير إلى حاصل ضرب.

مثال (٩) :

من المثال رقم (٢) السابق أحسب كلاً من الأرقام القياسية البسيطة التالية للمناسيب.

أولاً : الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الأسعار .

ثانياً : الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الكميات .

الحل :

لتسهيل العمليات الحسابية فإنه يفضل استخدام أسلوب اللوغاريتمات عند إيجاد الوسط الهندسي البسيط للمناسيب كما يلي :

جدول رقم (١٠)

البيانات	الأسعار		الكميات		مستوى السعر		نر ($\frac{P}{C}$)	مستوى الكمية	نر ($\frac{Q}{K}$)
	ع	ح	قوى	قوى	وحدة	وحدة			
خيلز لين لعم غاز طبيعي تكره مديان	٢	١٠٠	٥	٧٣٠٠	٨٠٠٠	٧٣٠٠	٢,٥	١,٠٩٥٩	١,٠٣٩٨
	١٠٠	١٦٠	٧٣٠	٩٠٠	٩٠٠	٧٣٠	١,٦	١,٣٣٩	١,٠٩٠٩
	١٥٠٠	٢٠٠٠	٣٦٥	٤٨٠	٤٨٠	٣٦٥	١,٣٣٣	١,٣١٥١	١,١١٩٠
	٦٠	٨٧	١٢٠	١٥٠	١٥٠	١٢٠	١,٤٥	١,٢٥٠٠	١,٠٩٦٩
	٣٠٠٠	٦٠٠٠	٤	٦	٦	٤	٢,٠	١,٥٠٠٠	١,١٧٦١
السهم ع							٨,٨٨٣	١,١٨٩٢	٦,٣٩٣٩
									٨٠٠٠

ومنه فإن :

$$(أ) \text{ لو (الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار) } = \frac{\text{مح لو } \left(\frac{١٤}{٤} \right)}{ن}$$

ومن الجدول السابق

$$\text{لو الرقم} = \frac{١,١٨٩٢}{٥} = ٠,٢٣٧٨٤$$

وبالبحث في جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات عن العدد المقابل إلى لو (٠,٢٣٧٨٤) سنجد = ١,٧٢٩ وبالصرب في ١٠٠ فإن الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار لمجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم للقياسي:

$$= ١,٧٩ \times ١٠٠ = ١٧٢,٩ \%$$

$$(ب) \text{ لو (الوسط الهندسي لمناسيب الكميات) } = \frac{\text{مح لو } \left(\frac{١}{٤} \right)}{ن}$$

ومن الجدول السابق

$$\text{لو الرقم} = \frac{٠,٥٢٢٧}{٥} = ٠,١٠٤٥٤$$

(*) لاحظ أن الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار لنفس السلع = ١٧٧,٦٦ % أي أن الوسط الحسابي لمناسيب الأسعار دائماً أكبر من الوسط الهندسي لمناسيب الأسعار لنفس الحالة ١٧٢,٩ %.

وبالبحث في جدول الإعدادات المقابلة للوغاريتمات عن العدد المقابل ك
لو (٠,١٠٤٥٤) = سجد = (١,٢٧٢) وبالضرب في ١٠٠ فإن الوسط
الهندسي البسيط لمناسيب الكميات لمجموعة السلع الداخلة في تركيب الرقم
القياسي.

$$100 \times 1,272 =$$

$$\% 127,2 =$$

ثانياً: الأرقام القياسية المرجحة للمناسيب:

إن الأرقام القياسية السابقة في (أولاً) كوسط حسابي بسيط
للمناسيب أو كوسط هندسي بسيط للمناسيب تطلبت على مشكلة اختلاف
وحدات القياس بين السلع الداخلة في تركيب أى رقم قياسي منها سواء
بالنسبة للأسعار أو بالنسبة للكميات، ويعيبهما أنهما عاملاً السلع الداخلة في
تركيبهما بنفس الأهمية النسبية لكل سلعة دون تفرقة للأهمية النسبية لكل
سلعة عن الأخرى، وعليه فالأرقام القياسية التي حصلنا عليها بالمتوسطات
البسيطة السابقة لا تصور على حقيقتها، ومعنى آخر فإن نتائجها مضللة
بعض الشيء.

لذلك يستحسن تعديل هذه المتوسطات البسيطة للمناسيب باستخدام
أوزان تتناسب مع أهمية السلع التي ترجح بها للمناسيب الخاصة بها وأفضل
معيار نقيس به الأهمية النسبية للسلعة هو قيمتها، أى حاصل ضرب سعرها
في كمياتها، ولكن السؤال عندما نرجح قبأى سعر وأى كمية فقد عرفنا أن
لكل سلعة سعر أساسى (ع) وسعر مقارنة (ع) وكذلك لكل سلعة كمية
أساسية (ك) وكمية مقارنة (ك) مع ملاحظة ما يلى :

١ - إن إستخدام الكميات وحدها للترجيح في حالة المناسيب، عمل غير منطقي، ذلك لأن المنسوب مجرد نسبة لا تميز له (ع ÷ ع) فإننا رجحناه بالكميات فقط حصلنا في الواقع على رقم أقرب إلى تمثيل الكميات منه إلى تمثيل الأسعار، لذا وحتى يكون الترجيح متفقاً مع المنطق والواقع العملي فإنه يجب أن يتفق مع القيمة (ع×ك)، وعليه فإن المناسيب يجب ترجيحها بإحدى الأوزان أو الترجيحات التالية :

أولاً: ع.ك. ، ثانياً : ع.ك.

ثالثاً : ع.ك. ، رابعاً : ع.ك.

وللحصول على الرقم القياسي كمتوسط مرجح للمناسيب يتم ضرب

$$(\text{كل منسوب} \times \text{الوزن المناظر له}) \\ 100 \times \frac{\quad}{\text{مجموعة الأوزان}}$$

في إستخدام الأوزان الترجيحية المشار إليها عالية في المعادلة السابقة نحصل على الأرقام القياسية التالية (*) .

(١) بإستخدام الوزن الترجيحي (ع.ك.) نحصل على :

١ - الرقم القياسي المرجح لمناسيب الأسعار :

$$\text{محد} \left(\frac{\frac{ع}{ع} \times ع.ك.}{ع.ك.} \right) \times 100 \dots (19)$$

$$\text{محد} (ع.ك.)$$

(*) إذا تم حساب الوسط التوافقي لمناسيب الأسعار في هذا الرقم نحصل على الرقم القياسي لباشي للأسعار.

$$= \frac{\text{مـد (ع , كـ) }}{\text{مـد (عـ , كـ) }} \times 100$$

وهو نفسه الرقم المرجح للاسبير للأسعار .

٢ - الرقم القياسى المرجح لمناسيب الكميات :

$$(٢٠) \quad \dots \dots 100 \times \frac{\text{مـد (عـ \times \frac{كـ}{كـ} , كـ) }}{\text{مـد (عـ , كـ) }} =$$

$$= 100 \times \frac{\text{مـد (كـ , عـ) }}{\text{مـد (كـ , عـ) }}$$

وهو نفسه الرقم القياسى المرجح للاسبير للكميات

(ب) باستخدام الوزن الترجيحي (ع , كـ) نحصل على :

٣ - الرقم القياسى المرجح لمناسيب الأسعار^(٥)

$$(٢١) \quad \dots \dots 100 \times \frac{\text{مـد (عـ \times \frac{كـ}{كـ} , كـ) }}{\text{مـد (عـ , كـ) }} =$$

٤ - الرقم القياسى المرجح لمناسيب الكميات

$$(٢٢) \quad \dots \dots 100 \times \frac{\text{مـد (عـ \times \frac{كـ}{كـ} , كـ) }}{\text{مـد (عـ , كـ) }} =$$

(جـ) باستخدام الوزن الترجيحي (ع. ك.) نحصل على :

٥ - الرقم القياسي المرجح لمناسيب الأسعار.

$$(٢٣) \quad \dots \dots 100 \times \frac{\text{معد} \left(\frac{1}{\text{ع.}} \times \text{ع. ك.} \right)}{\text{معد} (\text{ع. ك.})} =$$

$$= 100 \times \frac{\text{معد} (\text{ع. ك.})}{\text{معد} (\text{ع. ك.})}$$

وهو نفسه الرقم القياسي المرجح لبائى للأسعار

٦ - الرقم القياسي المرجح لمناسيب الكميات :

$$(٢٤) \quad \dots \dots 100 \times \frac{\text{معد} \left(\frac{1}{\text{ك.}} \times \text{ع. ك.} \right)}{\text{معد} (\text{ع. ك.})} =$$

(د) باستخدام الوزن الترجيحي (ع. ك.) نحصل على :

٧ - الرقم القياسي المرجح لمناسيب الأسعار

$$(٢٥) \quad \dots \dots 100 \times \frac{\text{معد} \left(\frac{1}{\text{ع.}} \times \text{ع. ك.} \right)}{\text{معد} (\text{ع. ك.})} =$$

٨ - الرقم القياسى المرجح لمناسيب الكميات :

$$= \frac{\text{معد } \left(\frac{1}{\text{معد } 1 \text{ ع. ك.}} \times \text{معد } 1 \text{ ع. ك.} \right)}{\text{معد } (1 \text{ ع. ك.})} \times 100 \dots \dots (26)$$

$$= 100 \times \frac{\text{معد } 1 \text{ ع. ك.}}{\text{معد } 1 \text{ ع. ك.}}$$

وهو نفسه الرقم القياسى المرجح للكميات لباشى.

مثال (١٠) احسب الأرقام القياسية المرجحة للمناسيب الممكنة للأسعار والكميات فى المثال رقم (٢) السابق.

جداول رقم (١١)

البيان	الهيكل		الأسد		مستفيدو الأسهم						مستفيدو الديون			
	ع	د	ع	د	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$
السنة (أ)	١	٥	٣٠٠	٨٠٠٠	٢,٥	١,٠٩١	٣,٥	١,٠٩١	٣,٥	١,٠٩١	٣,٥	١,٠٩١	٣,٥	١,٠٩١
السنة (ب)	١٠٠	١٢٠	٨٢٠	٩٠٠	١,٦	١,٣٣٣	١,٦	١,٣٣٣	١,٦	١,٣٣٣	١,٦	١,٣٣٣	١,٦	١,٣٣٣
السنة (ج)	١٥٠٠	٢٠٠٠	٣٥٠	٤٥٠	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣	١,٣٣٣
السنة (د)	٢٠	٨٧	١٢٠	١٥٠	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥	١,٥
السنة (هـ)	٢٠٠٠	٢٠٠٠	٤	١	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢
المبلغ														

الأرقام القياسية لمناسيب الأسعار المرجحة^(*) :

$$Z_{140,16} = 100 \times \frac{9170570}{704300} = 100 \times \frac{\text{مد (ع.ك.} \times \frac{1}{\text{ع.}})}{\text{مد (ع.ك.)}} - 1$$

$$Z_{142,08} = 100 \times \frac{1701002,0}{119300} = 100 \times \frac{\text{مد (ع.ك.} \times \frac{1}{\text{ع.}})}{\text{مد (ع.ك.)}} - 2$$

$$Z_{139,84} = 100 \times \frac{1192810}{803000} = 100 \times \frac{\text{مد (ع.ك.} \times \frac{1}{\text{ع.}})}{\text{مد (ع.ك.)}} - 3$$

$$Z_{143,22} = 100 \times \frac{1314308}{917740} = 100 \times \frac{\text{مد (ع.ك.} \times \frac{1}{\text{ع.}})}{\text{مد (ع.ك.)}} - 4$$

$$Z_{130,36} = 100 \times \frac{802974}{704300} = 100 \times \frac{\text{مد (ع.ك.} \times \frac{1}{\text{ع.}})}{\text{مد (ع.ك.)}} - 5$$

$$Z_{130,26} = 100 \times \frac{1004100}{119300} = 100 \times \frac{\text{مد (ع.ك.} \times \frac{1}{\text{ع.}})}{\text{مد (ع.ك.)}} - 6$$

(*) انظر الجدول رقم (3) السابق لما بناه السيد (ن)

$$Z_{132,10} = 100 \times \frac{1127380}{803000} = 100 \times \frac{\text{مد} \left(\frac{1}{\text{ع.ك.}} \times \text{ك.} \right)}{\text{مد} (\text{ع.ك.})} - 7$$

$$Z_{130} = 100 \times \frac{1193018}{917740} = 100 \times \frac{\text{مد} \left(\frac{1}{\text{ع.ك.}} \times \text{ك.} \right)}{\text{مد} (\text{ع.ك.})} - 8$$

اختبارات الأرقام القياسية

ياستعراض الصيغ السابقة للأرقام القياسية سواء التجميعية العادية أو باستخدام المناسيب - البسيطة أو المرجحة - يتبادر إلى الزهن ذلك التساؤل، أى من هذه الصيغ تعتبر أفضل الأرقام القياسية ؟ والإجابة الكاملة والدقيقة على التساؤل السابق يقتضى منا المفاضلة بين صيغ الأرقام القياسية من الناحيتين النظرية والعملية - وسنتناول فى هذا الجزء الناحية الأولى منها (٥) - الأسس النظرية لإجراء المفاضلة بينها - والذي يرجع الفضل فيه إلى فيشر حيث إقترح عدة أسس أو اختبارات، فإذا اجتازت إحدى الصيغ مجموعة هذه الاختبارات معا أمكن القول - نظرياً - أنها أفضل صيغ الأرقام القياسية وفيما يلى الاختبارات لفيشر وكيفية تطبيقها:

الإختبار الأول ، الانعكاس فى الزمن (Time reversal)

ولأنما هذا الإختبار على أى رقم قياسى يقتضى هذا الأمر الحصول على البديل الزمنى - أو المعامل الزمنى - لنفس الرقم، ويضرب هذا البديل فى الرقم القياسى ذاته ، فإذا كان ناتج عملية الضرب السابقة واحد صحيحاً (**)، فيكون هذا الرقم القياسى قد اجتاز إختبار الانعكاس فى الزمن، أما إذا كان ناتج عملية الضرب المشار إليها سابقاً تختلف عن الواحد

(*) على أن نتناول الأسس العملية فيما بعد.

(**) وهذه النتيجة منطقية، حيث أنه يجب أن يتساوى أى رقم قياسى مع مقلوب الرقم والا اعتبر الرقم القياسى خاطئاً، ومن ثم لا يؤدى المعنى والغرض المستهدف منه.

الصحيح - أقل أو أكثر من الواحد الصحيح - فيكون الأمر مختلفاً أى أن هناك تحيز فيها وعلى ذلك يكون الرقم القياسى لم يجتاز إختبار الانعكاس فى الزمن :

٢ - البديل الزمنى (المعامل الزمنى) : والبديل الزمنى لأى صيغة من صيغ الأرقام القياسية ، هى ذات الرقم القياسى محسوباً بطريقة عكسية، وما سبق يعنى إعتبارنا نقطة الأساس فى الرقم الأصلى نقطة مقارنة فى البديل الزمنى ، وأيضاً إعتبار نقطة المقارنة فى الرقم الأصلى نقطة أساس فى البديل الزمنى ، سواء كان ذلك بالنسبة للأسعار (ع) أو

= المقولوب للزمنى لأى رقم قياسى = $\frac{1}{\text{البديل للزمنى للرقم القياسى}}$ ، فعلى سبيل المثال

$$\text{فإن الرقم القياسى لسعر سلعة ما وليكن } \frac{14}{.4} \text{ فإن مقولوبه الزمنى} = \frac{1}{\frac{14}{.4}}$$

$$\text{وعليه فإن} = \frac{14}{.4} \times \frac{1}{\frac{14}{.4}} = \frac{1}{\frac{14}{.4}} \times \frac{14}{.4} = 1 \text{ (البديل الزمنى)}$$

وهذا منطقياً ، فإذا أعطى الرقم القياسى السابق نتيجة تفيد أن السعر زاد بنسبة ٣٠٪ بين النقطتين (٠) ، (١) فإنه يجب أن يعكس أيضاً أن السعر قد انخفض بنسبة ٣٣٪ بين النقطتين (١) ، (٠) أى أن إذا كان ع(١) = ١٣٠ ، ع(٠) = ١٠٠

$$\text{فإن: } \frac{100}{130} \times \frac{130}{100} = \frac{1}{\frac{130}{100}} \times \frac{130}{100}$$

$$1 = 0,77 \times 1,3 =$$

للكميات (ك) أو للأثنين معا (ع × ك) أى القيمة (ق) أو بصورة أخرى.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{نستبدل ع (٠) بـ ع (١)} \\ \text{أو نستبدل ع (١) بـ ع (٠)} \\ \text{وتستبدل ك (٠) بـ ك (١)} \\ \text{أو نستبدل ك (١) بـ ك (٠)} \end{array} \right.$$

سواء بالنسبة للزمن
أو للمكان فى الأرقام
القياسية المختلفة

فعلى سبيل المثال :

$$\begin{aligned} \text{الرقم القياسى للأسعار للأسبير} &= \frac{\text{مد ع. ك.}}{\text{مد ع. ك.}} \text{ يكون بديله} \\ \text{الزمنى} &= \frac{\text{مد ع. ك.}}{\text{مد ع. ك.}} ، \text{ الرقم القياسى للكميات للأسبير} = \\ \frac{\text{مد ك. ع.}}{\text{مد ك. ع.}} \text{ يكون بديله الزمنى} &= \frac{\text{مد ك. ع.}}{\text{مد ك. ع.}} \text{ وهكذا} \\ \text{الأمر مع باقى صيغ الأرقام القياسية المختلفة السابق دراستها ويجراء} \\ \text{عملية الضرب المشار إليها بين أى رقم أصلى فى بديله الزمنى تنحصر} \\ \text{النتائج فيما يلى :} \end{aligned}$$

(أ) الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار :

$$1 = \frac{\text{مد ع.}}{\text{مد ع.}} \times \frac{\text{مد ع.}}{\text{مد ع.}} =$$

(يجتاز إختيار الأنعكاس فى الزمن)

ويتطابقها على المثال رقم (١) السابق نجد :

$$1 = \frac{4662}{8252} \times \frac{8252}{4662} =$$

(يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

(ب) الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس (لاسيير للأسعار) :

$$1 \neq \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \times \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} =$$

(لا يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

ويتطابقها على المثال رقم (٢) السابق نجد :

$$1 \neq \frac{853000}{1193050} \times \frac{917740}{654300} =$$

$$1,196 = 1,396 \times 1,403 =$$

(جـ) الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (باشي للأسعار) :

$$1 \neq \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} \times \frac{\text{م.ع. ك.}}{\text{م.ع. ك.}} =$$

(لا يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

ويتطابقها على المثال رقم (٢) السابق نجد :

$$\frac{754300}{917740} \times \frac{1193050}{853000} =$$

$$1 > 0,996 = 0,713 \times 1,396 =$$

(د) الرقم القياسي لمارشال وإدجوارث للأسعار (كوسط حسابي) :

$$1 = \frac{\text{مد ع. (ك. + ك.)}}{\text{مد ع. (ك. + ك.)}} \times \frac{\text{مد ع. (ك. + ك.)}}{\text{مد ع. (ك. + ك.)}} =$$

(يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٤) السابق نجد :

$$1 = \frac{1507300}{2110790} \times \frac{2110790}{1507300} =$$

(هـ) الرقم القياسي لمارشال وإدجوارث للأسعار (كوسط هندسي) :

$$1 = \frac{\sqrt{\text{مد ع. ك.}}}{\sqrt{\text{مد ع. ك.}}} \times \frac{\sqrt{\text{مد ع. ك.}}}{\sqrt{\text{مد ع. ك.}}} =$$

(يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٥) السابق نجد :

$$1 = \frac{746944,58}{1046111,47} \times \frac{1046111,47}{746944,58} =$$

(و) الرقم القياسي للأسعار لفischer :

$$1 = \frac{\sqrt{\frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} \times \frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}}}}{\sqrt{\frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} \times \frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}}}} =$$

(يجتاز إختبار الانعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٢) السابق نجد :

$$1 = \frac{\sqrt{\frac{704300}{917740} \times \frac{803000}{1193000}}}{\sqrt{\frac{1193000}{803000} \times \frac{917740}{704300}}} =$$

(ز) الرقم القياسي التجميعي البسيط للكميات :

$$1 = \frac{\frac{\text{مد ك}}{\text{مد ك}}}{\frac{\text{مد ك}}{\text{مد ك}}} =$$

(يجتاز أختبار الأنعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$1 = \frac{153}{141} \times \frac{141}{153} =$$

(ح) رقم لاسير للكميات :

$$1 \neq \frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}} \times \frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}} =$$

(لا يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$\frac{718}{714} \times \frac{722}{711} =$$

$$1 < 1,021 = 1,006 \times 1,015 =$$

(ط) رقم باشي للكميات :

$$1 \neq \frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}} \times \frac{\text{م.ك. ع.}}{\text{م.ك. ع.}} =$$

(لا يجتاز اختبار الانعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$\frac{711}{722} \times \frac{714}{718} =$$

$$1 < 1,009 = 1,015 \times 0,994 =$$

(ى) رقم مارشال وإيجوارث للكميات (كوسط حسابى) :

$$1 = \frac{\text{مـ د ك } (ع + ع)}{\text{مـ د ك } (ع + ع)} \times \frac{\text{مـ د ك } (ع + ع)}{\text{مـ د ك } (ع + ع)} =$$

(يجتاز إختبار الانعكاس فى الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$1 = \frac{2029}{1876} \times \frac{1876}{2029} =$$

(ك) رقم مارشال وإيجوارث للكميات (كوسط هندسى) :

$$1 = \frac{\text{مـ د ك } \sqrt{ع \cdot ع}}{\text{مـ د ك } \sqrt{ع \cdot ع}} \times \frac{\text{مـ د ك } \sqrt{ع \cdot ع}}{\text{مـ د ك } \sqrt{ع \cdot ع}} =$$

(يجتاز إختبار الانعكاس فى الزمن)

بالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$1 = \frac{734,64}{681,19} \times \frac{681,19}{734,64} =$$

(ل) رقم فيشر للكميات :

$$1 = \frac{\sqrt{\frac{\text{مدك.ع.} \times \text{مدك.ع.}}{\text{مدك.ع.} \times \text{مدك.ع.}}}}{\sqrt{\frac{\text{مدك.ع.} \times \text{مدك.ع.}}{\text{مدك.ع.} \times \text{مدك.ع.}}}} =$$

(يجتاز إختبار الانعكاس في الزمن)

وبالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$\begin{aligned} & \frac{711}{722} \times \frac{718}{714} \sqrt{\quad} = \frac{714}{718} \times \frac{722}{711} \sqrt{\quad} = \\ & \quad \quad \quad \sqrt{0,9909} \times \sqrt{1,009} = \\ & 1 = 0,9904 \times 1,0046 = \end{aligned}$$

ونود أن نشير هنا أيضاً أنه بتطبيق إختبار الانعكاس في الزمن على الأرقام القياسية بالمناسيب على نفس المنوال السابق في الأرقام القياسية التجميعية السابقة سنجد :

١ - أن الوسط الحسابي البسيط للمناسيب لا يجتاز إختبار الانعكاس في الزمن.

٢ - أن الوسط للحسابي للمناسيب المرشح بأى وزن من الأوزان لا يجتاز إختبار الانعكاس في الزمن.

٤ - أن الوسط الهندسى للمناسيب المرجح بأى وزن من الأوزان لا يجتاز اختبار الانعكاس فى الزمن .

الإختبار الثانى : إختبار الانعكاس فى المعامل (Factor reversal) :

ولإتمام هذا الإختبار على أى رقم قياسى يقتضى الأمر أولاً الحصول على البديل المعاملى ثم ضربه فى الرقم القياسى الأصلى فإذا كان ناتج

$$\frac{\text{م.ع. ك.}^1}{\text{م.ع. ك.}^2} = \text{أى}^{(*)} = \text{الضرب يساوى منسوب القيمة}^{(*)}$$

الرقم يجتاز هذا الإختبار

وذلك يعنى أن الشرط الواجب تحقيقه لاجتياز أى رقم هذا الاختبار أن :

$$\frac{\text{م.ع. ك.}^1}{\text{م.ع. ك.}^2} = \text{الرقم القياسى الأصلى} \times \text{البديل المعاملى}$$

(*) وهذه النتيجة ملطقية ، فلذا اخذنا الرقم القياسى للأسعار لعدة سلع فى سلتين مختلفتين ، وتم استخدام نفس الصيغة السابقة للرقم القياسى للكميات لنفس السلع فى نفس السلتين ، فمن الضروري أن يكون حاصل ضرب الرقمين السابقين - للأسعار والكميات - مساوياً للنسبة بين قيم هذه السلع (حيث أن [القيمة (ق) = السعر (ع) × الكمية (ك)] فى نفس السلتين محل الدراسة ، فلذا لآى الأمر السابق إلى خلاف ما سبق فتكون صيغة الرقم القياسى خاطئة فى تصويرها للتغير الذى يحدث فى ظاهرتى السعر ، والكمية ، وبالتالي يكون صيغة الرقم القياسى لا يجتاز إختبار الاتسكس فى السطمل .

هنا يمكننا القول أن الرقم القياسي الأصلي قد اجتاز اختبار الانعكاس في المعامل أما إذا كان حاصل الضرب السابق لا يؤدي إلى منسوب القيمة السابق ، فالرقم القياسي هنا لا يكون قد اجتاز هذا الاختبار .

٤ - البديل المعاملي :

للحصول على البديل المعاملي لصيغة أى رقم قياسي هو نفسه الصيغة الأصلية لهذا الرقم، بشرط إستبدال الكمية (ك) بدلاً عن السعر (ع)، وأيضاً إستبدال السعر (ع) بدلاً من الكمية (ك) مع بقاء عامل الزمن ثابت ويصوّر أخرى :

$$\left. \begin{array}{l} \text{سواء بالنسبة للزمن} \\ \text{أو للمكان في الأرقام} \\ \text{القياسية المختلفة} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{إستبدال (ع.) بـ (ك.)} \\ \text{، إستبدال (ع.) بـ (ك.)} \\ \text{، إستبدال (ك.) بـ (ع.)} \\ \text{، إستبدال (ك.) بـ (ع.)} \end{array}$$

فبتطبيق الإختبار السابق على الأرقام القياسية المختلفة منجد :

(أ) الرقم القياسي التجميعي البسيط لأسعار :

$$= \frac{\text{مـ حـ كـ}}{\text{مـ حـ كـ}} \times \frac{\text{مـ حـ عـ}}{\text{مـ حـ عـ}} = \text{ (البديل المعاملي)}$$

$$(**) \frac{\text{مدع ك} \cdot \text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} \neq \frac{\text{مدع ك} \cdot \text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} =$$

(لا يجتاز إختبار الانعكاس فى المعامل)

(ب) الرقم القياسى للأسعار للاسيير :

$$= \frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} \times \frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} \neq \frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}} =$$

(لا يجتاز إختيار الانعكاس فى المعامل)

ويتطبيقها على المثال رقم (٣) السابق نجد :

$$\frac{78283220000}{428108490000} = \frac{853000}{654300} \times \frac{923740}{654300} =$$

$$\frac{1193050}{654300} \neq \frac{7828322}{42810849} =$$

(**) من المعروف أن $\frac{\text{مدع ك} \cdot \text{مدع ك}}{\text{مدع ك}}$ تضى حاصل ضرب إجمالى السعر فى إجمالى

الكميات بمجموعة السلع الداخلة فى تركيب الرقم $\frac{\text{مدع ك}}{\text{مدع ك}}$ تضى

مجموعه حواصل كل سعر فى الكمية المناظرة له لمجموعة السلع .

(حـ) رقم باشى للأسعار :

$$\frac{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}} - \frac{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}} \times \frac{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}$$

(لا يجتاز إختبار الانعكاس فى المعامل)

وبالتطبيق على المثال رقم (٣) السابق نجد :

$$\frac{1193050}{654300} \times \frac{1193050}{853000} =$$

$$\frac{1193050}{654300} = \frac{142348761}{72760900} =$$

(د) الرقم القياسى لمارشال وإيجوارث للأسعار (كوسط حسابى) :

$$\frac{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}} - \frac{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}} \times \frac{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}{\text{مدع ك} \quad \text{مدع ك}}$$

(لا يجتاز إختبار الانعكاس فى المعامل)

وبالتطبيق على المثال رقم (٤) السابق نجد :^(٥)

$$\frac{1193050}{654300} \neq \frac{2046050^{(٥)}}{1072040} \times \frac{2110790}{1507300}$$

(هـ) الرقم القياسى لمارشال وادجوارث (كوسط هندسى) :

$$\frac{\frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}}}{\frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}}} \times \frac{\frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}}}{\frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}}} =$$

(لا يجتاز اختبار الإنعكاس فى المعامل)

وبالتطبيق على المثال رقم (٤) السابق نجد : (٥٥)

$$\frac{1193000}{604300} - \frac{1006816}{773261} \times \frac{1046111}{746940}$$

(و) الرقم القياسى للأسعار لفischer :

$$\frac{\frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}} \times \frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}}}{\frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}} \times \frac{\text{مد ع ك}}{\sqrt{\text{مد ع ك}}}} =$$

(*) $\text{مد ك} (ع + ع)$ $\text{مد ك} (ع + ع)$

٥١١٠٠ =	(٧)	٧٣٠٠	٥٦٠٠٠ =	(٧)	٨٠٠٠
١٨٩٨٠٠ =	(٦٦٠)	٧٣٠	٢٣٤٠٠٠ =	(٦٦٠)	٩٠٠
١٢٧٧٥٠٠ =	(٢٥٠٠)	٣٦٥	١٦٨٠٠٠٠ =	(٢٥٠٠)	٤٨٠
١٧٦٤٠ =	(١٤٧)	١٢٠	٢٢٠٥٠ =	(١٤٧)	١٥٠
٣٦٠٠٠ =	(٩٠٠٠)	٤	٥٤٠٠٠ =	(٩٠٠٠)	٦

١٥٧٧٠٤٠

٧٠٤٦٠٥٠

$$- \frac{\text{مدك } ١ \text{ ع } ١}{\text{مدك } ١ \text{ ع } .}$$

(لا يجتاز إختبار الأنعكاس فى المعامل)

بالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$= \frac{٣٦}{٣١} \times \frac{١٤١}{١٥٣}$$

$$= \frac{٧١٤}{٧١١} - \frac{٥٠٧٦}{٤٧٤٣}$$

(ح) رقم لا سبيل للكميات :

$$= \frac{\text{مدك } ١ \text{ ع } ١}{\text{مدك } ١ \text{ ع } .} \neq \frac{\text{مدك } ١ \text{ ع } .}{\text{مدك } ١ \text{ ع } .} \times \frac{\text{مدك } ١ \text{ ع } .}{\text{مدك } ١ \text{ ع } .}$$

(لا يجتاز إختبار الأنعكاس فى المعامل)

بالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$= \frac{٥١٨٣٩٦}{٥٠٥٥٢١} - \frac{٧١٨}{٧١١} \times \frac{٧٢٢}{٧١١}$$

$$= ١,٠٢٥٥$$

$$= \frac{٧١٤}{٧١١}$$

$$= ١,٠٠٤٢٢$$

$$\text{أى أن } 1,0250 \neq 1,00422$$

(ط) رقم باشى للكميات :

$$= \frac{\text{مدك ع ك}}{\text{مدك ع ك}} \times \frac{\text{مدك ع ك}}{\text{مدك ع ك}} \neq \frac{\text{مدك ع ك}}{\text{مدك ع ك}}$$

(لا يجتاز إختبار الأنعكاس فى المعامل)

بالتطبيق على المثال رقم (٦) السابق نجد :

$$0,9834 = \frac{509796}{518396} = \frac{714}{722} \times \frac{714}{718} =$$

$$1,0042 \neq 0,9834 \text{ أى أن } 1,0042 \neq \frac{714}{711}$$

رقم مارشال وإيجوارث للكميات (كوسط حسابى) :

مدع ك ك ك		مدع ك ك ك ك (**)	
١٩٥ = (١٣)	١٥	٢٦٠ = (١٣)	٢٠
٨٦ = (٤٣)	٢	٢٥٨ = (٤٣)	٦
٥٠٠ = (٥٠)	١٠	٣٥٠ = (٥٠)	٧
٧٥٢ = (١٨٨)	٤	٢٦٤ = (١٨٨)	٣
١٥٣٣		١٤٣٢	

$$\frac{\text{مـدك } (ع + ع) \text{ (٥)}}{\text{مـدك } (ع + ع)} \times \frac{\text{مـدك } (ع + ع)}{\text{مـدك } (ع + ع)} =$$

$$\frac{\text{مـدك } (ع + ع)}{\text{مـدك } (ع + ع)} \neq$$

(لا يجتاز إختبار الانعكاس فى المعامل)

بالتطبيق على المثال رقم (٥) السابق نجد :

$$\frac{٢٦٨٦٤٣٢}{٣١١٠٤٥٧} = \frac{١٤٣٢}{١٥٣٣} \times \frac{١٨٧٦}{٢٠٢٩} =$$

$$٠,٨٦٣٦٨ =$$

$$١,٠٠٤٢ = \frac{٧١٤}{٧١١} \neq$$

$$١,٠٠٤٢ \neq ٠,٨٦٣٦٨ \text{ أى أن } ١,٠٠٤٢ \neq ٠,٨٦٣٦٨$$

(*)

٩٤,٨٦	(٦,٣٢٤)	١٥	١٢٦,٤٨=	٦,٣٢٤)	٢٠
٤٢,٤٢٦	(٢١,٢١٣)	٢	١٢٧,٢٧٨=	(٢١,٢١٣)	٦
٢٤٤,٩٥	(٢٤,٤٩٥)	١٠	١٧١,٤٦٥=	(٢٤,٤٩٥)	٧
٣٧٥,٢٣٢	(٩٣,٨٠٨)	٤	٢٨١,٤٢٤=	(٩٣,٨٠٨)	٣
<hr/>			<hr/>		
٧٥٧,٤٦٨			٧٠٦,٦٤٧		

(ك) رقم مارشال وإيجوارث (كوسط هندسي) :

$$\frac{\text{مد.ع.ك.} \sqrt{\text{مد.ع.ك.}}}{\text{مد.ع.ك.}} \neq \frac{\text{مد.ع.ك.} \sqrt{\text{مد.ع.ك.}}}{\text{مد.ع.ك.}} \times \frac{\text{مد.ك.} \sqrt{\text{مد.ع.ك.}}}{\text{مد.ك.}}$$

(لا يجتاز إختبار الانعكاس في المعامل)

وبالتطبيق على المثال رقم (٥) السابق نجد :

$$\frac{481363}{556468} = \frac{706,75}{757,47} \times \frac{681,19}{734,64} =$$

$$0,865 =$$

$$1,0042 =$$

$$1,0042 = 0,865 \text{ أى أن}$$

(ل) الرقم القياسي للكميات لغير :

$$= \frac{\text{مد.ك.ع.} \times \frac{\text{مد.ك.ع.}}{\text{مد.ع.ك.}} \times \frac{\text{مد.ك.ع.}}{\text{مد.ك.ع.}} \times \frac{\text{مد.ك.ع.}}{\text{مد.ك.ع.}}}{\text{مد.ك.ع.}}$$

$$= \frac{\text{مد.ك.ع.}}{\text{مد.ك.ع.}}$$

(يجتاز إختبار الانعكاس في المعامل)

بالتطبيق على المثال رقم (٥) السابق نجد :

$$= \frac{714}{722} \times \frac{718}{711} \times \frac{714}{718} \times \frac{722}{711} =$$

$$= \frac{714}{711} = \frac{\text{م د ع ك}}{\text{م د ع ك}}$$

من كل ما سبق يتضح لنا ما يلي :

أولاً : الأرقام القياسية التى تجتاز الاختبار الأول (الانعكاس فى الزمن)
هى :

- ١ - الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار والكميات .
- ٢ - الرقم القياسى لمارشال وإدجوارث كوسط حسابى ووسط هندسى للأسعار والكميات .
- ٣ - الرقم القياسى لفيشر للأسعار والكميات .
- ٤ - الوسط الهندسى البسيط للمناسيب .

ثانياً : الأرقام القياسية التى تجتاز الاختبار الثانى (الانعكاس فى
المعامل) فقد إقتصرت على الرقم القياسى لفيشر للأسعار والكميات .

وعليه فالرقم القياسى الذى إجتاز الاختبارين فى نفس الوقت هو الرقم
القياسى لفيشر (للأسعار والكميات) لذا أطلق عليه الرقم القياسى الأمثل .
ثالثاً : إن باقى الأرقام الأخرى لا تجتاز أى من الاختبارين السابقين .

تعديل نقطة الأساس

قد يتطلب الأمر منا تغيير نقطة الأساس لرقم قياسى معين (*) لأكثر

(*) رقم قياسى للأسعار أو للكميات أو الإنتاج ... الخ.

من سبب، أولهما لجعل نقطة الأساس حديثة نسبياً خاصة إذا ما كانت نقطة الأساس بعيدة نسبياً، وثانيهما، لتوحيد أساس رقمين قياسين أساسهما مختلف وذلك لتسهيل المقارنة بينهما، ويتضح لنا ما تقدم من معالجة المثالين التاليين:

مثال (١١) :

البيانات التالية للرقم القياسي للإنتاج الزراعي (١٩٦٥ = ١٠٠ خلال السنوات من ١٩٨٥ حتى ١٩٩٥ .

جدول (١٢)

سنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥
الإنتاج الزراعي (١٩٦٥=١٠٠) %	٨٠	٩٥	١٠٥	١١٥	١٢٠	١٢٠	١٢٥	١٢٢	١٥٠	١٥٥	١٦٠

والمطلوب : تعديل نقطة أو سنة الأساس إلى سنة ١٩٨٥ .

الحل :

يتم تغيير نقطة الأساس من عام ١٩٦٥ إلى عام ١٩٨٥ في المثال السابق وفقاً لما يلي :

يتم قسمة كل رقم قياسي من الأرقام القياسية في سلسلة الأرقام المعطاه عاليه على قيمة الرقم القياسي لعام ١٩٨٥ (نقطة أو سنة الأساس الجديدة) وضرب الناتج $\times ١٠٠$ ، ونفس الأمر مع الأرقام القياسية للسنوات التالية لعام ١٩٨٥ أى أن :

$$\text{الرقم القياسي للإنتاج الزراعي عام ١٩٨٥} = ١٠٠ \times \frac{٨٠}{٨٠} = ١٠٠$$

$$\% 118,75 = 100 \times \frac{90}{80} = \text{الرقم القياسي للإنتاج الزراعي عام 1986}$$

$$\% 131,25 = 100 \times \frac{100}{80} = \text{الرقم القياسي للإنتاج الزراعي عام 1987}$$

$$\% 143,75 = 100 \times \frac{110}{80} = \text{الرقم القياسي للإنتاج الزراعي عام 1988}$$

$$\% 150 = 100 \times \frac{120}{80} = \text{الرقم القياسي للإنتاج الزراعي عام 1989}$$

وهكذا في السنوات التالية حتى :

$$\% 200 = 100 \times \frac{160}{80} = \text{الرقم القياسي للإنتاج الزراعي عام 1990}$$

وتصبح سلسلة الأرقام القياسية بعد التعديل كما يلي :

جدول (١٣)

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥
الإنتاج الزراعي (١٩٨٥=١٠٠) I	١٠٠	١١٨,٧٥	١٣١,٢٥	١٤٣,٧٥	١٥٠	١٦٠	١٦٨,٧٥	١٧٢,٥	١٨٧,٥	١٩٣,٧٥	٢٠٠

مثال (١٢) :

فما يلي سلسلتين من الأرقام القياسية الأولى أساسها عام ١٩٩٠
والثانية أساسها عام ١٩٩٥ والمطلوب إكمال بيانات السلسلتين :

جدول (١٤)

البيان السنة	السلسلة الأولى ١٠٠ = ١٩٩٠ %	السلسلة الثانية ١٠٠ = ١٩٩٥ %
١٩٩٠	١٠٠	ص١
١٩٩١	٩٠	ص٢
١٩٩٢	١١٠	ص٣
١٩٩٣	١١٥	ص٤
١٩٩٤	١٢٥	ص٥
١٩٩٥	١٣٠	١٠٠
١٩٩٦	ص١	١١٠
١٩٩٧	ص٢	١٤٠
١٩٩٨	ص٣	١٥٠

أولاً : لإستكمال السلسلة الأولى التى أساسها عام ١٩٩٠ توجد الرقم القياسى للسنوات من ١٩٩٦ حتى ١٩٩٨ إلى أرقام تتبع السلسلة الثانية ويتم ذلك وفقاً لما يلي :

لما كان الرقم القياسى فى السلسلة الأولى لعام ١٩٩٥ = ١٣٠ وكان الرقم القياسى فى السلسلة الثانية لنفس العام (١٩٩٥) = ١٠٠ فإن النسبة بينهما هى ١٣٠ : ١٠٠ وهى النسبة التى تسود فى السنوات التالية لعام

١٩٩٥ ويضرب الأرقام القياسية المطلوبة في السنوات المناظرة من السلسلة الثانية في هذه النسبة نحصل على ص ، ص ، ص ، ص كما يلي :

$$\text{الرقم القياسي لعام ١٩٩٦ (ص)} = ١١٠ \times \frac{١٣٠}{١٠٠} = ١٤٣$$

$$\text{الرقم القياسي لعام ١٩٩٧ (ص)} = ١٤٠ \times \frac{١٣٠}{١٠٠} = ١٨٢$$

$$\text{الرقم القياسي لعام ١٩٩٨ (ص)} = ١٥٠ \times \frac{١٣٠}{١٠٠} = ١٩٥$$

معنى ذلك أن الرقم القياسي لعام ١٩٩٦ في السلسلة الأولى المناظر للرقم القياسي ١١٠ لنفس العام في السلسلة الثانية يكون مساوياً $١١٠ \times ١,٣ (١٤٣\%)$ وهكذا بالنسبة لباقي السنوات ١٩٩٧، ١٩٩٨.

ثانياً : لإستكمال السلسلة الثانية لتلى أساسها عام ١٩٩٥ نوجد الرقم القياسي للسنوات من ١٩٩٠ حتى ١٩٩٤ إلى أرقام تتبع السلسلة الأولى ويتم ذلك باحدى طريقتين:

أولهما لما كان الرقم القياسي في السلسلة الثانية عام ١٩٩٥ = ١٠٠، وكان الرقم القياسي في السلسلة الأولى لنفس العام (١٩٩٥) = ١٣٠ فإن النسبة بينهما هي ١٠٠ : ١٣٠ وهي النسبة التي تسود في السنوات السابقة لعام ١٩٩٥، ويضرب الأرقام القياسية المعطومة في السنوات المناظرة من السلسلة الأولى في هذه النسبة $(\frac{١٠٠}{١٣٠})$ نحصل على ص ، ص ، ص ، ص ، ص ، ص ، ص ، ص كما يلي :

$$\text{الرقم القياسي عام ١٩٩٠ (ص١)} = \frac{100}{130} \times 100 = 76,92$$

$$\text{الرقم القياسي عام ١٩٩١ (ص٢)} = \frac{100}{130} \times 90 = 69,23$$

$$\text{الرقم القياسي عام ١٩٩٢ (ص٣)} = \frac{100}{130} \times 110 = 84,62$$

$$\text{الرقم القياسي عام ١٩٩٣ (ص٤)} = \frac{100}{130} \times 115 = 88,46$$

$$\text{الرقم القياسي عام ١٩٩٤ (ص٥)} = \frac{100}{130} \times 125 = 96,15$$

ثانيهما : بعد إكمال الأرقام القياسية للسلسلة الأولى التي أساسها عام = ١٩٩٠ يمكن إكمال أرقام السلسلة الثانية التي أساسها عام = ١٩٩٥ بقسمة كل رقم من أرقام السلسلة الأولى السابقة لعام ١٩٩٥ على الرقم القياسي لعام ١٩٩٥ (١٣٠) في نفس السلسلة الأولى ثم الضرب $\times 100$ فنحصل على ص١ ، ص٢ ، ص٣ ، ص٤ ، ص٥ في السلسلة الثانية بنفس القيم التي جاءت بالطريقة الأولى وهي ٧٦,٩٢ ، ٦٩,٢٣ ، ٨٤,٦٢ ، ٨٨,٤٦ ، ٩٦,١٥ على الترتيب وتصبح السلسلتين الزمنيين بعد الإكمال كما يلي :

جدول (١٥)

السلسلة الثانية ١٩٩٥ - ١٩٩٠	السلسلة الأولى ١٩٩٥ - ١٩٩٠	البيان السنة
٧٦,٩٢	١٠٠	١٩٩٠
٦٩,٢٣	٩٠	١٩٩١
٨٤,٦٢	١١٠	١٩٩٢
٨٨,٤٦	١١٥	١٩٩٣
٩٦,١٥	١٢٥	١٩٩٤
١٠٠	١٣٠	١٩٩٥
١١٠	١٤٣	١٩٩٦
١٤٠	١٨٢	١٩٩٧
١٥٠	١٩٥	١٩٩٨

الأرقام القياسية المتحركة

إن أسعار السلع - أيا كانت - تتغير من زمان إلى زمان، فيتم استخدام الأرقام القياسية للأسعار (زمانية) وذلك بتحديد السعر لوحدة قياس محددة من السلعة أو السلع في نقطة زمانية يتم إختيارها هي نقطة أو سنة الأساس) ثم نسبها إلى سعر نفس السلعة - أو السلع - عند النقطة الزمانية التي يراد قياس التغير أو المقارنة عندها (نقطة أو سنة المقارنة) .

وحتى نطمئن إلى صحة المقارنة السابقة، وتحقيق الاستفادة المرجوه وللأطمئنان إلى نتائج الأرقام القياسية للأسعار - أو خلافاً - بالنسبة إلى سنة الأساس، وخاصة إذا كانت بعيدة عن سنة المقارنة، أن نكون على يقين تام أو إلى درجة عالية - من أن الظروف ما زالت ثابتة، أو تقريباً على ما هي عليه خلال المدة بين سنتي الأساس والمقارنة للرقم القياسي المنشأ ، لكن ما سبق نادراً ما يحدث لأن الزمن كفيل بإحداث تغييرات كبيرة في الظروف المحيطة بالسلع التي نبحثها والداخلية في تركيب الأرقام القياسية ومن أهم هذه التغيرات - ما يحدث بسبب إختلاف وتغير أنواق المستهلكين من ناحية أو بسبب طموحات الإنسان وتطلعاته من ناحية أخرى أو أن يحدث تغير جذري في أساليب إنتاج سلعة يؤثر جذرياً في سعرها - أن تكون السلعة شائعة الإستهلاك في سنة الأساس في حين يقل أو ينعدم إستهلاكها في سنة المقارنة ، والعكس قد توجد بعض السلع لم تكن معروفة من قبل، أو على الأقل تزداد الأهمية النسبية لسلع ما أو نقل الأهمية للنسبية لسلع أخرى، أي تتغير الأهمية النسبية بين السلع التي

تدخل فى تركيب الرقم القياسيين فترة الأساس وفترة المقارنة وبالطبع غالباً ما يحدث من التغيرات السابقة إما كلها أو بعضها، خاصة إذا طالت أو اتسع الفارق الزمنى بين سنتى الأساس والمقارنة ، وحتى نقضى على مشكلة عدم ثبات الظروف المحيطة والمشار إليها عاليه - أى تلافيها - فإننا نلجأ إلى تركيب الأرقام للقياسية المتسلسلة (Link Index) أو المتحركة وهى عبارة عن سلسلة من الأرقام القياسية فيها تكون سنة الأساس لكل منها هى السنة السابقة لها أى نحرك الأساس دورياً كل سنة.

وهذه الأرقام القياسية المتحركة - حسب تركيبها - عن طريقها نقارن أى ظاهرة فى أى فترة زمنية بنظيرتها فى الفترة السابقة لها مباشرة لأى تركيبة من تراكييب الأرقام القياسية السابقة.

فمن الجدول الآتى يمكن إعداد السلسلة المتحركة التالية:

جدول (١٦)

السنة	١٩٩٠	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٥
السعر (ع)	٣٠٠ (ع)	١٢٠ (ع)	١٥٠ (ع)	١٧٠ (ع)	٢٠٠ (ع)	٣٠٠ (ع)

سلسلة الأرقام القياسية للأسعار منسوب السعر لسلسلة ما :

$$= \left(\frac{١٤}{٤} \times \frac{٢}{١٤} \times \frac{٢}{٢} \times \frac{٤}{٢} \times \frac{٤}{٤} \right) \times ١٠٠$$

فحصل على سلسلة الأرقام ع_{١٠}، ع_{١١}، ع_{١٢}، ع_{١٣}، ع_{١٤}.

$$= \left(\frac{120}{100} \times \frac{150}{120} \times \frac{170}{150} \times \frac{200}{170} \times \frac{300}{200} \right) \times 100 =$$

$$= 120\% ، 125\% ، 126\% ، 117\% ، 150\%$$

وبذلك يكون الأساس في السلسلة السابقة متحركاً وليس ثابتاً :

ومعنى ذلك أن أسعار هذه السلعة

(١) زادت في عام ٩١ عنه في عام ٩٠ بنسبة ٢٠٪

(٢) زادت في عام ٩٢ عنه في عام ٩١ بنسبة ٢٥٪

(٣) زادت في عام ٩٣ عنه في عام ٩٢ بنسبة ٣٦٪

(٤) زادت في عام ٩٤ عنه في عام ٩٣ بنسبة ١٧,٥٪

(٥) زادت في عام ٩٥ عنه في عام ٩٤ بنسبة ٥٠٪

ويجب أن ننوه هنا أنه في مثل هذه السلسلة السابقة، إذا أردنا أن تكون المقارنة للأسعار، مثلاً بين الأسعار في فترة معينة والأسعار في فترة سابقة تبعد عنها بفترات - أربع أو خمس سنوات مثلاً - فما علينا إلى ضرب الأرقام القياسية المتتالية في بعضها البعض حتى نصل إلى الفترة المطلوب المقارنة بها، وبذلك تتوافر في الرقم القياسي للمرونة والحركة، مع تغيير فترة الأساس من وقت لآخر - بطريقة غير مباشرة - كلما تغيرت الظروف، وبالطبع فإن المرونة السابقة لا تتوافر في الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت السابق لنا دراستها في الأجزاء الأولى من هذا الفصل.

فمثلاً من الجدول السابق إذا أردنا مقارنة أسعار هذه السلعة في سنة ١٩٩٥ بالنسبة لسنة ١٩٩١ كأساس فإن ذلك يتم كما يلي :

$$٢٥٠ = ١٠٠ \times \frac{٣٠٠}{١٢٠} = ١٠٠ \times \left(\frac{٣٠٠}{٢٠٠} \times \frac{٢٠٠}{١٧٠} \times \frac{١٧٠}{١٥٠} \times \frac{١٥٠}{١٢٠} \right) =$$

أى أن الأسعار عام ١٩٩٥ زادت عن نظيرتها في عام ١٩٩١ كأساس نسبة ١٥٠٪.

وعليه فإنه إذا أردنا إيجاد منسوب السعر في السنة الدولية (ن) منسوباً إلى منسوب السعر للسنة (٣) مثلاً فإن :

$$١٠٠ \times \frac{ن}{٣} = م$$

أى منسوب السعر في السنة (ن) بالنسبة لمنسوب السعر في السنة الثالثة.

$$١٠٠ \times \left(\frac{ع}{٤} \times \frac{ع}{٤} \times \dots \times \frac{١-ن}{٢-ن} \times \frac{ع}{١-ن} \right) =$$

ويطلق على هذه الخاصية (بالخاصية الدورية) وهذه الخاصية تنطبق على الأرقام القياسية البسيطة فقط بعكس الأرقام القياسية المرجحة فلا تنطبق عليها خاصية الدورية^(٥).

(*) إلا إذا كانت الترجيحات بالكميات متساوية أى أن :

$$ك_١ = ك_٢ = ك_٣ = \dots = ك_ن$$

مميزات الرقم القياسى المتحرك :

١ - إمكانية تكيف تركيب أى رقم قياسى بما يتلاءم مع حالته فى كل سنة من حيث :

(أ) إدخال أو إضافة سلع جديدة، أو حذف سلع قديمة طبقاً لعظم أو قلة شأنها فى السوق.

(ب) تعديل الأهمية النسبية بين السلع الداخلة فى تركيب الرقم القياسى المتحرك بما يتناسب مع ظروفها فى كل سنة، وبمعنى آخر إمكانية أخذ التغيرات الأساسية فى الإنتاج والتوزيع والأنماط الاستهلاكية فى الاعتبار مثل هذه الأرقام القياسية المتحركة.

٢ - المرونة التى تتصف بها الأرقام القياسية المتحركة، بما يعكس على اعطاء مقارنات دقيقة للتغيرات من سنة لأخرى بعكس الأرقام القياسية ذات الأساس الثابت حيث يتم فيها الترجيح بأوزان ثابتة طوال السنين للسلسلة مما لا يتماشى مع الظروف المحيطة بالسلع الداخلة فى تركيب الرقم القياسى الثابت.

تقارين (٨)

(١) فيما يلى بيان بأسعار وكميات السلع أ ، ب ، ح فى السنوات ١٩٩٠ ، ١٩٩٥ .

السلعة	١٩٩٠		١٩٩٥	
	السعر	الكمية	السعر	الكمية
أ	١٠٠	٦٠	١٢٠	٧٠
ب	١٢٠	٨٠	١٠٠	٩٠
ح	١٥٠	١٠٠	٢٠٠	١٢٠

المطلوب : حساب الأرقام القياسية التالية :

١ - الرقم القياسى التجميعى البسيط للأسعار .

٢ - رقم باشى للأسعار .

٣ - رقم فيشر للكميات .

٢ - (أ) بمعلومية البيانات التالية إحسب كل من الأرقام القياسية التالية للأسبير، ومارشال وأجوارث ، وياشى، وفيشر، للأسعار والكميات .

السلعة	فترة المقارنة		فترة الأساس	
	ك	ع	ك	ع
أ	١٥٠٠٠	٧٠	١٢٠٠٠	٦٠
ب	٤٥٠٠٠	٣٠	٤٠٠٠٠	٢٠
ح	٢٥٠٠٠	٢٠	٢٠٠٠٠	١٠
د	٢٠٠٠٠	١٠	١٠٠٠٠	٥

(ب) إختبر الأرقام القياسية السابقة فى الانعكاس فى الزمن والانعكاس فى المعامل.

٣ - إحسب الرقم القياسى الأمل لفيشر (أسعار ، وكميات) من البيانات التالية:

السلعة	ع.	ع.	ك.	ك.
أ	٢	٥	١٠	١٢
ب	٣	٦	٨	٦
ح	٥	٨	٢	٣

٤ - بمطومية البيانات السابقة فى (٣) إحسب كل من :

(أ) الرقم القياسى للاسبير للاسعار والكميات ٢ - الرقم القياسى لباشى للأسعار ٣ - الرقم القياسى لمارشال وإدجوارث للأسعار .

السلع	كـ	عـ	كـ	عـ
أ	١٠٠٠٠	٧٠	١٢٠٠٠	٨٠
ب	٣٠٠٠٠	٣٠	٤٠٠٠٠	٤٠
جـ	١٥٠٠٠	٢٠	٢٠٠٠٠	٣٠
د	٢٠٠٠٠	١٠	٣٠٠٠٠	١٥

(ب) لاختير الأرقام القياسية السابقة في الانعكاس في الزمن والانعكاس في المعامل.

- ٥ - لحسب الأرقام القياسية للمناسيب المرجحة للأسعار والكميات: في التمرين رقم (١) ، والتمرين رقم (٢) السابقين:
- ٦ - فيما يلي أسعار وكميات ثلاث سلع في عامي ١٩٩٠ ، ١٩٩٥ .

السلعة	١٩٩٠		١٩٩٥	
	عـ	كـ	عـ	كـ
أ	٣٠	١٠	٤٠	١٥
ب	٧٠	٢٠	١٠٠	٣٠
جـ	١١٠	٨٠	١٥٠	١٠٠

إحسب كل من :

١ - الوسط الحسابى البسيط لمناسيب الأسعار ومناسيب الكميات .

٢ - الوسط الهندسى البسيط لمناسيب الأسعار ومناسيب الكميات .

٧ - (أ) احسب كل من الأرقام القياسية لمناسيب الأسعار المرجحة فى التمرين رقم (٦) السابق بإستخدام الرقم القياسى المرجح للمناسيب بإستخدام كافة الترجيحات المختلفة الممكنة .

(ب) إختبر الأرقام القياسية التى حصلت عليها من حيث الأنعكاس فى الزمن والأنعكاس فى المعامل .

٨ - فيما يلى بيان بعدد العمال ومتوسط الأجور الشهرية بالجنيه فى ثلاث مناطق (أ ، ب ، ح) فى عامى ١٩٩٠ ، ١٩٩٥ على التوالى:

عدد العمال		متوسط الأجور الشهرية		المنطقة
١٩٩٥	١٩٩٠	١٩٩٥	١٩٩٠	
١٤٠٠٠	٩٠٠٠	٤٥٠	٢٥٠	أ
١٥٠٠	١٠٠٠	٥٥٠	٣٠٠	ب
٤٥٠٠	٤١٠٠	٧٠٠	٤٠٠	ح

والمطلوب :

- ١ - تكوين رقما قياسياً للأجور باستخدام الرقم القياسى لباشى .
- ٢ - تكوين رقما قياسياً للأجور باستخدام الرقم القياسى للاسيير .
- ٣ - إستنتاج رقم فيشر للأجور .
- ٤ - ما هو أفضل الأرقام السابقة ؟ ولماذا ؟
- ٩ - الجدول الآتى يبين منسوب السعر لإحدى السلع فى السنوات ١٩٩٠ حتى ١٩٩٥ باعتبار سنة الأساس (١٩٩٠) وبأساس متحرك (أى رقم متسلسل) والمطلوب استكمال بيانات هذا الجدول .

السنة	منسوب السعر	
	١٩٩٠ = ١٠٠	أساس متحرك
١٩٩٠	١٠٠	١٠١
١٩٩١	١٠٦	١٠٣
١٩٩٢	١٠٨	١٠٢
١٩٩٣	١١٢	١٠٤
١٩٩٤	١١٤	١٠٥
١٩٩٥	١١٥	١٠٥

الفصل العاشر

السلاسل الزمنية (TIME SERIES) تحليلها وقياس مكوناتها

مقدمة :

أولاً : نلاحظ ظواهر كثيرة في حياتنا ذات علاقة بالزمن سواء تعلق الأمر بظواهر تجارية وإقتصادية أو بغيرها من الظواهر المختلفة، فمن الملاحظ حدوث تغير في المؤشرات الاقتصادية والتجارية للمؤسسات التجارية والدول عبر الزمن، فيحدث تغير في مستوى الإنتاج سواء أكان صناعياً أو زراعياً أو للصادرات أو للواردات أو لفائض الميزان التجاري، أو في ميزان المدفوعات ... الخ ، لأحدى الدول أو لمجموعة الدول من سنة لأخرى بمرور الزمن ، وهكذا الأمر بالنسبة للمؤسسات التجارية المختلفة ، فيختلف مستوى نشاطها الإنتاجي ، والبيعي وصافي دخلها من سنة لأخرى أى بمرور الزمن .

فإذا أمكننا ترتيب قيم ظاهرة ما أو مجموعة من الظواهر السابقة وفقاً لزمان حدوثها نتج لنا سلسلة زمنية لمثل هذه الظاهرة أو مجموعة هذه الظواهر، ويفضل أن يتم الترتيب السابق وفقاً لفترات زمنية متساوية قد تكون يوماً أو أسبوعاً أو شهراً أو ربع سنة أو نصف سنة أو سنة على حسب طبيعة الظاهرة والتغير فيها، وعليه يمكن تعريف السلسلة الزمنية لأى ظاهرة بأنها : مجموعة البيانات أو القيم لمثل هذه الظاهرة مرتبة تتابعياً حسب أزمنة حدوث هذه الظاهرة لمدة محددة على فترات زمنية متساوية ، وعليه فإن

أى سلسلة زمنية تحتوى على متغيرين أولهما الزمن وليكن (س مثلاً وهو المتغير المستقبل) ، والآخر هو قيمة الظاهرة وليكن (ص مثلاً وهو المتغير التابع) .

وعليه فيمكن أن نشير إلى بيانات أو قيم الظاهرة بالرمز (ص) أى قيم السلسلة محل الدراسة بالترتيب بالقيم ص_١ ، ص_٢ ، ص_٣ ، ... ص_١ ، ... ص_٢ ن يقابلها الأزمنة س_١ ، س_٢ ، س_٣ ، ... س_١ ، ... ، س_٢ بنفس الترتيب.

وتنشر الأجهزة الإحصائية المختصة فى كثير من الدول سواء على مستوى هذه الدول أو على مستوى المؤسسات بها سلاسل زمنية لأرقام ظواهر مختلفة عن مدد محددة فى الماضى ومن أمثلتها على سبيل المثال لا الحصر.

- ١ - السلاسل الزمنية لأرقام الدخل القومى خلال مدة محددة .
- ٢ - السلاسل الزمنية لأرقام معدلات الزيادة فى الإنتاج أى كان نوعه خلال مدة محددة .
- ٣ - السلاسل الزمنية لأرقام متوسط الدخل الفردى للسكان خلال مدة محددة .
- ٤ - السلاسل الزمنية لأرقام الصادرات أو الواردات ككل أو على حسب السلعة أو الخدمة - خلال مدة محددة .
- ٥ - السلاسل الزمنية لأرقام عدد السكان - ككل أو على حسب النوع .. الخ خلال مدة محددة .

- ٦ - السلاسل الزمنية لأرقام المواليد - ككل أو على حسب النوع - خلال مدة محددة
- ٧ - السلاسل الزمنية لأرقام الوفيات - ككل أو على حسب النوع - خلال مدة محددة.
- ٨ - السلاسل الزمنية لأرقام طلبة المدارس أو الجامعات خلال مدة محددة.
- ٩ - السلاسل الزمنية لأرقام خريجي الجامعات ككل أو على حسب الكليات خلال مدة محددة.
- ١٠ - السلاسل الزمنية لأرقام البطالة خلال مدة محددة.
- ١١ - السلاسل الزمنية لعدد المباني السكنية وفقاً لمستوياتها خلال مدة محددة.
- ١٢ - السلاسل الزمنية سنوياً أو فصلياً أو شهرياً لمبيعات المحلات - ككل أو حسب الصنف - خلال مدة محددة.
- ١٣ - السلاسل الزمنية لأرقام للإنتاج الصناعي لأهم المؤسسات خلال مدة محددة.
- ١٤ - السلاسل الزمنية لأسعار الأسهم المختلفة والتغيرات الدورية لهذه الاسعار خلال مدة محددة.
- ١٥ - السلاسل الزمنية للأرقام القياسية لنفقة المعيشة - ككل أو في الحضر أو الريف - خلال مدة محددة.

ثانياً : إن التخطيط والرقابة واتخاذ القرارات السليمة من أهم المتطلبات على مستوى الدول أو المناطق أو الإدارة العليا بأى مؤسسة سواء أكانت تجارية أو خدمية ولا يتأتى ذلك إلا بالتنبؤ بالمستقبل فى كافة النشاطات فى المجالات المختلفة.

ومما لا شك أنه بالإمكان الاستدلال حول مستقبل ظاهرة ما أو عدة ظواهر بناء على ما حدث لها فى الماضى أو يحدث لها فى الحاضر باستخدام أساليب الانحدار مثلاً وبعض الأساليب الأخرى للحصول على تقدير مثل هذه الظواهر فى المستقبل.

ثالثاً : يعتبر تحليل السلاسل الزمنية من أهم أساليب الاستدلال الاحصائى حول المستقبل بناء على أحداث الماضى والحاضر حيث تبين السلسلة الزمنية التغير الذى يحدث فى قيم ظاهرة ما كدالة فى الزمن ،

وعليه فالتحليل الاحصائى للسلاسل الزمنية المختلفة يؤدى إلى :

١ - تحديد ماهية التغيرات السابقة والحاضرة فى سلسلة زمنية محددة.

٢ - تحديد السلوك - أو توصف المجرى - لبيانات الظاهرة موضوع الدراسة ثم قياس التغيرات المختلفة بفعل المؤثرات أو المكونات المختلفة على أو لهذه الظاهرة وهو هدف وصفى يمكن عن طريقة تفسير واستنباط أثر بعض العوامل التاريخية على سلوك الظاهرة محل الدراسة .

٣ - الاستفادة من تحديد السلوك والتغيرات المختلفة للمؤثرات أو المكونات المختلفة للظاهرة السابقة - بفرض التشابه فى التنبؤ التجريبي للظروف التى سادت فى الماضى - بما يمكن أن تكون عليه قيم هذه

الظاهرة فى المستقبل أو فى سنوات أو الأزمنة فى الماضى ليس لدينا عنها بيان فى بعض الأحيان .

وعلى سبيل المثال يمكن الاستفادة من تحليل السلاسل الزمنية فى المجال التجارى والاقتصادى بالتنبؤ فى مجالات الإنتاج والمبيعات فى أى صناعة من حيث القيم أ والأسعار النهائية أو أسعار المواد الخام ، أو المواد نصف المصنعة ... الخ ، حيث يتم إستخدام التنبؤات السابقة فى مجالات تحديد الميزانيات التقديرية وتحديد سياسات الإنتاج والسياسات البيعية ، وسياسات التمويل وسياسات العمالة ، والسياسات المحاسبية فى المؤسسات التى تأخذ تحليل مثل هذه السلاسل الزمنية - كأسلوب مساعد فى التخطيط والرقابة بها (*) .

٤ - تحديد وفصل قيم المؤثرات أو المكونات المختلفة على السلسلة الزمنية سواء فى الماضى أو الحاضر أو المستقبل .

رابعاً : يمكن تمثيل أى سلسلة زمنية بيانياً - أى كان نوعها - وذلك بتحديد الزمن (س) على المحور الأفقى - بمقياس رسم معين - وبيانات أو قيم الظاهرة (ص) على المحور الرأسى - بمقياس رسم آخر - وبعد تحديد إحداثيات النقاط المختلفة لقيم السلسلة الزمنية يمكننا أن نصلها بمنحنى باليد فنحصل على ما يطلق عليه « بالمنحنى التاريخى للسلسلة الزمنية » وهو أمر هام بالنسبة لأى سلسلة زمنية نهدف التعرف على الشكل العام التاريخى لسلوك هذه الظاهرة وقد يكون هذا المنحنى فى شكل مستقيم أو شبه مستقيم أو منحنى من الدرجة الثانية أو درجات أعلى من

(*) إن دراسة تحليل السلاسل الزمنية ستفيد الدارس فى مجالات العلوم الإدارية ، والمحاسبية والاقتصادية المختلفة .

ذلك لأنه إذا أظهرت سلسلة زمنية لظاهرة ما إتجاهاً عاماً محدداً خلال فترة زمنية طويلة نسبياً من الزمن، فمن المتوقع أن يستمر حدوث هذا الإتجاه العام في المستقبل أيضاً خصوصاً في المستقبل القريب نسبياً ويعتبر احتمال إستمرار الإتجاه العام للسلسلة الزمنية للظاهرة في المستقبل أساساً معقولاً للتنبؤ.

ويتضح لنا ما سبق من المثال التالي :

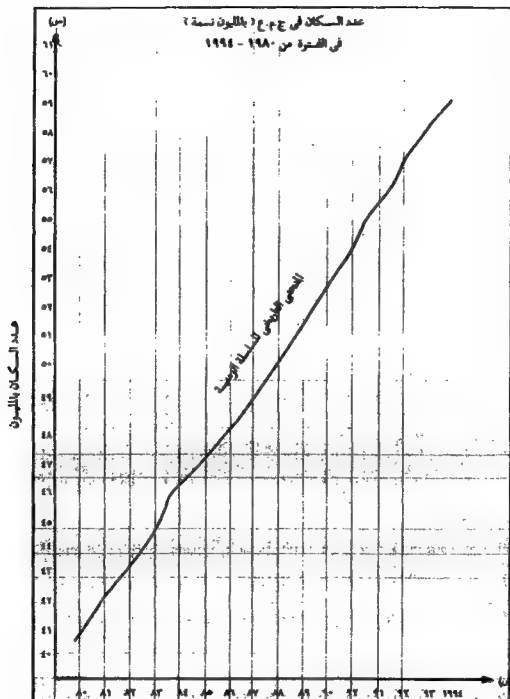
مثال (١) فيما يلي تقديرات عدد السكان في منتصف العام في
ج.م.ع خلال المدة من ١٩٨٠ - ١٩٩٤

جدول (١٧) (بالألف نسمة)

السنة (ب)	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
عدد السكان (أ)	٤٦٦٦١	٥٧٦٦١	٥٨٧٦١	٥٩٨٦١	٦٠٩٦١	٦٢٠٦١	٦٣١٦١	٦٤٢٦١	٦٥٣٦١	٦٦٤٦١	٦٧٥٦١	٦٨٦٦١	٦٩٧٦١	٧٠٨٦١	٧١٩٦١

المصدر : الكتاب الإحصائي السنوي يونيو ١٩٩٥ .

والمطلوب : تحديد المنحنى التاريخي لهذه السلسلة الزمنية .



السنوات
الشكل رقم (٤٢)

وبالطبع فإن الاتجاه العام لهذه السلسلة هو الزيادة في عدد السكان، وعليه نتوقع زيادة في السكان في ج*م*ج خلال الفترة القادمة حتى سنة ٢٠٠٠ مثلاً ويمكن حساب الزيادات السنوات حتى هذا التاريخ باستخدام بيانات السلسلة الزمنية السابقة ، وهكذا الأمر بالنسبة لكافة السلاسل الزمنية للظواهر الأخرى.

ومما تجدر الإشارة إليه هنا قبل الدخول في مكونات السلسلة الزمنية وتحليلها، أن نشير إلى ما يلي :

١ - إن مستوى التغير في نقطة زمنية بسلسلة زمنية لا تعتمد على مستوى التغير في نقطة زمنية سابقة بنقص السلسلة الزمنية بصفة مطلقة، ذلك لأن قيم الظاهرة (ص) ليست مستقلة تماماً عن بعضها البعض تمام الاستقلال، حيث أن قيمة الظاهرة في أي نقطة زمنية هي حسيطة لتفاعل مؤثرات أو متغيرات متعددة اقتصادية واجتماعية ونفسية وأخرى من ناحية، بجانب اختلاف الأهمية النسبية لكل مؤثر منها عبر الزمن في قيمة الظاهرة في هذه النقطة من ناحية أخرى، ومن أمثلة هذه المؤثرات تغير كل من عدد السكان والناات القومي الإجمالي، والتطور التكنولوجي، وأنواع المستهلكين، والسياسات الحكومية، والعلاقات الدولية، والطقس أو الجو، والعادات والتقاليد، والأعياد والمواسم، والحروب، والثورات، والفيضانات، والأوبئة والزلازل ... الخ.

ونظراً لصعوبة قياس أثر كل عامل من المؤثرات السابقة في سلوك الظاهرة أو السلسلة الزمنية موضوع القياس لصعوبته في بعض الأحيان ولاستحالاته في أحيان أخرى، لكل ذلك فإننا نلجأ إلى افتراض مؤداه أن قيم المتغير من دلالة في الزمن أي

$$ص = د (ص)$$

وهذا يعنى أننا نعتبر الزمن (س) هو المتغير المستقل الوحيد والذي يمثل المحصلة النهائية لتأثير العوامل الكثيرة الأخرى على الظاهرة موضوع البحث .

٢ - إن درجة الخطأ فى التنبؤ عكسية مع طول فترة التنبؤ، وبمعنى آخر تزداد درجة دقة التنبؤ بقصر الفترة المستقبلية للتنبؤ والعكس صحيح وعليه فإن درجة التنبؤ لسنة قادمة أكثر دقة من درجة التنبؤ لخمس سنوات قادمة.

ومن ناحية أخرى فإن درجة الدقة فى التنبؤ طردية مع طول الفترة الزمنية للسلسلة الزمنية، أى أنه كلما طالت الفترة الزمنية لسنوات السلسلة الزمنية كلما زادت دقة التنبؤ والعكس صحيح.

لذا فإن المدة الزمنية لأى سلسلة زمنية يجب ألا تقل عن ٦ فترات زمنية.

وفى كافة الأحوال فإن التنبؤ الذى يتم فى فترات يسودها كل من الثبات والاستقرار بالنسبة للظاهرة موضوع الدراسة يكون أكثر دقة من التنبؤ الذى يتم فى فترات لا يسودها هذا الاستقرار.

مكونات (Components) السلسلة الزمنية وتحليلها

أن التحليل الاحصائي لآى سلسلة زمنية يعنى:

١ - تفكيكها إلى مكوناتها الأساسية المؤثرة على سلوك بيانات أو قيم هذه السلسلة الزمنية وقد أمكن تصنيف تحركات أى سلسلة زمنية فى أربعة متغيرات هى :

- (أ) تغيرات الاتجاه العام
- (ب) التغيرات الموسمية.
- (ج) التغيرات العشوائية (العرضية).
- (د) التغيرات الدورية.

٢ - دراسة أساليب قياس التغيرات المختلفة التى تتضمنها السلسلة الزمنية وطرق فصل تأثير كل مكون منها عن باقى مكونات السلسلة وذلك للتعرف على التغيرات التى تتبع كل مكون منها من حيث طبيعته ومقداره واتجاهه ... الخ.

٣ - دراسة وفحص بعض طرق التنبؤ باستخدام السلاسل الزمنية حيث أن الهدف من تحليل سلوك أى سلسلة زمنية هو إستخدامه فى التنبؤ بقيمة كل مكون فى المستقبل.

٤ - تحديد نموذج السلسلة الزمنية (Time Series model) وذلك يعنى تحديد لعلاقة السلسلة بمكوناتها الرئيسية عند نقطة معينة (وليكن (ن) سواء بالنسبة للإتجاه العام (ت_ن) أو للمتغير العشوائى، (ع_ن) أو للمتغير الموسمى (م_ن) أو للمتغير الدورى (د_ن) وهناك نموذجين يستخدمان فى

هذا المجال كتقريب جيد للعلاقة بين مكونات السلسلة الزمنية التي نظهرها البيانات.

أولهما : نموذج حاصل الجمع (Additive model) وهو يفترض أن القيمة الأصلية للسلسلة هي حاصل جمع المكونات الأربعة المكونة للسلسلة

$$\text{أى أن: ص} = \text{ت} + \text{م} + \text{د} + \text{ع} \quad \dots \dots \dots (١)$$

وثانيهما : نموذج حاصل الضرب (Multiplication model) ويفترض أن القيمة الأصلية للسلسلة الزمنية هي حاصل ضرب مكوناتها الأربعة أى أن:

$$\text{ص} = \text{ت} \times \text{م} \times \text{د} \times \text{ع} \quad \dots \dots \dots (٢)$$

والنموذج الثانى هو النموذج شائع الاستخدام، ذلك لأنه يعطى لكل مكون من المكونات الأربعة أهميته النسبية بجانب سهوله تطبيقه عن النموذج الأول.

كما أن فى النموذج الثانى للسلسلة الزمنية، يتم التعبير عن مكون الاتجاه العام فى صورة قيمة عددية أى بوحدات البيانات الأصلية بينما يتم التعبير عن كل مكون من المكونات الأخرى للسلسلة الزمنية - التغيرات الموسمية والدورية والعشوائية - فى صورة نسب مئوية تزيد أو تنقص عن قيمتها المتوسطة أى ١٠٠٪.

كما يجب أن نشير بالنسبة لنموذج حاصل الضرب السابق أن :

* هناك تبعية متبادلة بمعناها الجبرى بين مكونات السلسلة الزمنية، أى أن الذبذبات الموسمية والدورية تعبر دالة فى ذبذبات الاتجاه العام.

* بملاحظة أثر قيم الاتجاه العام على التغيرات الموسمية والتغيرات الدورية في هذا النموذج ، نجد أن نسبة الموسمية إلى الاتجاه العام تبقى ثابتة ، وهذا يعنى أن القيم الموسمية تزداد كلما إزدادت قيم الاتجاه العام ، ويحدث نفس الأمر السابق بالنسبة للتغيرات الدورية .

ونخلص من كل ما سبق أن الغرض من تحليل السلاسل الزمنية هو قياس التغيرات الخاصة بمكونات هذه السلسلة الأربعة ، حيث أن القياس السابق يتيح لنا فرصة معرفة مقدار كل منها واتجاهه وأثر كل منها على الظاهرة المراد تحليلها وينعكس ما سبق في إمكانية :

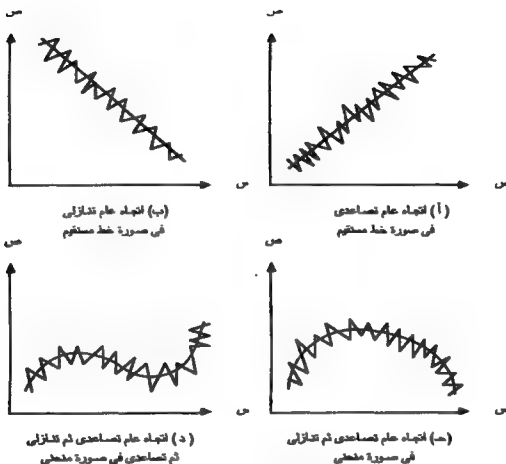
- ١ - الوصول إلى نموذج يوضح تحركات الظاهرة موضوع القياس .
- ٢ - استخدام النموذج السابق فى التنبؤ بأثر كل من الاتجاه العام والتغيرات الموسمية، والتغيرات الدورية كل على حده .

(أ) تغيرات الاتجاه العام (ت_ن) : Secular Trend أولاً ، مقدمة وتعريف :

بملاحظة المنحنى التاريخى لأى ظاهرة نجد أن هناك ذنبات فى هذا المنحنى من فترة زمنية لأخرى ، لكن ما يعيننا فى الاتجاه العام هو التغيرات التدريجية فى الأجل الطويل فى إتجاه معين (أعلى أو أسفل) ، فهناك بعض الظواهر ما يزايد بطبيعته على مدار الزمن وليكن سنوياً (كالناتج القومى ، وعدد السكان فى كثير من الدول النامية ، وعدد

الطلبة، وإنتاج السيارات، والأجهزة الكهربائية، وإستهلاك الكهرباء ، عدد المدخنين ... الخ) ، وفيها يكون الاتجاه العام للظاهرة فى الأجل الطويل تصاعدياً أى اتجاه موجب، فى حين هناك بعض الظواهر ما يتناقص بطبيعته على مدار الزمن وليكن سنوياً (كإستخدام الفحم فى التدفئة، وإقتناء (أو تصنيع) السلع الآخذة فى الانقراض بفضل التجديد واختراع سلع أخرى بديلة، كالتلفزيونات غير الملونة، وإستخدام آلات ومعدات الفرز والتفتيق اليدوية فى الأعمال الإحصائية، .. الخ) وفيها يكون الإتجاه العام للظاهرة فى الأجل الطويل تنازلياً أى إتجاه سالب.

ومما لا شك فيه أن الاتجاه العام يعتمد بالدرجة الأولى على درجة النمو للظاهرة موضوع الدراسة وإتجاهها على مدار فترة طويلة من الزمن طولها ست سنوات على الأقل، فإذا أحدثت وغيّرت هذه الظاهرة إتجاهها وهنا يتغير سلوك الظاهرة ومن ثم يستمر السلوك الجديد للظاهرة مدة طويلة أيضاً، كل ذلك إنعكاساً للعوامل الاقتصادية والتقنية والديموجرافية المحيطة بالظاهرة كعادة ما يتم تمثيل الاتجاه العام بيانياً بخط مستقيم أو فى صورة منحنى، حيث لا يخرج تمثيل الاتجاه العام للسلسلة الزمنية فى غالب الأحوال عن أحد الأشكال التالية :



الشكل رقم (٤٣)

ثانياً : طرق قياس الاتجاه العام :

ويوجد عديد من الطرق لتقدير الاتجاه العام للظواهر المختلفة،
تختلف كل منها عن الأخرى من حيث طبيعتها ومدى دقتها في التقدير
ومدى مرونة إستخدامها في التنبؤ^(٥) . نتناولها فيما يلي :

(*) إن عدم إستقلالية المشاهدات سنودى إلى عدم دقة التقديرات بإستخدام طريقة
المربعات الصغرى، لهذا إذا كانت قيم (ص) غير مستقلة عن بعضها البعض في
مثل هذه الحالة فإن إستخدام الاتجاه العام كأسلوب للتنبؤ في المستقبل يجب أن
يؤخذ بالحيلة والحذر.

١ - طريقة التمهيد باليد The Free Hand method :

وتقوم هذه الطريقة على تمثيل الظاهرة بيانياً فى صورة منحنى تاريخى للسلسلة الزمنية - أى البيانات الأصلية - كما جاء فى المثال رقم (١) السابق.

ثم نقوم باليد بالحصول على خط مستقيم مناسب أو منحنى مناسب فوق المنحنى التاريخى للظاهرة، مع مراعاة أى تكون الانحرافات الموجبة مساوية أو قريبة للانحرافات السالبة لخط أو منحنى الاتجاه العام عن المنحنى التاريخى للظاهرة.

ورغم سهولة وبساطة هذه الطريقة فإن ما يعيها أنها تعتمد على التقدير الشخصى للباحث فى توفيق خط الاتجاه العام، والإجراء الأخير يختلف من باحث لآخر وبالتالي فإن التقدير أو التنبؤ باستخدام هذه الطريقة سيختلف من باحث لآخر، أى أن هذه الطريقة تكون شخصية وليست موضوعية ، ومن ثم يقتصر تطبيقها على بعض المجالات التجارية حيث يكفى بالحصول على تقديرات تقريبية تؤدى الغرض منها.

مثال (٢) :

فيما يلى بيان بمبيعات إحدى الشركات بملايين الجنيهات سنوياً خلال المدة من ١٩٨٦ - ١٩٩٦ .

(بالمليون جنيه)

جدول (١٨)

السنة	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦
قيمة المبيعات	٢	٣	٨	٩	٦	٧	١٢	١٣	١٠	١١	١٦

وال المطلوب : ١ - توفيق خط الاتجاه العام خلال سنوات السلسلة الزمنية .

٢ - تحديد معادلة الاتجاه العام .

٣ - التنبؤ بقيمة المبيعات لهذه الشركة عام ٢٠٠٠ .

الحل : نقوم برسم المنحنى التاريخي لقيم المبيعات كما جاء بالصفحة البيانية التالية :

١ - تمهد أفضل خط مستقيم وليكن في اعتقادنا الخط ق ل (وهو خط مستقيم) .

٢ - لتحديد معادلة الاتجاه العام وهي معادلة من الدرجة الأولى حيث القيمة

الاتجاهية للظاهرة ص = أ س + ب حيث ص القيمة الاتجاهية

للظاهرة ، أ ميل الخط المستقيم ، ب (الجزء المقطوع من محور الصادات) ،:

وحيث أ بصفة تقريبية = ظل الزاوية أى (ظا ٥)

$$= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{أ ح}{ب ح} = \frac{٢,٦}{٢,٥}$$

$$= ١,٠٤$$

، ب = وق = ٣ (كما جاء بالصفحة التالية)

وعليه فإن : معادلة للخط المستقيم (الاتجاه العام) .

$$ص = ١,٠٤ س + ٣$$

٣ - للتنبؤ بقيمة المبيعات للشركة عام ٢٠٠٠

نحدد أولاً قيمة س = (سنة التنبؤ - سنة الأساس (١٩٨٦) للسلسلة

$$= (٢٠٠٠ - ١٩٨٦ = ١٤ سنة)$$

ثم نتنبأ بقيمة المبيعات من معادلة الاتجاه العام

$$ص = ١,٠٤ (١٤) + ٣$$

$$= ١٧,٥٦ + ٣ = ١٧,٥٦ مليون جنيه .$$

٢ - طريقة اشباه المتوسطات : The method of Semi average :

ويطلق البعض على هذه الطريقة بطريقة متوسطة نصفى السلسلة حيث يتم فيها تقسيم بيانات أو قيم السلسلة الزمنية إلى جزئين متساويين، ثم نقوم بإيجاد متوسط كل جزء من الجزئين السابقين ومن ثم الحصول على نقطتين، ويمكن الاكتفاء بنقطة الوسطى للمتوسطين السابقين وبايصال خط مستقيم بينهما وهو الذى يحدد خط الاتجاه العام - بدلاً من مجموعة نقاط السلسلة الزمنية من حيث القيم والزمن كما جاء فى طريقة التمهيد باليد السابقة ومن ثم تحديد القيم الإتجاهية للظاهرة بتحديد معادلة خط الاتجاه العام لها كما يلي :

١ - حيث أن الخط المستقيم الذى يمر بالوسطين المذكورين يمثل خط الاتجاه العام .

٢ - من الممكن إيجاد معادلة خط مستقيم بمعطويه نقطتين عليه
ص = أ س + ب

حيث أ (ميل الخط المستقيم) = $\frac{\text{فرق الاحداثيات الصادية}}{\text{فرق الاحداثيات السينية}}$

أى أن أ = $\frac{\text{الفرق بين الوسطين الحسابين}}{\text{الفرق بين زمنيهما}}$

٣ - أما قيمة (ب) فتحدد بقية كل من المتوسطين لجزئى السلسلة الزمنية السابقين، وهى تختلف باختلاف نقطة الأصل لكل معادلة، وعليه فيكون لدينا معادلتين اتجاهيتين سنة الأساس لكل منهما مختلفة عن الأخرى كما يتضح من المثال التالى :

مثال (٣) بفرض أنه فى المثال رقم (٢) أخذت بيانات السلسلة لعشرة سنوات فقط عن الفترة من ٨٧ - ١٩٩٦ فأحسب معادلتى الاتجاه العام ، ثم تنبأ بقيمة المبيعات لهذه الشركة عام ٢٠٠٠ باستخدام طريقة أشباه المتوسطات .

الحل :

السنة (س)	قيمة المبيعات (بالمليون جنيه) (ص)
١٩٨٧	٣
١٩٨٨	٨
١٩٨٩	٩
١٩٩٠	٦
١٩٩١	٧

للنصف الأول

$$\bar{ص}_1 = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{٣٣}{٥} = ٦,٦$$

١٩٩٢	١٢
١٩٩٣	١٣
١٩٩٤	١٠
١٩٩٥	١١
١٩٩٦	١٦

للنصف الثاني

$$\bar{ص}_2 = \frac{\sum ص}{ن} = \frac{٦٢}{٥} = ١٢,٤$$

٢ - حيث يقع المتوسط الأول ($\bar{ص}_١$) أمام السنة المتوسطة في النصف الأول للسلسلة أى أمام عام ١٩٨٩ ، بينما يقع المتوسط الثانى ($\bar{ص}_٢$) أمام السنة المتوسطة في النصف الثانى للسلسلة أى أمام عام ١٩٩٤ .

$$\text{قيمة الميل (أ)} = \frac{\text{الفرق بين المتوسطين}}{\text{الفرق بين سنتيهما}}$$

$$= \frac{\bar{ص}_٢ - \bar{ص}_١}{ص_٢ - ص_١}$$

$$\frac{6,6 - 12,4}{1989 - 1994} =$$

$$1,16 = \frac{5,8}{5} =$$

٣ - وتصبح معادلتى خط الإنتاج هما :

أولهما : ص_١ = ١,١٦ س + ٦,٦ (نقطة الأصل : ١٩٨٩)
وحده القياس : سنة

ثانيهما : ص_٢ = ١,١٦ س + ١٢,٤ (نقطة الأصل : ١٩٩٤)
وحده القياس : سنة

٤ - باستخدام المعادلة الأولى (يمكن التنبؤ بقيمة المبيعات عام ٢٠٠٠) كما يلي :

$$\begin{aligned} \hat{ص} &= أ + ب \\ \hat{ص} &= 1,16 (2000 - 1989) + 6,6 \\ &= 1,16 \times 11 + 6,6 \\ &= 12,76 \\ &= 19,36 \text{ مليون جنيه} \end{aligned}$$

(ب) باستخدام المعادلة الثانية (يمكن التنبؤ بقيمة المبيعات عام ٢٠٠٠) كما يلي :

$$\begin{aligned} \hat{ص} &= 1,16 (2000 - 1994) + 12,4 \\ &= 1,16 \times 6 + 12,4 \\ &= 12,4 + 6,96 = \end{aligned}$$

= 19,36 مليون جنيه (وهى نفس النتيجة فى الأولى)

عيوب الطريقة السابقة

١ - نطبق هذه الطريقة فقط في حالة السلاسل الزمنية ذات السنوات الزوجية، فإذا كان عدد سنوات السلسلة فردياً ، فنظراً لأنه لا يمكن تقسيمها إلى جرتين متساويتين وعلى ذلك فيفضل حذف سنة منها - السنة الأولى أو السنة الوسطى - ليصبح عدد سنواتها زوجياً (كما جاء في المثال (٣) السابق)

٢ - نستخدم هذه الطريقة إذا كان الاتجاه العام في صورة خط مستقيم فقط أي أنها لا تطبق إذا كان الاتجاه العام في صورة منحنى .

٣ - نظراً لأن خط الاتجاه العام يعتمد على الوسط الحسابي في كلا جزئي السلسلة، ولما كان الأخير يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة في أي من جزئي السلسلة، ومن ثم فإن خط الاتجاه العام لا يكون في موضعه الصحيح وبالتالي يكون التنبؤ باستخدام معادلته مشكوك في دقته .

ورغم كل ما تقدم فإنها من الطرق السهلة والبسيطة والتي لا تحتاج إلى مجهود حسابي كبير (*) .

٢ - طريقة المتوسطات المتحركة : The moving averages method

وتقوم هذه الطريقة على استخدام أكثر من متوسطين حسابيين حيث يتم حساب عدد من المتوسطات المتتالية لمجموعات متداخلة من البيانات أو القيم الأصلية للظاهرة، على أن تتكون كل مجموعة منها من مفرقتين أو ثلاثين أو أربعة أو خمسة على حسب الأحوال، وبمعنى آخر فقد يختلف طول دورة فترة المتوسط طبقاً لخبرة الباحث في هذا المجال، ومما لا شك أن الإجراء السابق -

(*) من الممكن استخدام الوسيط بدلاً من الوسط الحسابي في الحالات التي يفضل فيها الاحصائيون استخدام الوسيط بدلاً من الوسط الحسابي .

المتوسطات المنحركة - سيعمل على القضاء على التذبذب أو التعرجات بسبب التغيرات الموسمية والتغيرات غير المنتظمة في المحتوى التاريخي للسلسلة الزمنية وبذلك يحصل على سلسلة أكثر ملوسة أو مهيبدأ من السلسلة الأصلية وسينصح ذلك من الشكل رقم (٤٥)، كما أن قيم هذه المتوسطات المنحركة تمثل قيم إيجابية تقريبية مخرصة من التأثيرات الموسمية والعرضية، فالمتوسطات المتحركة لدورة طولها فترتين زمنيتين سيكون عددها (ن - ١) متوسطاً قيمها عبارة عن:

$$\frac{ص_١ + ص_٢}{٢} ، \frac{ص_٣ + ص_٤}{٢} ، \dots ، \frac{ص_{ن-١} + ص_ن}{٢}$$

والمتوسطات المتحركة لدورة طولها ثلاث فترات زمنية سيكون عددها (ن - ٢) متوسط قيمها عبارة عن.

$$\frac{ص_١ + ص_٢ + ص_٣}{٣} ، \frac{ص_٤ + ص_٥ + ص_٦}{٣} ، \dots ، \frac{ص_{ن-٢} + ص_{ن-١} + ص_ن}{٣}$$

وهكذا ... ، ومعنى ذلك أن القيم الاتجاهية ستكون أقل من القيم الأصلية على حسب طول دورة فترة المتوسط ، فكلما زاد طول هذه الدورة ، قلت عدد القيم الاتجاهية عن القيم الأصلية، وهو ما يعتبر عيباً من عيوب هذه الطريقة .

مثال (٤) حل المثال رقم (٢) السابق باستخدام أسلوب المتوسطات المتحركة على أساس.

أولاً : طول دورة المتوسط سنتين.

ثانياً : طول دورة المتوسط ثلاثة سنوات.

الحل :

جـليل (١٩)

السنة	أولاً			ثانياً		
	قيمة البيعات (من) بالمليون جنيه	المجموع المتحرك لسنتين	المتوسط المتحرك لدورة طولها سنتين	قيمة البيعات (من) بالمليون جنيه	المجموع المتحرك لثلاث سنوات	المتوسط المتحرك لدورة طولها ٣ سنوات
١٩٨٦	{ ٣	—	—	{ ٣	—	—
١٩٨٧	{ ٣	٦	$٣ = ٦ \div ٢$	{ ٣	١٤	$٤,٦٧ = ١٤ \div ٣$
١٩٨٨	{ ٨	١١	$٥,٥ = ١١ \div ٢$	{ ٨	٢٠	$٦,٦٧ = ٢٠ \div ٣$
١٩٨٩	{ ٩	١٧	$٨,٥ = ١٧ \div ٢$	{ ٩	٣٣	$٧,٦٧ = ٣٣ \div ٣$
١٩٩٠	{ ٦	١٥	$٧,٥ = ١٥ \div ٢$	{ ٦	٢٢	$٧,٦٧ = ٢٢ \div ٣$
١٩٩١	{ ٧	١٣	$٦,٥ = ١٣ \div ٢$	{ ٧	٢٥	$٨,٣٣ = ٢٥ \div ٣$
١٩٩٢	{ ١٢	١٩	$٩,٥ = ١٩ \div ٢$	{ ١٢	٣٢	$١٠,٦٧ = ٣٢ \div ٣$
١٩٩٣	{ ١٢	٢٥	$١٢,٥ = ٢٥ \div ٢$	{ ١٢	٣٥	$١١,٦٧ = ٣٥ \div ٣$
١٩٩٤	{ ١٠	٢١	$١٠,٥ = ٢١ \div ٢$	{ ١٠	٣٤	$١١,٣٣ = ٣٤ \div ٣$
١٩٩٥	{ ١١	٢٧	$١٣,٥ = ٢٧ \div ٢$	{ ١١	٣٧	$١٢,٣٣ = ٣٧ \div ٣$
١٩٩٦	{ ١٦	—	—	{ ١٦	—	—

ونلاحظ من الجدول السابق أن :

$$١ - لايجاد المتوسط المتحرك الأول في ثانياً - ٣ + ٣ + ٨ = ١٤ \div ٣ = ٤,٦٧$$

وهو يقع أمام السنة للمتوسطة أي أمام عام ١٩٨٧

$$٢ - لايجاد المتوسط المتحرك الثاني في ثانياً - ٣ + ٨ + ٩ = ٢٠ \div ٣ = ٦,٦٧$$

وهو يقع امام السنة المتوسطة أى امام عام ١٩٨٨

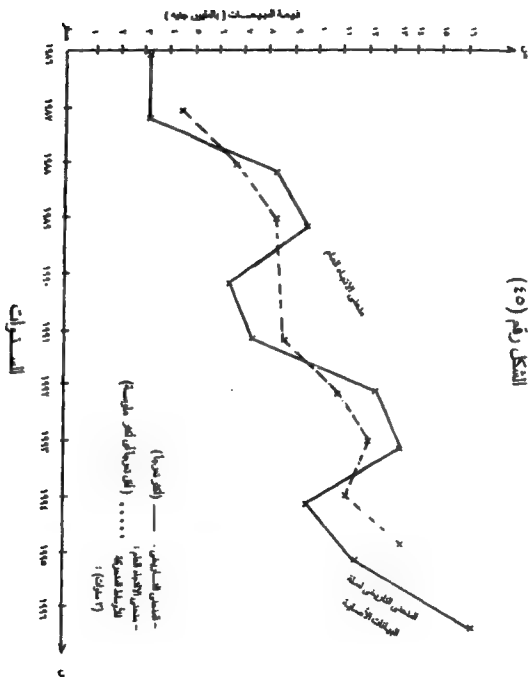
وهكذا ...

٣ - أن عدد القيم الاتجاهية = ١١ - ٢ = ٩ فقط ، لأنه لا توجد قيمة إتجاهية للسنة الأولى من السلسلة الزمنية (١٩٨٦) كما لا توجد قيمة إتجاهية للسنة الأخيرة من السلسلة الزمنية (١٩٩٦) .

٤ - إذا كان طول دورة المتوسط ٥ سنوات مثلاً سنجد أن أول متوسط متحرك سيقع أمام عام ١٩٨٨ وبالتالي لا تكون هناك قيم إتجاهية أمام السنتين الأوليتين من سنوات السلسلة الزمنية (١٩٨٦ ، ١٩٨٧) ، كما أن آخر متوسط متحرك سيقع أمام عام ١٩٩٤ وبالتالي لا تكون هناك قيم إتجاهية أمام السنتين الأخيرتين من سنوات السلسلة الزمنية (١٩٩٥ ، ١٩٩٦) .

٥ - نلاحظ أنه إذا كان طول دورة المتوسط زوجية ، فإن القيمة الاتجاهية لا تواجه سنة محدد ، ولكن تقع في الفراغ بين سنتين متتاليتين أو قيمتين أصليتين ، فالمتوسط المتحرك الأول في أولاً يقع بين السنتين ١٩٨٦ ، ١٩٨٧ ولا يقع أمام أحدهما ، لذلك في مثل هذه الحالة نلجأ إلى المتوسطات المتحركة المركزية أو ما يطلق عليه المتوسط الممركز (Centered average) في مواجهة إحدى السنوات أو القيم الأصلية - وذلك بأخذ الوسط الحسابى لكل وسطين متحركين متتاليين من الأوساط المتحركة التى تم الحصول عليها من السلسلة الزمنية في الخطوة السابقة .

قيمة المبيعات (بالمليون جنيه)



فالمتوسط المركزي إذا كانت طول دورة المتوسط المتحرك فترتين عبارة عن

$$\frac{1}{2} \left(\frac{ص_1 + ص_2}{2} + \frac{ص_3 + ص_4}{2} \right) \frac{1}{2} , \left(\frac{ص_2 + ص_3}{2} + \frac{ص_4 + ص_5}{2} \right) \frac{1}{2}$$

وهكذا، والمتوسط المركزي السابق سيقع أمام سنة أو قيمة أصلية من سنوات أو قيم السلسلة الزمنية .

مثال (٥) لحساب القيم الاتجاهية باستخدام أسلوب الأوساط المتحركة في المثال رقم (٤) السابق إذا كان طول دورة المتوسط المتحرك أربع سنوات .

الحل: جدول (٢٠)

السنة	قيمة المبين (ص) بالليون جنيه	المجموع المتحرك لأربع سنوات	المتوسط المتحرك لأربع سنوات	الأوساط المتحركة للمركزية (القيم الاتجاهية)
١٩٨٦	٣	—	—	—
١٩٨٧	٣	٢٣	٥,٧٥ = ٤ ÷ ٢٣	٦,١٢٥ = $\frac{٦,٥ + ٥,٧٥}{2}$
١٩٨٨	٨	٢٦	٦,٥ = ٤ ÷ ٢٦	٧ = $\frac{٧,٥ + ٦,٥}{2}$
١٩٨٩	٩	٣٠	٧,٥ = ٤ ÷ ٣٠	٨ = $\frac{٨,٥ + ٧,٥}{2}$
١٩٩٠	٦	٣٤	٨,٥ = ٤ ÷ ٣٤	٩ = $\frac{٩,٥ + ٨,٥}{2}$
١٩٩١	٧	٣٨	٩,٥ = ٤ ÷ ٣٨	١٠ = $\frac{١٠,٥ + ٩,٥}{2}$
١٩٩٢	١٢	٤٢	١٠,٥ = ٤ ÷ ٤٢	١١ = $\frac{١١,٥ + ١٠,٥}{2}$
١٩٩٣	١٣	٤٦	١١,٥ = ٤ ÷ ٤٦	١٢ = $\frac{١٢,٥ + ١١,٥}{2}$
١٩٩٤	١٠	٥٠	١٢,٥ = ٤ ÷ ٥٠	—
١٩٩٥	١١	—	—	—
١٩٩٦	١٦	—	—	—

وعاده ما نستخدم المتوسطات المنحركة لدوره طولها ١٢ شهراً في السلاسل الرمنية للبيانات التجارية والاقتصادية التي تنشر شهرياً، ذلك لأن مثل هذا المتوسط المنحرك في الأحوال السابقة يكون فعالاً في التخلص من التغيرات الموسمية والعرضية على أن يتم استخدام الأوساط المنحركة المركزية بعد ذلك.

ومن أهم عيوب طريقة المتوسطات المنحركة :

١ - أن عدد القيم الاتجاهية التي يتم الحصول عليها نقل عن عدد القيم الأصلية للسلسلة الزمنية ، حيث تفقد عدداً من القيمة الاتجاهية في أول وأخر السلسلة ويريد عدد القيم الاتجاهية المفقودة كلما طالت دورة المتوسط المنحرك.

٢ - أن كل متوسط منحرك يمكن أن يتأثر بالقيم المتطرفة في بيانات طول دورة المتوسط المنحرك.

٣ - الحصول على القيم الاتجاهية سور معادلة للإجاه العام كما جاء بطريقة أشباه المتوسطات السابقة ، الأمر الذي لا يمكننا من التدبر بالقيم الاتجاهية للظاهرة موضوع الدراسة في نقاط رمنية مستقبلية أى لاحقة لسنوات السلسلة الزمنية .

٤ - الاعتماد على الخبرة الشخصية - ضرورة التجربة - للحصول على أنسب طول للدرجة للوسط المنحرك والذي يختلف من ظاهرة لأخرى.

٤ - طريقة المربعات الصغرى : Method of leas squares

وتعتبر هذه الطريقة ، أكثر موضوعية من الطرق السابقة حيث أنها تتلافى العيوب التي شابت الطرق الثلاثة السابقة.

ويمقتضى هذه الطريقة يتم الحصول على خط أو منحنى واحد ممهد للإتجاه العام يعبر أنصل خط أو منحنى يمثل القيم الأعلى للظاهرة، ويتم الوصول إلى هذا الخط أو المنحنى الممهد بطريقة موضوعية بعيدة كل البعد عن الإجهادات الشخصية للباحثين كما جاء في الطرق الثلاث السابقة.

حيث نعوهم هذه الطريقة على فكره بسيطه مؤداها انه عند توفيق خط مستقيم أو منحني، فإن أفضل خط مستقيم أو منحني بإتباع هذه الطريقة هو الذي يكون مجموع مربعات إنحرافات النقاط على المنحني الأصلي للقيم عن الخط أو المنحني الممهد الممثل للاتجاه العام اصغر ما يمكن أى عند حدها الأدنى، ونظراً لأن الشكل العام للانتشار أو المنحني التاريخي للسلسلة الزمنية قد يكون شبه مستقيم أو في صورة منحني لذا فإن خط الاتجاه العام قد يكون مستقيماً أو في صورة منحني لذا سنفرق عند دراستنا في هذه الطريقة بين الاتجاه العام الخطي والاتجاه العام غير الخطي.

أولاً: الاتجاه العام الخطي (*) : وتكون معادلته:

$$ص = أ س + ب + خ \dots \dots \dots (١)$$

حيث أ = صفر

وأن خ هو الخطأ العشوائي للمعادلة، وتهدف هذه الطريقة إلى الحصول على قيم أ ، ب بحيث يكون

$$\text{مد } خ^2 = \text{مد } (ص - أ - ب س)^2 \text{ أقل ما يمكن (إرجع في ذلك إلى ص ٢٧٤ ، ٢٧٥ بالفصل السابع) .}$$

وينتج لنا ذلك بالمعادلتين القياسيتين التاليتين :

$$\text{مد } ص = أ \text{ مد } ص + ب \text{ مد } ن \dots \dots \dots (١)$$

$$\text{مد } ص س = أ \text{ مد } ص س + ب \text{ مد } ص س \dots \dots \dots (٢)$$

حيث ن عدد الفترات الزمنية .

(*) ممكن باستخدام شكل الانتشار للتحقق من أن الاتجاه العام في صورة مستقيم أو شبه مستقيم أى أن الاتجاه العام خطي نفس الشيء يمكن أيضاً باستخدام طريقة أخرى نعرف بطريقة الفروق فإذا كان الفرق الأول Δ ص = مقدار ثابت يكون منحني الاتجاه العام خطي، لكن إذا كان الفرق الثاني (Δ^2 ص) ثابت يكون منحني الاتجاه العام غير خطي وليس خطياً .

ويحل المعادلتين السابقتين يدوياً (أو باستخدام برامج الحاسب الآلى)
 نحصل على قيم أ ، ب التي تجعل مد خ^٢ عند حدها الأدنى ، وبذلك يتحدد
 الخط المستقيم فى (١) الممثل للاتجاه العام على فرض أنه مستقيم ، حيث أن
 ص تمثل القيم الاتجاهية للظاهرة ، ص الفترة الزمنية ، أ ، ب مقدران ثابتان
 كما يمكن الوصول إلى أ ، ب كما يلى (راجع حساب معامل الانحدار بالفصل السابع)

$$(٢) \quad \frac{\frac{\text{مد ص}}{\text{ن}} - \frac{\text{مد ص}}{\text{ن}} \times \frac{\text{مد ص}}{\text{ن}}}{\frac{\text{مد ص}^2}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مد ص}}{\text{ن}} \right)^2} = ١$$

$$(٣) \quad \text{ب} = \frac{\text{مد ص}}{\text{ن}} - ١ \cdot \frac{\text{مد ص}}{\text{ن}}$$

مثال (٦) فيما يلى سلسلة زمنية سنوية لإنتاج إحدى الدول من البترول
 الخام خلال المدة من ١٩٨٨ - ١٩٩٤ بالمليون طن.

جدول (٦)

السنة	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
الإنتاج بالمليون طن	٤٢	٤٣	٤٣	٤٥	٤٤	٤٦	٤٩

والمطلوب :

١ - حساب معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى بفرض أنه
 خط مستقيم بأكثر من طريقة.

٢ - التنبؤ بالإنتاج السنوى من البترول للخام لهذه الدولة عام ٢٠٠٠ .

الحل : الطريقة الأولى : نقطة الأصل هي السنة الأولى بالسلسلة (١٩٨٨)
ويمكن أن نعطي للسنوات ١٩٨٨ ، ٨٩ ، ٩٠ ، ٩١ ، ٩٢ ، ٩٣ ، ١٩٩٤ الأرقام
١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ على الترتيب كما يتضح من الجدول التالي:

جدول (٢٢)

السنة	قيمة الإنتاج بالمليون طن (م)	السنوات (س)	س ص	س
١٩٨٨	٤٢	٠	٠	٠
١٩٨٩	٤٣	١	٤٣	١
١٩٩٠	٤٣	٢	٨٦	٤
١٩٩١	٤٥	٣	١٣٥	٩
١٩٩٢	٤٤	٤	١٧٦	١٦
١٩٩٣	٤٦	٥	٢٣٠	٢٥
١٩٩٤	٤٩	٦	٢٩٤	٣٦
المجموع	٣١٢	٢١	٩٦٤	٩١

حيث $n = ٧$ (عدد فردي)

$$\begin{aligned} & \frac{\text{محصن ص}}{ن} - \frac{\text{محصن}}{ن} \times \frac{\text{محص}}{ن} \\ & = \frac{\text{محص}^2}{ن} - \frac{\text{محص}^2}{ن} \\ & = \frac{964}{7} - \frac{312}{7} \times \frac{21}{7} \\ & = \frac{91}{7} - \left(\frac{21}{7} \right)^2 \\ & = - 462 - \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ب} = \frac{\text{محص}}{\text{ن}} - \frac{\text{محص}}{\text{ن}} \cdot \text{أ}$$

$$\therefore \text{ب} = \frac{312}{7} - \frac{21}{7} \times 1 = 41,57$$

.. ص = ص + 41,57 (نقطة الأصل عام ١٩٨٨ وحدة الزمن
ص : سنة)

(يمكن الوصول لنفس المعادلة السابقة بأسلوب حل المعادلتين القياسيتين)
وباستخدام معادلة الاتجاه العام السابق يمكن للتنبؤ بقيم ص عند العام ٢٠٠٠ كما يلي :

تاريخ سنة التنبؤ - تاريخ سنة الأساس

$$\text{ص} \dots = 1 (2000 - 1988) + 41,57$$

$$= 1 \times 12 + 41,57$$

$$= 12 + 41,57$$

$$= 53,57 \text{ مليون طن}$$

الطريقة الثانية :

(نقطة الأصل هي السنة المتوسطة بالسلسلة أي عام ١٩٩١) ونعمل
الطريقة الثانية على تسهيل العمليات الحسابية كيرطلق عليها المختصرة وعلى
ذلك سيكون قيم (ص) كما يلي :

السلوات : ١٩٨٨ ٨٩ ٩٠ ١٩٩١ ٩٢ ٩٣ ٩٤

(ص) ٣- ٢- ١- صفر ١+ ٢+ ٣+

أى تأخذ السنوات قبل عام ١٩٩١ قيم سالبة -١ ، -٢ ، -٣ على الترتيب

وتأخذ السنوات بعد عام ١٩٩١ قيم موجبة +١ ، +٢ ، +٣ على الترتيب

كما فى المثال رقم (٧) التالى :

جدول رقم (٢٣)

السنة	(ص) الإنتاج بالمليون طن	ص (بالملايين)	ص ص	٢ ص	القيمة الإنتاجية	القيمة النسبية مختصة من أثر الاتجاه للعام
					ص = ص + ٤٤,٥٧	ص 100 × ص
١٩٨٨	٤٢	-٣	-١٢٦	٩	-٤٤,٧ + ٣ = ٤١,٥٧	$101 = 100 \times \frac{42}{41,57}$
١٩٨٩	٤٣	-٧	-٨٦	٤	-٤٤,٥٧ + ٧ = ٤٧,٥٧	$101 = \frac{43}{47,57}$
١٩٩٠	٤٣	-١	-٤٣	١	-٤٤,٥٧ + ١ = ٤١,٥٧	$102,4 = \frac{43}{41,57} \times$
١٩٩١	٤٥	صفر	صفر	صفر	صفر + ٤٤,٥٧ = ٤٤,٥٧	$101 = 100 \times \frac{45}{44,57}$
١٩٩٢	٤٤	+١	٤٤	١	٤٤,٥٧ + ١ = ٤٥,٥٧	$96,5 = 100 \times \frac{44}{45,57}$
١٩٩٣	٤٦	+٢	٩٢	٤	٤٤,٥٧ + ٢ = ٤٦,٥٧	$98,8 = 100 \times \frac{46}{47,57}$
١٩٩٤	٤٩	+٣	١٤٧	٩	٤٤,٥٧ + ٣ = ٤٧,٥٧	$103 = 100 \times \frac{49}{47,57}$
المجموع	٣١٢	صفر	٢٨٣+ ٢٥٥- ٢٨+	٧٨		

ونظراً لأن (مح ص - صفر) فنجد :

- ٤٦٤ -

$$\frac{\text{محدس ص}}{\text{محدس ٢}} = \text{ا}$$

$$1 = \frac{٢٨٢٠}{٢٨}$$

$$\frac{\text{محدس}}{\text{ن}} = \text{ب ،}$$

$$٤٤,٥٧ = \frac{٣١٢}{٧}$$

وتصبح معادلة الاتجاه العام

ص = س + ٤٤,٥٧ (نقطة الأصل عام ١٩٩١، وحدة الزمن س : سنة)

وعليه يكون الإنتاج المتوقع عام ٢٠٠٠

$$\text{ص} = ١ \times (١٩٩١ - ٢٠٠٠) + ٤٤,٥٧$$

$$= ١ \times ٩ + ٤٤,٥٧$$

$$= ٩ + ٤٤,٥٧$$

= ٥٣,٧ مليون طن (وهي نفس النتيجة في الطريقة الأولى)

إذا كان عدد سنوات السلسلة (ن) عدداً ازدواجياً :

مثال (٨) :

حل المثال رقم (٦) السابق بفرض أضيف إلى السلسلة إنتاج عام ١٩٩٥ وكان ٥٣ مليون طن.

الحل :

بالطريقة الثانية : جدول (٢٤)

(نقطة الأصل هي متوسط السلسلة منتصف عام ١٩٩١ أى يوليو (تموز) ١٩٩١ .

السنة	(م) الإنتاج بالمليون م	الزمن بالساعات	م الزمن بأنصاف السنوات	م م	م
١٩٨٨	٤٢	$3 \frac{1}{2}$	٧-	٢٩٤-	٤٩
١٩٨٩	٤٣	$2 \frac{1}{2}$	٥-	٢١٥-	٢٥
١٩٩٠	٤٣	$1 \frac{1}{2}$	٣-	١٢٩-	٩
١٩٩١	٤٥	$1 \frac{1}{2}$	١-	٤٥-	١
		صفر	صفر	صفر	صفر
١٩٩٢	٤٤	$1 \frac{1}{2}$	١+	٤٤+	١
١٩٩٣	٤٦	$1 \frac{1}{2}$	٢+	١٢٨+	٩
١٩٩٤	٤٩	$2 \frac{1}{2}$	٥+	٢٤٥+	٢٥
١٩٩٥	٥٣	$3 \frac{1}{2}$	٧+	٣٧١+	٤٩
المجموع	٣٦٥	صفر	صفر	$\frac{798+}{110+}$ ٦٨٣-	١٦٨

(*) نعتبر كل $\frac{1}{2}$ سنة = ١

حيث $ر = ٨$ (عدد روجى)

$$٠,٦٨٥ = \frac{١١٥}{١٦٨} = ا$$

$$٤٥,٦٢٥ = \frac{٣٦٥}{٨} = ب$$

وتصبح معادلة الاتجاه العام

ص = $٠,٦٨٥$ ص + $٤٥,٦٢٥$ (نقطة الأصل يوليو (تموز) ١٩٩١
وحدة الزمن س : $\frac{١}{٣}$ سنة)

وعليه يكون الإنتاج المتوقع فى يناير (كانون ثانى) عام ٢٠٠٠

$$ص = ٢٠٠٠ = ٤٥,٦٢٥ + ١٧ \times ٠,٦٨٥$$

$$= ٤٥,٦٢٥ + ١١,٦٤٥$$

$$= ٥٧,٢٧ \text{ مليون طن}$$

ملحوظة (١) :

(أ) وضعنا س = صفر أمام متتصف السلسلة الزمنية السابقة أى فى المنتصف
بين سنتى ١٩٩١ ، ١٩٩٢ أى فى يوليو (تموز) ١٩٩١ .

(ب) ووضعنا س = ١ ، + ١ أمام السنتين ١٩٩١ ، ١٩٩٢ على الترتيب أى
جعلنا الفرق بينهما وبين منتصف سنة وبذلك ١٩٩١ عبارة عن الوحدة
(١) والوحدة هنا تعطى نصف سنة وبذلك تتلافى الكسور لتسهيل العمليات
الحسابية، وعليه فقد وضعنا أمام عام ١٩٩٠ (س = - ٣) بدلاً عن
 $\frac{١}{٣}$ سنة ، فى عام ١٩٩٣ (س = + ٣ أى عن فرق يساوى $\frac{١}{٣}$ سنة)
... وهكذا بالنسبة لياقى سنوات السلسلة السابقة أو اللاحقة لنقطة الأصل .

ملحوظة (٢) : لحساب س = يناير (كانون ثانى) ٢٠٠٠ - يوليو (نور) ١٩٩١

$$= \frac{1}{4} \times 8 \text{ (سنة)} \times 2 = 17 \text{ فترة زمنية طول كل منها } \frac{1}{4} \text{ سنة.}$$

ملحوظة (٣) :

عند الوصول إلى معادلة إتجاهية محددة لا بد أن يكتب أمامها كل من :
(أ) نقطة أو سنة الأصل لها .

(ب) وحدة الزمن المستخدمة بها حتى يمكننا الحصول على التقدير الدقيق للقيم الاتجاهية المتبأ بها فى المستقبل أى بعد سنوات السلسلة الزمنية :

ملحوظة (٤) :

إن أسلوب تحديد الاتجاه العام لبيانات شهرية أو ربع سنوية للظاهرة لا يختلف عما إذا كانت البيانات للظاهرة سنوية أو زيادة الجهد الحسابى والوقت نتيجة زيادة عدد البيانات وتكون المعادلة لوحدة زمن شهرية أو ربع سنوية على حسب الأحوال .

الخطأ المعياري وليكن ع (ص / س) (*)

يعتبر الخطأ المعياري إختبار إحصائى لقياس دقة تمهيداً أى خط مستقيم بإستخدام (طريقة المربعات الصغرى أو شبيه المتوسطات أو طريقة الرسم البيانى) حيث أن .

$$\sqrt{\frac{\text{محد (ص - ص̂)²}}{ن}} = \text{ع ص / س}$$

$$\sqrt{\frac{\text{محد ص̂² - ن محد ص - أ محد ص ص}}{ن}} = \text{أوع ص / س}$$

(طبق هذا الاختيار على الأمثلة ٦ ، ٧ السابقة)

(*) انظر للخطأ المعياري لمطلة الانتحار بالمبحث الأول الفصل السابق ص ٢٨٧ .

ثانياً . الاتجاه العام غير الخطي Non linear trend

فى بعض الأحيان نجد أن الظاهرة موضوع الدراسة عند تمثيلها فى شكل الانتشار أو باستخدام طريقة الفروق ، نجد أن منحنى الاتجاه العام غير خطي (*)، فمثلاً قد يتبين لنا أن منحنى الاتجاه العام منحنى من الدرجة الثانية، وتكون معادلته على الصورة .

$$\text{ص} = \text{أ ص}^2 + \text{ب ص} + \text{ح} + \text{د} + \text{هـ} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح} \quad (٢)$$

حيث أ ≠ صفر

حيث خ تشير إلى الخطأ العشوائى للمعادلة وحتى نحصل على أفضل منحنى ممهد باستخدام طريقة المربعات الصغرى يجب أن يكون مد ص^2 أقل ما يمكن (كما سبق أن أوضحنا عند دراسة الاتجاه العام الخطي) ويتم الوصول إلى ثوابت المعادلة (٢) السابقة أ ، ب ، ح ، د التى تحقق الهدف السابق بحل المعادلات القياسية التالية:

$$\text{مد ص} = \text{أ مد ص}^2 + \text{ب مد ص} + \text{ح مد ص} + \text{د} + \text{هـ} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح} \quad (١)$$

$$\text{مد ص}^2 = \text{أ مد ص}^3 + \text{ب مد ص}^2 + \text{ح مد ص} + \text{د} + \text{هـ} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح} \quad (٢)$$

مد ص = أ مد ص + ب مد ص + ح مد ص + د + هـ + و + ز + ح (٣)
(وأيضاً لتبسيط العمليات الحسابية يفضل أن يتم إختيار نقطة الأصل بحيث تجعل مد ص = صفر وبالتالي مد ص = صفر)

الأمر الذى يجعل المعادلات الثلاثة القياسية السابقة تصبح كما يلى :

$$\text{مد ص} = \text{أ مد ص}^2 + \text{ب مد ص} + \text{ح} + \text{د} + \text{هـ} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح} \quad (١)$$

$$\text{مد ص} = \text{ب مد ص} + \text{ح} + \text{د} + \text{هـ} + \text{و} + \text{ز} + \text{ح} \quad (٢)$$

(**) فقد يكون فى شكل منحنى لى ، أو منحنى نمو (جوييرتز ، اللوجستى) .

$$\text{مد س}^2 = \text{أ مد س}^4 + \text{د مد س}^2 \dots \dots \dots (3)$$

ومنها نستنتج :

$$\text{ب} = \frac{\text{مد س ص}}{\text{مد س}^2}$$

ويحل للمعادلتين الأولى والثالثة نوجد قيم أ ، د وبذلك نتضمن من الحصول على قيم الثوابت أ ، ب ، د المطلوبة .

وسيتضح ما تقدم عند حل المثال التالي

مثال (٩) :

الجدول التالي عبارة عن سلسلة زمنية لإنتاج إحدى الشركات بالمليون وحدة سلعية متشابه خلال المدة من عام ١٩٨٢ - ١٩٩٢

جدول (٢٥)

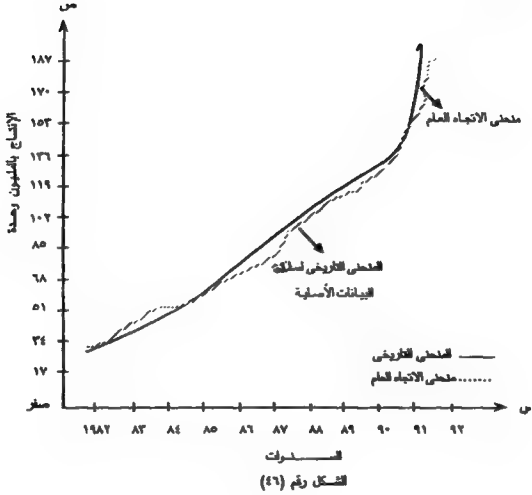
السنة	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢
الإنتاج بالمليون وحدة	٣٣,٢	٣١,٤	٣٩,٨	٥٠,٢	٦٢,٩	٧٦	٩٢	١٠٥,٧	١٢٢,٧	١٣١,٧	١٧١,١

والمطلوب :

(أ) تحديد ملحنى الاتجاه العام للإنتاج بيانياً .

(ب) تحديد معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى .

الحل



(أ) الاتجاه العام في شكل منحنى من الدرجة الثانية

$$ص = أ ص^2 + ب ص + ح$$

ويمكن تحديد معادلة منحنى الاتجاه العام بالطريقة المختصرة كما يلي :

جدول (٢٦)

السنة	الإنتاج (م) بالمليون	(م) بالمئات	٢ م	٢ م	٤ م	٢ م	٢ م
١٩٨٢	٣٣,٢	٥-	٢٥	١٢٥-	٦٢٥	١٦٦-	٨٣٠
١٩٨٣	٣١,٤	٤-	١٦	٦٤-	٢٥٦	١٢٥,٦-	٥٠٢,٤
١٩٨٤	٣٩,٨	٣-	٩	٢٧-	٨١	١١٩,٤-	٣٥٨,٢
١٩٨٥	٥٠,٢	٢-	٤	٨-	١٦	١٠٠,٤-	٢٠٠,٨
١٩٨٦	٦٢,٩	١-	١	١-	١	٦٢,٩-	٦٢,٩
١٩٨٧	٧٦,-	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
١٩٨٨	٩٢,-	١+	١	١	١	٩٢	٩٢
١٩٨٩	١٠٥,٧	٢+	٤	١٦	١٦	٢١١,٤	٤٢٢,٨
١٩٩٠	١٢٢,٧	٣+	٩	٢٧	٨١	٣٦٨,٤	١١٠٤,٢
١٩٩١	١٣١,٧	٤+	١٦	٦٤	٢٥٦	٥٢٦,٨	٢١٠٧,٢
١٩٩٢	١٧١,١	٥+	٢٥	١٢٥	٦٢٥	٨٥٥,٥	٤٧٧٧,٥
المجموع	٩١٦,٧	صفر	١١٠	صفر	١٩٥٨	١٢٨٧,٨	١٠٤٥,٨

وبالتعويض في المعادلات الثلاث السابقة نجد أن

(١) $٩١٦,٧ = ١١٠ + ١١ \rightarrow \dots \dots \dots$

(٢) $١٢٨٧,٨ = ١١٠ + ١١ \rightarrow \dots \dots \dots$

(٣) $١٠٤٥,٨ = ١٩٥٨ + ١١٠ \rightarrow \dots \dots \dots$

- ٤٧٢ -

ومنها :

$$ب = \frac{1387,8}{110} = 12,616$$

وبأخذ المعادلتين (١) ، (٢)

$$\begin{array}{rcl} 9167 = 110 + 11 \times 10 \dots \dots (٤) \text{ بالضرب في } 10 \\ 10458 = 110 + 110 \dots \dots (٥) \\ 9167 = 110 + 110 \dots \dots (٦) \\ \hline 1291 = 808 \dots \dots \text{ يطرح (٦) من (٥)} \\ 1291 \\ 808 \\ \hline 1,5 = \end{array}$$

وبالتعويض بقيمة (أ) في المعادلة (١) :

$$\begin{aligned} 9167 &= 110 + 1,5 \times 110 \\ 916,7 &= 165 - 110 \\ 751,7 &= 110 \end{aligned}$$

$$ومنها ح = \frac{751,7}{11} = 68,34$$

وتصبح معادلة الاتجاه العام من = 1,5 من 12,616 + من + 68,34 (نقطة الأصل : 1987 وحدة للزمن (س) : سنة) .

إستبعاد أثر الاتجاه العام :

وهذا يعنى حصولنا على قيمة للظاهرة متأثرة بالتغيرات الأخرى وهى -
أثر التغيرات الموسمية، وأثر التغيرات الدورية، وأثر التغيرات العشوائية - دون أثر
الاتجاه العام، فطى فرض أن النموذج المستخدم هو نموذج حاصل الضرب أى أن:

$$\text{ش} = \text{ت} \times \text{م} \times \text{ن} \times \text{ع}$$

فإنه للحصول على تن أى (ش) فقد تم ذلك بطرق عديدة سبق
الإشارة إليها سابقاً وكانت طريقة المربعات الصغرى أفضلها حيث .

ص = أ ص + ب .. فى حال الاتجاه العام الخطى ،

ص = أ ص + ب ص + ح .. فى حالة الاتجاه العام غير الخطى

فكلى نستبعد أثر الاتجاه العام فستخدم المعادلة التالية التى تحقق ذلك :

قيمة الظاهرة بعد تخلصها من أثر الاتجاه العام (تن) :

$$= \frac{\text{القيمة الأصلية للظاهرة (ص) فى الفترة الزمنية للسلسلة}}{100 \times \text{القيمة الاتجاهية للظاهرة (ش) للمناظرة لكل فترة زمنية للسلسلة}}$$

$$\text{أى} = \frac{\text{ص}}{\text{ش}} \times 100$$

ويتطبيق ذلك على بيانات المثال رقم (٧) السابق - أنظر الجدول رقم (٧) حيث بلغت القيم الاتجاهية :

$$\text{ص}_{٨٨} = ٤١,٥٧ \quad \text{ص}_{٩٢} = ٤٥,٥٧$$

$$\text{ص}_{٨٩} = ٤٢,٥٧ \quad \text{ص}_{٩٣} = ٤٦,٥٧$$

$$\text{ص}_{٩٠} = ٤١,٥٧ \quad \text{ص}_{٩٤} = ٤٧,٥٧$$

$$\text{ص}_{٩١} = ٤٤,٥٧$$

بينما بلغت نسب الإنتاج مخرصة من أثر الاتجاه العام

$$Z_{101}, Z_{98,8}, Z_{96,5}, Z_{101}, Z_{103,4}, Z_{101}, Z_{101}$$

من القيم الأصلية على الترتيب خلال سنوات السلسلة، ومعنى ذلك أن هناك زيادة فى الإنتاج الأصلى عن القيمة الإتجاهية بنسبة ١٪، ١٪، ٣٪، ٤٪، ١٪، ٣٪ خلال الأعوام ١٩٨٨، ١٩٨٩، ١٩٩٠، ١٩٩١، ١٩٩٤ بينما هناك نقص فى الإنتاج بنسب ٥٪، ٣٪، ٢٪ خلال الأعوام ١٩٩٢، ١٩٩٣.

ويمكن تمثيل ما سبق فى الجدول التالى :

جدول (٢٧)

السنة	القيمة الأصلية للإنتاج (م) (ت × م × ع × ن)	القيمة الاتجاهية للإنتاج (ت ن) أو (م ن)	من $Z_{100} \times \frac{\text{م}}{\text{م}}$ (م × ن × ع × ن) من	النسبة المئوية من $Z_{100} \times \frac{\text{م}}{\text{م}}$ من
١٩٨٨	٤٢	٤١,٥٧	١,٠١	١٠١
١٩٨٩	٤٣	٤٢,٥٧	١,٠١	١٠١
١٩٩٠	٤٣	٤١,٥٧	١,٠٣٤	١٠٣,٤
١٩٩١	٤٥	٤٤,٥٧	١,٠١	١٠١
١٩٩٢	٤٤	٤٥,٥٧	٠,٩٦٥	٩٦,٥
١٩٩٣	٤٦	٤٦,٥٧	٠,٩٨٨	٩٨,٨
١٩٩٤	٤٩	٤٧,٥٧	١,٠٣	١٠٣

ومن الجدول السابق نستنتج ما يلي :

١ - عندما تم قسمة الإنتاج الأصلي على الإنتاج المتوقع (القيمة الاتجاهية) ونشأ لدينا قيم الإنتاج بعد إستبعاد الاتجاه العام أى قيمة الظاهرة متأثرة بالتغيرات الموسمية والدورية والعرضية فقط ويمكن التعبير عنها فى شكل نسب مئوية.

ففى مثالنا نعلم هذه النسب أن الإنتاج الأصلي فى أعوام ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ ، ١٩٩٠ ، ١٩٩١ ، ١٩٩٤ كان أعلى من القيم الاتجاهية بنسب ١٪ ، ١٪ ، ٣٪ ، ٤٪ ، ١٪ ، ٣٪ على الترتيب وهى نسب الموسم والدورية والعرضية ، فى حين أنه فى عامى ١٩٩٢ ، ١٩٩٣ كان الإنتاج الأصلي أقل بنسب ٣,٥٪ ، ١,٢٪ بسبب التأثيرات الموسمية والدورية والعرضية مجتمعة .

٢ - يجب أن نوه هنا أنه إذا كانت النسبة فى العمود الأخير $\times 100$ هى

فى الجدول السابق (١٠٠٪) لكان معنى ذلك أن الإنتاج الأصلي - أى قيمة الظاهرة الأصلية - فى هذه السنة أو الفترة - لم تكن متأثرة أو خاضعة للتأثيرات الموسمية والدورية والعرضية مجتمعة أو منفردة .

(ب) التغيرات الموسمية (م) ، (Seasonal Variations) :

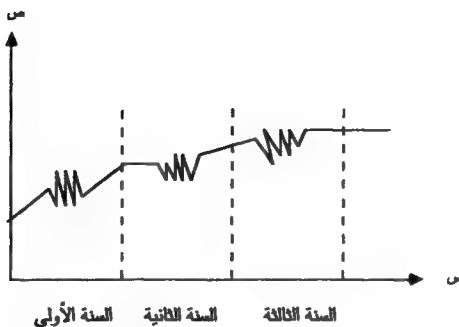
١ - مقدمة وتعريف :

يعرف الموسم بأنه فترة زمنية أقل من سنة (نصف سنة ، ربع سنة / شهر ، أسبوع ، يوم ، ساعة ..) .

أما للتغيرات الموسمية فيقصد بها التغيرات المنتظمة التى تؤثر على الظاهرة موضوع الدراسة خلال فترات زمنية قصيرة الأجل - أى للتغيرات قصيرة الأجل - سواء صعوداً أو هبوطاً ، وقد يعود السبب فى هذه التغيرات

الموسمية إلى العادات الإجتماعية مثل زيادة مبيعات محلات الملابس قبل الأعياء مباشرة ، زيادة مشتريات الكراسيات المدرسية قبل وفي بداية دخول المدارس ، أو زيادة عمليات السحب للنفود من البنوك أول كل شهر ، أو بسبب الاجازات كما يزداد بيع تذكار مشاهدة الأفلام السينمائية والمسرحيات أيام الجمع والأحد من أيام الأسبوع، أو بسبب الطقس (درجات الحرارة) . فقد تزداد مبيعات الملابس الصيفية أو الشتوية باختلاف فصول السنة، أيضاً بسبب الأمطار فقد تزداد مبيعات المظلات الواقية من المطر في فصل الشتاء، أو تزداد مبيعات الفحم للتدفئة في فصل الشتاء أيضاً ، أو تزداد مبيعات ملابس البحر في فصل الصيف .. كما تزداد حركة المواصلات الداخلية في فترتي الصباح والظهر من كل يوم بإحدى المدن ، وجدير بالذكر أن التغيرات الموسمية ليست بالضرورة أن يكون إنتظامها كاملاً ويتضح ملامح هذه التغيرات من الشكل التالي:

الشكل رقم (٤٧)



التغيرات الموسمية في السلسلة الزمنية

وتظهر أهمية دراسات التغيرات الموسمية في الوصول إلى نموذج يعبر لنا هذه التغيرات كإلى قياس التغير الموسمي ، وإجراء المقارنات بين تغيرات كل موسم من مواسم السنة ، ومعرفة إلى أى مدى تؤثر هذه التغيرات في قيم الظاهرة ، وأخيراً مدى إمكانية إستبعاد أثر التغيرات الموسمية لو إردنا .

ولا شك أن الوصول إلى ما سبق سيساعد الإدارات العليا والتنفيذية في المؤسسات المختلفة - تجارية أو خدمية - في التخطيط لسنة أو سنتين قادمين بما يساعد على وضع سياسات ناجحة في مجالات المبيعات والمشتريات والمخزون، أو تحديد الأوقات المناسبة للدعاية الإعلانية عن سلعة معينة، أو التخطيط في مجالات التمويل والإستثمار وإحتياجات القوى العاملة الخ .

٢ - طرق حساب الحركة الموسمية (الدليل الموسمي) :

أولاً : هناك أكثر من طريقة لحساب الحركة الموسمية - أى التأثيرات الموسمية من أهمها :

- طريقة النسب الموسمية (أو الدليل الموسمي) ولها أكثر من صورة منها .

١ - النسب الموسمية التى تستخدم المتوسطات العادية كالوسط الحسابى لكافة قيم الظاهرة أو الوسط الحسابى لكافة القيم بعد حذف أصغر وأكبر قيمة أو الوسيط لمجموعة القيم .

٢ - النسب الموسمية بإستخدام الأوساط المتحركة .

وهو ما سنتناوله لبعضها في الأجزاء التالية ، لكن يجب أن نعلم أنه لكي يتم تقدير أثر الموسم لظاهرة ما يجب أن نؤكد على النقاط التالية :

(أ) تحديد الاتجاه العام - للقيمة الاتجاهية للسلسلة للزمنية بطريقة المربعات الصغرى أو المتوسطات المتحركة .

(ب) من الضروري إستبعاد أثر الاتجاه العام من السلسلة الأصلية قبل تقدير

الحركة الموسمية ، ويتم ذلك بقسمة القيمة الأصلية على القيم الاتجاهية والضرب فى ١٠٠ . فنحصل على نسب القيم الأصلية إلى القيم الاتجاهية .

(جـ) كما يتحتم أيضاً إستبعاد أثر التغيرات العشوائية خلال السنة قبل تقدير الحركة الموسمية ، ويتم ذلك بإستخدام أسلوب المتوسطات على مرحلتين . أولهما عندما نأخذ متوسط المواسم ، وثانيهما عند حساب المتوسط العام لمتوسطات المواسم؛ ذلك لأن حساب المتوسط لأى مجموعة ما هو الا تمهيد لما قد تكون عليه مفردات هذه المجموعة من تنبؤات خلال الفصل أو فصول السنة .

(د) إن الحركة الموسمية يمكن أن تتغير بتغير الزمن، لذا يجب أن نتحدد الفترة الزمنية التى يتم لها تقدير الحركة الموسمية .

(هـ) إذا علمنا قيمة المتوسط لكل موسم من مواسم السنة الأربعة مثلاً لظاهرة ما ، فمستطيع تعديل هذه القيم بادخال الأثر الموسمى عليها إذا كانت النسبة الموسمية (الدليل الموسمى) فوق المائة أو باستبعاده منها إذا كانت النسبة الموسمية تحت المائة ، وبذلك نتمكن من التنبؤ بما سوف تكون عليه قيمة الظاهرة فى كل موسم من المواسم فى المستقبل .

(و) فى حالة مطومية القيمة الاتجاهية لظاهرة ما عن السنة كلها فيمكننا تقدير القيمة المتوقعة لهذه الظاهرة لكل موسم من مواسم السنة الأربعة بحساب المتوسطات - أى بقسمة القيمة السنوية على أربعة - ثم ندخل على كل متوسط منها أثر الموسم عليه كما جاء فى البند (هـ) .

(ز) يجب أن تكون الظروف المحيطة بمدة السلسلة الزمنية للظاهرة التى نقيس لها التغيرات الموسمية ظروف ثابتة تقريباً بمعنى أهمية إستبعاد فترات الحروب والإضطرابات وأية تغيرات فجائية فى السياسات الإقتصادية والتجارية لإمكانية الاستفادة من قياس هذه التغيرات فى التخطيط للمشروع فى الأجل القصير .

ثانياً، الحركة الموسمية باستخدام الوسط الحسابي،

بفرض أن لدينا القيم التالية والتي تم تخليصها من أثر الاتجاه العام.

الموسم	المنة (١)	المنة (٢)	المنة (٣)	المنة (٤)	المنة (٥)
موسم الشتاء (١)	١١م	٢١م	٣١م	٤١م	٥١م
موسم الربيع (٢)	١٢م	٢٢م	٣٢م	٤٢م	٥٢م
موسم الصيف (٣)	١٣م	٢٣م	٣٣م	٤٣م	٥٣م
موسم الخريف (٤)	١٤م	٢٤م	٣٤م	٤٤م	٥٤م

وعليه فإن :

١ - متوسط الموسم الأول للسنوات الخمس بالسلسلة ولترمز له بالرمز :

$$\bar{م_1} = \frac{١١م + ٢١م + ٣١م + ٤١م + ٥١م}{٥}$$

٢ - متوسط الموسم للفصل الثاني للسنوات الخمس بالسلسلة :

$$\bar{م_2} = \frac{١٢م + ٢٢م + ٣٢م + ٤٢م + ٥٢م}{٥}$$

٣ - متوسط الموسم للفصل الثالث للسنوات الخمس بالسلسلة :

$$\bar{م_3} = \frac{١٣م + ٢٣م + ٣٣م + ٤٣م + ٥٣م}{٥}$$

٤ - متوسط الموسم للفصل الرابع للسنوات الخمس بالسلسلة:

$$\bar{m}_4 = \frac{m_{41} + m_{42} + m_{43} + m_{44} + m_{45}}{5}$$

٥ - المتوسط العام للمواسم الأربعة ولترمز له بالرمز :

$$\bar{m} = \frac{\bar{m}_1 + \bar{m}_2 + \bar{m}_3 + \bar{m}_4}{4}$$

وعليه فإن : نسبة أى موسم (دليل أى موسم) = $\frac{\text{متوسط الموسم}}{\text{المتوسط العام للمواسم}} \times 100$

$$* \text{نسبة الموسم الأول (دليل الموسم الأول)} = \frac{\bar{m}_1}{\bar{m}} \times 100$$

$$* \text{نسبة الموسم الثانى (دليل الموسم الثانى)} = \frac{\bar{m}_2}{\bar{m}} \times 100$$

$$* \text{نسبة الموسم الثالث (دليل الموسم الثالث)} = \frac{\bar{m}_3}{\bar{m}} \times 100$$

$$* \text{نسبة الموسم الرابع (دليل الموسم الرابع)} = \frac{\bar{m}_4}{\bar{m}} \times 100$$

مثال (١٠) :

القيم التالية تبين كمية المبيعات الربيع سنوية (بالآلاف وحدة) لإحدى الشركات عن المدة ١٩٩٥ - ١٩٩٩ (مخرصة من أثر الاتجاه العام) .

جدول (٢٨)

١٩٩٩	١٩٩٨	١٩٩٧	١٩٩٦	١٩٩٥	السنة الموسم
٢٠	١٨	١٩	٢٠	١٩	الشتاء (١)
٢٤	٢٥	٢٦	٢٤	٢٥	الربيع (٢)
٣٢	٣٣	٣١	٣٣	٣٢	الصيف (٣)
٢٧	٢٥	٢٤	٢٥	٢٦	الخريف (٤)

والمطلوب :

- ١ - حساب الحركة الموسمية (الدليل الموسمي) للمبيعات الفصلية .
- ٢ - تخليص الظاهرة (المبيعات) من أثر الموسم في الفصول الأربعة من السنة الأولى (١٩٩٥) .

الحل :

- ١ - حساب الدليل الموسمي للمبيعات الفصلية

جدول (٢٩)

خطوات الحساب		المجموع	البيانات					السنة / الفصل
نسبة الفصل (٢)	متوسط الفصل أو الموسم (٣)		١٩٩٩	١٩٩٨	١٩٩٧	١٩٩٦	١٩٩٥	
$19,7 = 100 \times \frac{19,7}{70,4}$	$19,7 = 0 \div 96$	٩٦	٢٠	١٨	١٩	٢٠	١٩	(١)
$18,8 = 100 \times \frac{18,8}{70,4}$	$18,8 = 0 \div 174$	١٧٤	٢٤	٢٥	٢٦	٢٤	٢٥	(٢)
$17,7 = 100 \times \frac{17,7}{70,4}$	$17,7 = 0 \div 161$	١٦١	٢٢	٢٢	٢٦	٢٢	٢٢	(٣)
$10,4 = 100 \times \frac{10,4}{70,4}$	$10,4 = 0 \div 177$	١٧٧	٢٧	٢٥	٢٤	٢٥	٢٦	(٤)
المجموع $\Sigma 400$								
$\frac{\Sigma 400}{100} = \frac{400}{100}$								
	المتوسط العام $\bar{x} = 10,4 \div 100 = 0,104$							

(*) يطلق عليه البعض الرقم القياسي للتغيرات الموسمية.

(**) لاحظ أن مجموع النسب الموسمية الأربعة = ٤٠٠ وهذا منطقياً حيث أن المؤثرات الموسمية لابد أن تعادل بعضها خلال فترة عام وهذا يعنى أيضاً أنه إذا كانت مبيّبات المواسم كلها متساوية فإن التغيرات الموسمية تكون معدومة (لا تأثير لها).

تفسر النتائج السابقة كما يلي :

١ - أن متوسط المبيعات خلال فصل الشتاء (١) ، (١٩,٢) ألف وحدة تكون ٧٦٪ من المتوسط العام للمبيعات خلال الفصل الواحد بأعوام السلسلة (٢٥,٤ ألف وحدة) وهذا يعنى أن متوسط المبيعات فى هذا الفصل يقل عن المتوسط العام بنسبة ٢٤٪.

٢ - أن متوسط المبيعات خلال فصل الربيع (٢) ، (٢٤,٨) ألف وحدة تكون ٩٧٪ من المتوسط العام للمبيعات خلال الفصل الواحد بأعوام السلسلة (٢٥,٤ ألف وحدة) وهذا يعنى أن متوسط المبيعات فى هذا الفصل تقل عن المتوسط العام للمبيعات بنسبة ٣٪ فقط.

٣ - أن متوسط المبيعات خلال فصل الصيف (٣) ، (٣٢,٢) ألف وحدة تكون ١٢٧٪ من المتوسط العام للمبيعات خلال الفصل الواحد بالعام من سنوات السلسلة (٢٥,٤ ألف وحدة) ؛ وهذا يعنى أن متوسط المبيعات فى هذا الفصل تزيد عن المتوسط العام للمبيعات بنسبة ٢٧٪.

٤ - أن متوسط المبيعات خلال فصل الخريف (٤) ، (٢٥,٤) ألف وحدة) وتكون ١٠٠٪ من المتوسط العام للمبيعات خلال الفصل الواحد بأعوام السلسلة. ونلاحظ أن مبيعات هذا الفصل تساوى المتوسط العام للمبيعات أى ليس هناك تأثير موسمى على المبيعات فى هذا الفصل .

كما يجب لنا أيضاً أن المبيعات تبلغ حدداً الأقصى فى الفصل الثالث وحدداً الأدنى فى الفصل الأول .

ثالثاً ، تخلص الظاهرة (المبيعات) من الأثر الموسمي :

من الممكن تخليص الظاهرة من أثر التغيرات الموسمية بنفس طريقة تخليص الظاهرة من أثر الاتجاه العام كما يلي :

قيمة الظاهرة بعد تخليصها من أثر التغيرات الموسمية (م) أى من أثر الموسم :

$$= \frac{\text{قيمة الظاهرة الأصلية للموسم بعد تخليصها من أثر الاتجاه العام}}{\text{النسبة الموسمية (الدليل الموسمي) بهذا الموسم}}$$

وعليه فإنه : لتخلص المبيعات من تأثير الفصول المختلفة لعام ١٩٩٥ فى هذا المثال أى قيمة المبيعات اللاموسمية (دون التأثير الموسمي) فى فصل الشتاء (١) عام ١٩٩٥ .

$$= \frac{19}{0,76} = 25 \text{ ألف وحدة}$$

قيمة المبيعات اللاموسمية فى فصل الربيع (٢) عام ١٩٩٥ .

$$= \frac{25}{0,97} = 25,773 \text{ ألف وحدة}$$

قيمة المبيعات اللاموسمية فى فصل الصيف (٣) عام ١٩٩٥

$$= \frac{32}{1,27} = 25,299 \text{ ألف وحدة}$$

قيمة المبيعات اللاموسمية فى فصل الخريف (٤) عام ١٩٩٥

$$= \frac{26}{100} = 26 \text{ ألف وحدة.}$$

وبذلك يتبين لنا أن المبيعات اللاموسمية - دون تأثير الموسم - تبلغ حدها الأقصى في الفصل الرابع من السنة وحدها الأدنى في الفصل الأول من السنة .
 رايحاً ، استخدام الدليل الموسمي في التنبؤ :

كما أمكن استخدام الاتجاه العام في التنبؤ بالقيم الاتجاهية في المدى الطويل ، يمكن استخدام التغيرات الموسمية في التنبؤ أيضاً لكن في المدى القصير - فترات أقل من سنة - أي في التنبؤ بمقدار التغيرات الموسمية في سنوات مقبلة والتخطيط لذلك، فإذا أمكننا التنبؤ بالقيمة الاتجاهية للسلسلة الزمنية (باستخدام طريقة المبيعات الصغرى مثلاً) لسنة محددة في المستقبل ولكن في مثالنا السابق (رقم ١٠) بمبيعات عام ٢٠٠٠ والتي بلغت ١١٠ ألف وحدة - فإنه يمكننا التنبؤ بقيمة المبيعات لكل فصل من فصول نفس السنة على حدة كما يلي : تقديرات الفصل (الموسم) :

$$= \frac{\text{دليل الفصل (الموسم)}}{\text{مجموع الفصول (الموسم)}} \times \text{تقديرات مبيعات السنة}$$

$$\text{تقدير المبيعات في الفصل (١) عام ٢٠٠٠} = \frac{76}{400} \times 110 = 20,9 \text{ ألف وحدة}$$

$$\text{تقدير المبيعات في الفصل (٢) عام ٢٠٠٠} = \frac{97}{400} \times 110 = 26,675 \text{ ألف وحدة}$$

$$\text{تقدير المبيعات في الفصل (٣) عام ٢٠٠٠} = \frac{127}{400} \times 110 = 34,925 \text{ ألف وحدة}$$

$$\text{تقدير المبيعات في الفصل (٤) عام ٢٠٠٠} = \frac{100}{400} \times 110 = 27,5 \text{ ألف وحدة}$$

الحركة الموسمية بإستخدام الوسيط (م) :

يمكن إستخدام الوسيط فى حساب النسب الموسمية (الدلائل الموسمى) خاصة فى حالات القيم الشاذة أو المتطرفة لأن إستخدام الوسط الحسابى فى الحالة السابقة يعتبر مقياساً غير دقيق كما يلى :

١ - يتم الحصول على الوسيط لكل فصل بعد ترتيب القيم الفصلية للظاهرة فى الفصل الواحد خلال سنوات السلسلة ترتيباً تصاعدياً أو ترتيباً تنازلياً ، وبالطبع القيمة الوسيطة ستكون هى القيمة الوسطى بعد الترتيب المشار إليه عالية .

٢ - يتم الحصول على الوسط العام لجميع القيم الوسيطة للفصول المختلفة :

$$\text{أى الوسط العام} = \frac{\text{مجموع القيم الوسيطة للفصول}}{\text{عدد الفصول}}$$

$$٣ - \text{النسبة الموسمية (الدلائل الموسمى)} = \frac{\text{الوسيط لأى فصل}}{\text{الوسط العام}} \times ١٠٠$$

مثال (١١) :

إحسب الحركة الموسمية فى المثال رقم (١٠) السابق بإستخدام أسلوب الوسيط .

الحل :

الجدول التالى يمرض الكميات المباعة خلال الفصول الأربعة سنوات السلسلة الزمنية مرتبة تصاعدياً ، كما يبين الجدول أيضاً وسيط الموسم ، والنسب الموسمية (أو الدلائل الموسمى) .

جسداول (٣٠)

البيان الفصل	الكميات الفصلية المباعة مرتبة تصاعدياً	وسيط الكميات المباعة (٧)	النسب الموسمية (الدلائل الموسمي)
فصل الشتاء (١)	١٨، ١٩، (١٩)، ٢٠، ٢٠	١٩	$Z_{٧٥,٢} = ١٠٠ \times \frac{١٩}{٢٥,٢٥}$
فصل الربيع (٢)	٢٤، ٢٤، (٢٥)، ٢٦، ٢٥	٢٥	$Z_{٩٩} = ١٠٠ \times \frac{١٩}{٢٥,٢٥}$
فصل الصيف (٣)	٣١، ٣٢، (٣٢)، ٣٣، ٣١	٣٢	$Z_{١٢٦,٧} = ١٠٠ \times \frac{٣٢}{٢٥,٢٥}$
فصل الخريف (٤)	١٤، ٢٥، (٢٥)، ٣٦، ٣٧	٢٥	$Z_{٩٩} = ١٠٠ \times \frac{٢٥}{٢٥,٢٥}$
			$Z_{٤٠٠}$
المجموع	الوسط العام	١٠١ $٢٥,٢٥ = \frac{١٠١}{٤}$	$Z_{١٠٠}$

وينفس الطريقة السابقة يمكن (بإستخدام الدليل الموسمي الجديد) والذي أختلف إلى حد ما - عن الألة الموسمية بإستخدام الوسط الحسابي - السابقة .

١ - التلخص من التأثير الموسمي .

٢ - التنبؤ بقيم المبيعات خلال الفصول المختلفة عام ٢٠٠٠ .

إستبعاد أثر الاتجاه العام والموسم معاً بإستخدام نموذج حاصل الضرب) .
حيث سبق أن أوضحنا أن :

$$ص_n = ت_n \times م_n \times د_n \times ع_n$$

وعليه فإنه بالتخلص من تأثيرات الاتجاه العام وتأثيرات الموسم على السلسلة الزمنية فإننا نصل إلى تأثير التغيرات الدورية والعرضية .

أى أن :

التغيرات الدورية والعرضية .

$$\frac{\text{ص ن}}{\text{ت ن} \times \text{م ن}} = \text{د ن} \times \text{ع ن}$$

(جـ) التغيرات العرضية (ع ن) : *Irregular Variations*

أن التغيرات العشوائية أو العرضية ، هي التغيرات التى تقع نتيجة أسباب طارئة، ولا تحدث مفعولها طبقاً لقاعدة ثابتة أو تأثير ثابت على قيم السلسلة الزمنية ، فقد يكون التأثير تارة بالزيادة . وتارة بالنقص على فترات قصيرة ، كما أن فجائية عوامل حدوثها تجعل من الصعوبة بمكان التنبؤ بها أى تقديرها من حيث حجمها واتجاهها ، ومن أهم عوامل حدوثها الحروب والاضطرابات والزلازل والاعاصير والأوبئة والتى تؤثر على المستوى الاقتصادى للبلاد مثلاً، وللأسباب السابقة فإنه باستخدام أسلوب المتوسطات المتحركة فإننا نخلص من مثل هذه التغيرات العرضية إن وجدت، وبالتالي فإن قيمة المتوسطات المتحركة الناتجة تعبر مقبول للتغيرات الدورية فى السلاسل الزمنية السنوية .

(د) التغيرات النورية (د ن) :

وهو مؤثرات صاعدة أو هابطة عن قيم الاتجاه العام للسلسلة الزمنية خلال فترات زمنية طويلة يطلق عليها دورة يتراوح طولها ما بين ٣ - ١٥ سنة، وهى تشبه التغيرات الموسمية من حيث تكرارها لكن بطريقة غير منتظمة فى كثير من الأحيان وذلك لاختلاف طول الدورة وحدتها ، ومن أهم أسباب هذه التغيرات كل من العلاقات الدولية والسياسات الحكومية ، وكذا التغير فى عرض السلع والخدمات والطلب عليها ٠٠٠ الخ ، ومن أهم أمثلتها دورات الأعمال فى

(٥) تعرف أيضاً بالنسب الدورية نظراً لأنه يتم التعبير عنها كنسب من القيم الاتجاهية.

النظام الرأسمالى حيث يقع تأثير هذه التغيرات فى كل من فترات الرواج والكساد الإاقتصادى، ولذا تحدد دورة التغيرات الدورية بالفترة بين قاعى موجتين متتاليتين أو قيمتين متتاليتين من موجات دورات الكساد أو الرواج الإاقتصادى، وتظهر أهمية دراسة التغيرات الدورية بالسلاسل الزمنية فى قياس أثر التغيرات الدورية ، والتنبؤ بوقوع مثل هذه التغيرات تمهيداً لعمل خطة لمواجهة التأثيرات الخطرة منها بجانب التفكير فى وضع حلول للمشاكل التى تنجم عنها عند حدوثها .

ويعنى آخر أنها تعتبر أداة نافعة فى رسم سياسات مستقبلية تعمل على ثبات مستوى الحالة الإاقتصادية محلياً ودولياً .

وأخيراً يجب أن ننوه هنا أنه عند تحليل السلاسل الزمنية لتقدير التغيرات الدورية يجب أن نفرق بين ما إذا كانت :

١ - بيانات السلسلة الزمنية موضوع الدراسة سنوية .

٢ - أو بيانات السلسلة الزمنية موضوع الدراسة ، شهرية أو فصلية .

ففى الحالة الأولى (السلسلة السنوية) فإن السلسلة الزمنية للظاهرة تكون تحت تأثير كل من ، تغيرات الاتجاه العام (ت ن) ، والتغيرات الدورية (د ن) ، وعليه فإنه بأخذ المتوسطات المتحركة للقيم الأصلية وقسمتها على القيم الاتجاهية المناظرة تكون قد تخلصنا من التأثيرات للاتجاه العام والتأثيرات العرضية، ويكون الناتج التأثيرات الدورية فقط .

أما فى الحالة الثانية (السلسلة فصلية أو شهرية) فإن هذه السلسلة الزمنية للظاهرة تكون تحت تأثير كل من التغيرات الأربعة ، الاتجاه العام (ت ن) ، والتغيرات الموسمية (م ن) ، والتغيرات العشوائية (ع ن) ، والتغيرات الدورية (د ن)

ومن ثم يتطلب الأمر للوصول إلى التغيرات الدورية ، التلخص من كل من تأثيرات الاتجاه العام (ت.ن) ، ثم التأثيرات الموسمية (م.ن) وأخيراً التأثيرات العرضية (ع.ن) وذلك . بأخذ المتوسط المتحرك لكل من (ع.ن ، د.ن) وبالتالي تصل إلى التغيرات الدورية وللتلخيص من التأثير الموسمي فى المثال رقم (١٠) السابق - أى للوصول إلى قيم التغيرات العشوائية والدورية من الجدول التالى وفقاً لما جاء بالأحل السابق للسلسلة الزمنية .

جدول رقم (٣١)

(بالآلاف وحدة)

السنة الفصل	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	الطلب الموسمية (التلايف الموسمي)
(١)	٢٥,—	٣٦,٣١٦	٢٥,—	٢٣,٨٤	٣٦,٣١٦	Z٧٦
(٢)	٢٥,٧٧٣	٢٤,٧٤٢	٣٦,٨٠٤	٢٥,٧٣	٢٤,٧٤٢	Z٩٧
(٣)	٢٥,١٩٧	٢٥,٩٨٤	٢٤,٤٠٩	٢٥,٩٨٤	٢٥,١٩٧	Z١٢٧
(٤)	٢٦,—	٢٥,—	٢٤,—	٢٥,—	٢٧,٠٠٠	Z١٠٠

وللتلخيص من التغيرات العشوائية (ع.ن) للوصول إلى قيم التغيرات الدورية (د.ن) نقوم بالاجراء التالى (٥).

جدول (٣٢)

القيمة الدورية (د.ل.)	الأوساط المتحركة لدورة طولها ٣ فصول	المجموع المتحرك لدورة طولها ١٠ فصول	القيمة الآموسية (ع.ن.د.ل.) ^(*)	ع.ن.د.ل. ع.ن.د.ل.	السنة بالفصل
(٦)	(٥)	(٤)	(٣)	(٢)	(١)
	—	—	٢٥,٠٠٠	١٩	١٩٩٥
	٢٥,٣٦٣	٢٥,٩٧٠	٢٥,٧٧٣	٢٥	(١)
	٢٥,٦٥٧	٢٦,٩٧٠	٢٥,١٩٧	٢٢	(٢)
	٢٥,٨٢٨	٢٧,٥١٣	٢٦,٠٠٠	٢٦	(٣)
	—	—	—	—	(٤)
	٢٥,٦٨٦	٢٧,٠٥٨	٢٦,٣١٦	٢٠	١٩٩٦
	٢٥,٥٩١	٢٦,٧٧٢	٢٤,٧٤٢	٢٤	(١)
	٢٥,٢٤٢	٢٥,٧٢٦	٢٥,٦٨٤	٢٣	(٢)
	٢٥,٣٢٨	٢٥,٦٨٤	٢٥,٠٠٠	٢٥	(٣)
	—	—	—	—	(٤)
	٢٥,٦٠١	٢٦,٨٠٤	٢٥,٠٠٠	١٩	١٩٩٧
	٢٥,٤٠٤	٢٦,٢١٣	٢٦,٨٠٤	٢٦	(١)
	٢٥,٠٧١	٢٥,٢١٣	٢٤,٤٠٩	٢١	(٢)
	٢٤,٠٢١	٢٦,٠٩٣	٢٤,٠٠٠	٢٤	(٣)
	—	—	—	—	(٤)
	٢٤,٤٨٦	٢٣,٤٥٧	٢٣,٦٨٤	١٨	١٩٩٨
	٢٥,١٤٧	٢٥,٤٤١	٢٥,٧٧٣	٢٥	(١)
	٢٥,٥٨٦	٢٦,٧٥٧	٢٥,٩٨٤	٢٣	(٢)
	٢٥,٧٦٧	٢٧,٣٠٠	٢٤,٠٠٠	٢٥	(٣)
	—	—	—	—	(٤)
	٢٥,٣٥٣	٢٦,٠٥٨	٢٦,٣١٦	٢٠	١٩٩٩
	٢٥,٤١٨	٢٦,٢٥٥	٢٤,٧٤٢	٢٤	(١)
	٢٥,٦٤٦	٢٦,٩٣٩	٢٥,١٩٧	٢٢	(٢)
	—	—	٢٧,٠٠٠	٢٧	(٣)

وهي الأوساط المتحركة في المصروف السابق (٥)

(*) القيمة التفصيلية الأصلية كانت مختصة من الاتجاه العام.
(**) من الجدول رقم (٢٩) السابق.

والمقارنة العمود رقم (٣) [ع ن x د ن] بالعمود (٥) [د ن] في كافة
الفصول نجد أنه محدود جداً ، أى أن التأثيرات العرضية هنا محدودة جداً
بالقياس بالقيمة الأصلية مخرصة من القيم الاتجاهية بالعمود رقم (٦) أى
بالتأثيرات الموسمية .

تعاريف (٩)

١ - فيما يلى عدد المواليد السنوية ، والوفيات السنوية فى ج.م.ع خلال المدة
من ١٩٨٠ - ١٩٩٤ .

(بالالف نسمة)

السنة	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
المواليد	١٥٨٠	١٦٠٤	١٦١٢	١٦٨٤	١٦١٥	١٦٢٢	١٦٢٨	١٦٢٣	١٦٣٣	١٦٤٣	١٦٦٢	١٦٨٩	١٦٧٠	١٧٤٦	
الوفيات	٤٢٣	٤٢٤	٤٤٤	٤٤٥	٤٤٧	٤٥٦	٤٥٨	٤٦٨	٤٦٩	٤٦٧	٣٩٥	٣٩٣	٤٣٠	٤٠٧	٤١٧

والمطلوب :

- ١ - تمثيل كل من السلسلتين بيانياً للوصول إلى المنحنى التاريخى لهما .
- ٢ - قياس الاتجاه العام للمواليد باستخدام طريقة أشباه المتوسطات .
- ٣ - قياس معادلة الاتجاه العام للوفيات باستخدام طريقة المربعات الصغرى .
- نوياً : باعتبار سنة الأساس عام (١٩٨٠) .
- ثانياً : باعتبار سنة الأساس منتصف السلسلة الزمنية .
- ٤ - تخليص الوفيات من الاتجاه العام عن الأعوام ٨٢ ، ٨٨ ، ٩٤ .
- ٥ - توقع الوفيات عن عامى ١٩٩٧ ، ٢٠٠٠ .
- ٦ - فيما يلى الإنتاج الزراعى للمحصولين أ ، ب بإحدى الدول خلال المدة من
١٩٨٩ - ١٩٩٤ .

السنة	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤
المواليد (أ)	١٤٨	٨٩	٤١	٥٨	٧١	١١٠
الوفيات (ب)	٨٥	٧٣	٧٦	٦٦	٨٨	٧٠

المطلوب :

- ١ - قياس معادلة الاتجاه العام لكلا المحصولين بطريقتين مختلفتين .
- ٢ - تمثيل القيم الأصلية والقيم الاتجاهية (أ ، ب) بيانياً .
- ٣ - الجدول التالي يمثل إجمالى الأجور بالمليون جنيه بميزانية الدونة حسب القطاعات خلال الفترة من ١٩٨٧/٨٦ - ١٩٩٢/٩١ .

القطاعات	١٩٨٧/١٩٨٦	١٩٨٨/١٩٨٧	١٩٨٩/١٩٨٨	١٩٩٠/١٩٨٩	١٩٩١/١٩٩٠	١٩٩٢/١٩٩١
الصاحية	٦٦٦١	٧٨١٣	٨٩٨٩	١٠٣٢٨	١١٨٦٨	١٣٦٨٤
لخدمات الإنتاجية	٢٨٣٦	٤٧٦٢	٥٥٠٠	٦٣٩٣	٧٤٧١	٨٧٣٦
الخدمات الاجتماعية	٥٨٨٢	٧٠٤٢	٧٩٦٤	٩٠٩٩	١٠٤٩١	١١٨٢٧
الإجمالى للعم	١٦٣٧٩	١٩٦١٧	٢٢٤٥٣	٢٥٨٢٠	٢٩٨٣٠	٣٤٢٤٧

والمطلوب :

- ١ - تقدير معادلة الاتجاه العام للقطاعات السلعية باستخدام طريقة التمهيد باليد .
- ٢ - تقدير معادلة الاتجاه العام لقطاعات الخدمات الإنتاجية باستخدام أشباه المتوسطات .

- ٣ - تقدير الاتجاه العام للقطاعات الاجتماعية باستخدام الأوساط المتحركة .
- ٤ - تقدير معادلة الاتجاه العام للقطاعات الاجتماعية باستخدام طريقة المربعات الصغرى .
- ٤ - فيما يلي قيمة المبيعات لإحدى الشركات سنوياً (بملايين الجنيهات) . فى الفترة من ١٩٨٥ - ١٩٩١ .

السنة	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩	١٩٩٠	١٩٩١
القيمة	٢	٣	٨	٩	٦	٧	١٢

والمطلوب :

- ١ - توفيق خط الاتجاه العام للمبيعات باستخدام طريقة المربعات الصغرى إذا اتخذت (أ) سنة الأساس (١٩٨٥) (ب) سنة الأساس منتصف السلسلة .
- ٢ - تخلص الظاهرة من أثر الاتجاه العام .
- ٣ - قياس الخطأ المعياري للتقدير .
- ٤ - تقدير المبيعات عامى ١٩٩٤ ، ١٩٩٧ .
- ٥ - قياس القيمة الاتجاهية للمبيعات باستخدام الوسط المتحرك فى تمرين رقم (٣) السابق فى حالتين :
- (أ) طول الدورة (٣) سنوات، وطول الدورة (٤) سنوات .
- (ب) تخلص الظاهرة من أثر الاتجاه العام .

٦ - المطلوب :

(أ) تحديد معادلة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية التالية باستخدام أشباه المتوسطات (متوسطى نصفى السلسلة) بفرض أنه مستقيم .

السنة	١٩٨٠	١٩٨١	١٩٨٢	١٩٨٣	١٩٨٤	١٩٨٥	١٩٨٦	١٩٨٧	١٩٨٨	١٩٨٩
متوسط نصيب الفرد من الدخل بالدولار	٤١٤	٤٤٦	٤٦٢	٤٦٣	٥٠١	٥٢١	٥٢٥	٥٥٤	٥٧٩	٦١٥

(ب) التقدير بمتوسط نصيب الفرد من الدخل بالدولار عامى ١٩٩١ ، ١٩٩٥ بأكثر من طريقة .

٧ - فيما يلى عدد الطلبة المقيدى بكليات التجارة فى ج. م. ع خلال الفترة من ٨٨ / ١٩٨٩ - ٩٣ / ١٩٩٤ .

السنة	١٩٨٩/١٩٨٨	١٩٩٠/١٩٨٩	١٩٩١/١٩٩٠	١٩٩٢/١٩٩١	١٩٩٣/١٩٩٢	١٩٩٤/١٩٩٣
عدد الطلبة	١٢٤٢١٨	١١٤٥٠١	١٠٧٠٨٨	٩٩٢٧٠	١١٤١٨١	١٣٢٥٠٠

والمطلوب :

١ - تحديد معادلة الاتجاه العام لهؤلاء الطلاب باستخدام طريقة المربعات الصغرى .

٢ - تقدير عدد الطلاب بكليات التجارة عن عامى ٩٦/٩٧ ، ٩٨/٩٩ وفقاً للسلسلة السابقة .

٨ - فيما يلى سلسلة زمنية ربع سنوية (فصلية) لإنتاج أحد المصانع خلال الفترة من ١٩٩٣ - ١٩٩٧ (بالمليون وحدة) .

السنة الفصل	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧
الأول	٩٠,٥	٨٩,٤	٩٣,٨	٩٣,٨	٩٧,٦
الثاني	٧٩,٦	٨٠,٥	٨١,٧	٩٢,٣	٨٣,٢
الثالث	٧٧,٦	٧٨,٥	٨١,٥	٨٦,٥	٧٩,-
الرابع	٨٦,٤	٨٩,٢	٨٩,١	٩٣,٧	٨٩,٣

والمطلوب :

- (أ) تقدير الحركة الموسمية للسلسلة الزمنية .
 (ب) تخلص الظاهرة من أثر الموسم عن الفصول الأربعة لعام ١٩٩٧ .
 (ج) تخلص الظاهرة من التغيرات العشوائية .
 (د) تقدير التغيرات الدورية عن سنوات السلسلة .
 ٩ - فيما يلي الإستهلاك الفصلى من البترول بآلاف البراميل بإحدى الدول خلال أربع سنوات .

السنة الفصل	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨
الأول	٣٣	٣٣	٣٧	٣٢
لثاني	٤١	٣٨	٤٠	٤٢
الثالث	٤٢	٤٥	٥٠	٥٢
الرابع	٣٩	٤٠	٤١	٤٤

والمطلوب :

- (أ) حساب معادلة الاتجاه العام باستخدام طريقة المربعات الصغرى
بفرض أنه خط مستقيم .
- (ب) تخلص الظاهرة من تأثير الاتجاه العام .
- (جـ) حساب الحركة الموسمية .
- (د) تخلص الظاهرة من التأثير الموسمي فقط .
- (هـ) حساب كل من للتأثيرات العشوائية والدورية .
- (و) التخلص من التأثيرات العشوائية .
- (ز) تقدير القيمة الاتجاهية للإستهلاك عام ٢٠٠١ .
- (ح) تقدير القيم الموسمية للإستهلاك خلال عام ٢٠٠١ .

جداول

(أ) جدول لو غاريتمات الاعداد لأربعة أرقام عشرية

(ب) جدول الاعداد العشوائية

لوغاريات الأعداد مربعة أرقام عشرية

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١٠	٠.٠٠٠	٠.٠٤٣	٠.٠٨٦	٠.١٢٨	٠.١٧٠	٠.٢١٢	٠.٢٥٣	٠.٢٩٤
١١	٠.٤١٤	٠.٤٥٣	٠.٤٩٢	٠.٥٣١	٠.٥٦٩	٠.٦٠٧	٠.٦٤٥	٠.٦٨٢
١٢	٠.٧٩٢	٠.٨٢٨	٠.٨٦٤	٠.٨٩٩	٠.٩٣٤	٠.٩٦٩	١.٠٠٤	١.٠٣٨
١٣	١.١٣٩	١.١٧٣	١.٢٠٦	١.٢٣٩	١.٢٧١	١.٣٠٣	١.٣٣٥	١.٣٦٧
١٤	١.٤٦١	١.٤٩٢	١.٥٢٣	١.٥٥٣	١.٥٨٤	١.٦١٤	١.٦٤٤	١.٦٧٣
١٥	١.٧٦١	١.٧٩٠	١.٨١٨	١.٨٤٧	١.٨٧٥	١.٩٠٣	١.٩٣١	١.٩٥٩
١٦	٢.٠٤١	٢.٠٦٠	٢.٠٩٥	٢.١٢٢	٢.١٤٨	٢.١٧٥	٢.٢٠١	٢.٢٢٧
١٧	٢.٣٠٤	٢.٣٢٠	٢.٣٥٥	٢.٣٨٠	٢.٤٠٥	٢.٤٣٠	٢.٤٥٥	٢.٤٨٠
١٨	٢.٥٥٣	٢.٥٧٧	٢.٦٠١	٢.٦٢٥	٢.٦٤٨	٢.٦٧٢	٢.٦٩٥	٢.٧١٨
١٩	٢.٧٨٨	٢.٨١٠	٢.٨٣٣	٢.٨٥٦	٢.٨٧٨	٢.٩٠٠	٢.٩٢٣	٢.٩٤٥
٢٠	٢.٩٦٠	٢.٩٨٢	٢.٩٨٥	٢.٩٨٧	٢.٩٨٩	٢.٩٩١	٢.٩٩٣	٢.٩٩٥
٢١	٣.٠٠٠	٣.٠٢٢	٣.٠٤٥	٣.٠٦٨	٣.٠٩١	٣.١١٤	٣.١٣٧	٣.١٦٠
٢٢	٣.١٨٤	٣.٢٠٦	٣.٢٢٨	٣.٢٥٠	٣.٢٧٢	٣.٢٩٤	٣.٣١٦	٣.٣٣٨
٢٣	٣.٣٦٠	٣.٣٨٢	٣.٤٠٤	٣.٤٢٦	٣.٤٤٨	٣.٤٦٩	٣.٤٩١	٣.٥١٣
٢٤	٣.٥٣٥	٣.٥٥٦	٣.٥٧٨	٣.٦٠٠	٣.٦٢٢	٣.٦٤٤	٣.٦٦٦	٣.٦٨٨
٢٥	٣.٧١٠	٣.٧٣٢	٣.٧٥٤	٣.٧٧٦	٣.٧٩٨	٣.٨٢٠	٣.٨٤٢	٣.٨٦٤
٢٦	٣.٨٨٦	٣.٩٠٨	٣.٩٣٠	٣.٩٥٢	٣.٩٧٤	٣.٩٩٦	٤.٠١٨	٤.٠٤٠
٢٧	٤.٠٦٢	٤.٠٨٤	٤.١٠٦	٤.١٢٨	٤.١٥٠	٤.١٧٢	٤.١٩٤	٤.٢١٦
٢٨	٤.٢٣٨	٤.٢٦٠	٤.٢٨٢	٤.٣٠٤	٤.٣٢٦	٤.٣٤٨	٤.٣٦٠	٤.٣٨٢
٢٩	٤.٤٠٤	٤.٤٢٦	٤.٤٤٨	٤.٤٧٠	٤.٤٩٢	٤.٥١٤	٤.٥٣٦	٤.٥٥٨
٣٠	٤.٥٨٠	٤.٦٠٢	٤.٦٢٤	٤.٦٤٦	٤.٦٦٨	٤.٦٩٠	٤.٧١٢	٤.٧٣٤
٣١	٤.٧٥٦	٤.٧٧٨	٤.٨٠٠	٤.٨٢٢	٤.٨٤٤	٤.٨٦٦	٤.٨٨٨	٤.٩١٠
٣٢	٤.٩٣٢	٤.٩٥٤	٤.٩٧٦	٤.٩٩٨	٥.٠٢٠	٥.٠٤٢	٥.٠٦٤	٥.٠٨٦
٣٣	٥.١٠٨	٥.١٣٠	٥.١٥٢	٥.١٧٤	٥.١٩٦	٥.٢١٨	٥.٢٤٠	٥.٢٦٢
٣٤	٥.٢٨٤	٥.٣٠٦	٥.٣٢٨	٥.٣٥٠	٥.٣٧٢	٥.٣٩٤	٥.٤١٦	٥.٤٣٨

(تابع) لوغاريتمات الأعداد لأربعة أرقام عشرية

الفروق											
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٩	٨
٢٧	٢٣	٢٩	٢٥	٢١	١٧	١٢	٨	٤		٠.٢٧٤	٠.٢٣٢
٢٤	٢٠	٢٦	٢٢	١٩	١٥	١١	٨	٤		٠.٧٥٥	٠.٧١٩
٢١	٢٨	٢٤	٢١	١٧	١٤	١٠	٧	٣		١١.٠٦	١٠.٧٢
٢٩	٢٦	٢٣	١٩	١٦	١٣	١٠	٦	٣		١٤٣٠	١٣٩٩
٢٧	٢٤	٢١	١٨	١٥	١٢	٩	٦	٣		١٧٣٢	١٧.٣
٢٥	٢٢	٢٠	١٧	١٤	١١	٨	٦	٣		٢٠.١٤	١٩٨٧
٢٤	٢١	١٨	١٦	١٣	١١	٨	٥	٣		٢٢٧٩	٢٢٥٣
٢٢	٢٠	١٧	١٥	١٢	١٠	٧	٥	٢		٢٥٢٩	٢٥٠٤
٢١	١٩	١٦	١٤	١٢	٩	٧	٥	٢		٢٧٦٥	٢٧٤٢
٢٠	١٨	١٦	١٣	١١	٩	٧	٤	٢		٢٩٨٩	٢٩٦٧
١٩	١٧	١٥	١٣	١١	٨	٦	٤	٢		٣٢.٠١	٣١٨١
١٨	١٦	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢		٣٤.٠٤	٣٣٨٥
١٧	١٥	١٤	١٢	١٠	٨	٦	٤	٢		٣٥٩٨	٣٥٧٩
١٧	١٥	١٣	١١	٩	٧	٦	٤	٢		٣٧٨٤	٣٧٦٦
١٦	١٤	١٢	١١	٩	٧	٥	٤	٢		٣٩٦٢	٣٩٤٥
١٥	١٤	١٢	١٠	٩	٧	٥	٣	٢		٤١٢٣	٤١١٦
١٥	١٣	١١	١٠	٨	٧	٥	٣	٢		٤٢٩٨	٤٢٨١
١٤	١٣	١١	٩	٨	٦	٥	٣	٢		٤٤٥٦	٤٤٤٠
١٤	١٢	١١	٩	٨	٦	٥	٣	٢		٤٦.٠٩	٤٥٩٤
١٣	١٢	١٠	٩	٧	٦	٤	٣	١		٤٧٥٧	٤٧٤٢
١٣	١١	١٠	٩	٧	٦	٤	٣	١		٤٩.٠٠	٤٨٨٦
١٢	١١	١٠	٨	٧	٦	٤	٣	١		٥٠.٢٨	٥٠.٢٤
١٢	١١	٩	٨	٧	٥	٤	٣	١		٥١٧٢	٥١٥٩
١٢	١٠	٩	٨	٦	٥	٤	٣	١		٥٣.٠٢	٥٢٨٩
١١	١٠	٩	٨	٦	٥	٤	٣	١		٥٤٢٨	٥٤١٦

لوغاريتات الاعداد لأربعة أرقام عشرية

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٣٥	٥٤٤١	٥٤٥٢	٥٤٦٥	٥٤٧٨	٥٤٩	٥٥٠٢	٥٥١٤	٥٥٢٧
٣٦	٥٥٦٣	٥٥٧٥	٥٥٨٧	٥٥٩٩	٥٦١١	٥٦٢٣	٥٦٣٥	٥٦٤٧
٣٧	٥٦٨٢	٥٦٩٤	٥٧٠٥	٥٧١٧	٥٧٢٩	٥٧٤٠	٥٧٥٢	٥٧٦٣
٣٨	٥٧٩٨	٥٨٠٩	٥٨٢١	٥٨٣٢	٥٨٤٤	٥٨٥٥	٥٨٦٦	٥٨٧٧
٣٩	٥٩١١	٥٩٢٢	٥٩٣٣	٥٩٤٤	٥٩٥٥	٥٩٦٦	٥٩٧٧	٥٩٨٨
٤٠	٦٠٣١	٦٠٣٢	٦٠٤٣	٦٠٥٣	٦٠٦٤	٦٠٧٥	٦٠٨٥	٦٠٩٦
٤١	٦١٢٨	٦١٣٨	٦١٤٩	٦١٦٠	٦١٧١	٦١٨٠	٦١٩١	٦٢٠١
٤٢	٦٢٣٢	٦٢٤٢	٦٢٥٣	٦٢٦٣	٦٢٧٤	٦٢٨٤	٦٢٩٤	٦٣٠٤
٤٣	٦٣٣٥	٦٣٤٥	٦٣٥٥	٦٣٦٥	٦٣٧٠	٦٣٨٥	٦٣٩٥	٦٤٠٥
٤٤	٦٤٣٥	٦٤٤٥	٦٤٥٤	٦٤٦٤	٦٤٧٤	٦٤٨٤	٦٤٩٣	٦٥٠٣
٤٥	٦٥٣٢	٦٥٤٢	٦٥٥١	٦٥٦١	٦٥٧١	٦٥٨٠	٦٥٩٠	٦٥٩٩
٤٦	٦٦٢٨	٦٦٣٧	٦٦٤٦	٦٦٥٦	٦٦٦٤	٦٦٧٥	٦٦٨٤	٦٦٩٣
٤٧	٦٧٢١	٦٧٣٠	٦٧٣٩	٦٧٤٩	٦٧٥٠	٦٧٦٧	٦٧٧٦	٦٧٨٥
٤٨	٦٨١٢	٦٨٢١	٦٨٣٠	٦٨٣٩	٦٨٤٠	٦٨٥٧	٦٨٦٦	٦٨٧٥
٤٩	٦٩٠٢	٦٩١١	٦٩٢٠	٦٩٢٨	٦٩٣١	٦٩٤٦	٦٩٥٥	٦٩٦٤
٥٠	٦٩٩٠	٦٩٩٨	٧٠٠٧	٧٠١٦	٧٠٢٥	٧٠٣٣	٧٠٤٢	٧٠٥٠
٥١	٧٠٧٦	٧٠٨٤	٧٠٩٣	٧١٠١	٧١١٠	٧١١٨	٧١٢٦	٧١٣٥
٥٢	٧١٦٠	٧١٦٨	٧١٧٧	٧١٨٥	٧١٩٢	٧٢٠٢	٧٢١٠	٧٢١٨
٥٣	٧٢٤٣	٧٢٥١	٧٢٥٩	٧٢٦٧	٧٢٧٥	٧٢٨٤	٧٢٩٢	٧٣٠٠
٥٤	٧٣٢٤	٧٣٣٢	٧٣٤٠	٧٣٤٨	٧٣٥٠	٧٣٦٤	٧٣٧٢	٧٣٨٠
٥٥	٧٤٠٤	٧٤١٢	٧٤١٩	٧٤٢٧	٧٤٣٥	٧٤٤٣	٧٤٥١	٧٤٥٩
٥٦	٧٤٨٢	٧٤٩٠	٧٤٩٧	٧٥٠٥	٧٥١١	٧٥٢٠	٧٥٢٨	٧٥٣٦
٥٧	٧٥٥٩	٧٥٦٦	٧٥٧٤	٧٥٨٢	٧٥٨٩	٧٥٩٧	٧٦٠٤	٧٦١٢
٥٨	٧٦٣٤	٧٦٤٢	٧٦٤٩	٧٦٥٧	٧٦٦٥	٧٦٧٢	٧٦٧٩	٧٦٨٦
٥٩	٧٧٠٩	٧٧١٦	٧٧٢٣	٧٧٣١	٧٧٣٧	٧٧٤٥	٧٧٥٢	٧٧٦٠

(تابع) لوغاريتمات الأعداد لأربعة أرقام عشرية

القسرور										٩	٨
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١			
١١	١٠	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٥٥٥١	٥٥٢٩
١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٥٦٧٠	٥٦٥٨
١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٣	٢	١		٥٧٨٦	٥٧٧٥
١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٣	٢	١		٥٨٩٩	٥٨٨٨
١٠	٩	٨	٧	٥	٤	٣	٢	١		٦٠١٠	٥٩٩٩
١٠	٩	٨	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦١١٧	٦١٠٧
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦٢٢٢	٦٢١٢
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦٣٢٥	٦٣١٤
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦٤٢٥	٦٤١٥
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦٥٢٢	٦٥١٣
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦٦١٨	٦٦٠٩
٨	٧	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		٦٧١٢	٦٧٠٢
٨	٧	٦	٥	٥	٤	٣	٢	١		٦٨٠٣	٦٧٩٤
٨	٧	٦	٥	٤	٤	٣	٢	١		٦٨٩٣	٦٨٨٤
٨	٧	٦	٥	٤	٤	٣	٢	١		٦٩٨١	٦٩٧٢
٨	٧	٦	٥	٤	٣	٣	٢	١		٧٠٦٧	٧٠٥٩
٨	٧	٦	٥	٤	٣	٣	٢	١		٧١٥٢	٧١٤٣
٧	٧	٦	٥	٤	٣	٢	٢	١		٧٢٣٥	٧٢٢٦
٧	٦	٦	٥	٤	٣	٢	٢	١		٧٣١٦	٧٣٠٨
٧	٦	٦	٥	٤	٣	٢	٢	١		٧٣٩٦	٧٣٨٨
٧	٦	٥	٥	٤	٣	٢	٢	١		٧٤٧٤	٧٤٦٦
٧	٦	٥	٥	٤	٣	٢	٢	١		٧٥٥١	٧٥٤٣
٧	٦	٥	٥	٤	٣	٢	٢	١		٧٦٢٧	٧٦١٩
٧	٦	٥	٤	٤	٣	٢	١	١		٧٧٠١	٧٦٩٤
٦	٦	٥	٤	٤	٣	٢	١	١		٧٧٧٤	٧٧٦٧

لوغاريتمات الاعداد لأربعة أرقام عشرية

العدد	.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٦٠	٧٧٨٢	٧٧٨٩	٧٧٩٦	٧٨٠٣	٧٨١٠	٧٨١٨	٧٨٢٥	٧٨٣٢
٦١	٧٨٥٣	٧٨٦٠	٧٨٦٨	٧٨٧٥	٧٨٨٢	٧٨٨٩	٧٨٩٦	٧٩٠٣
٦٢	٧٩٢٤	٧٩٣١	٧٩٣٨	٧٩٤٥	٧٩٥٢	٧٩٥٩	٧٩٦٦	٧٩٧٣
٦٣	٧٩٩٣	٨٠٠٠	٨٠٠٧	٨٠١٤	٨٠٢١	٨٠٢٨	٨٠٣٥	٨٠٤١
٦٤	٨٠٦٢	٨٠٦٩	٨٠٧٥	٨٠٨٢	٨٠٨٩	٨٠٩٦	٨١٠٣	٨١٠٩
٦٥	٨١٢٩	٨١٣٦	٨١٤٢	٨١٤٩	٨١٥٦	٨١٦٣	٨١٦٩	٨١٧٦
٦٦	٨١٩٥	٨٢٠٢	٨٢٠٩	٨٢١٥	٨٢٢٢	٨٢٢٨	٨٢٣٥	٨٢٤١
٦٧	٨٢٦١	٨٢٦٧	٨٢٧٤	٨٢٨٠	٨٢٨٧	٨٢٩٣	٨٢٩٩	٨٣٠٦
٦٨	٨٣٢٥	٨٣٣١	٨٣٣٨	٨٣٤٤	٨٣٥١	٨٣٥٧	٨٣٦٣	٨٣٧٠
٦٩	٨٣٨٨	٨٣٩٥	٨٤٠١	٨٤٠٧	٨٤١٤	٨٤٢٠	٨٤٢٦	٨٤٣٢
٧٠	٨٤٥١	٨٤٥٧	٨٤٦٣	٨٤٧٠	٨٤٧٦	٨٤٨٢	٨٤٨٨	٨٤٩٤
٧١	٨٥١٣	٨٥١٩	٨٥٢٥	٨٥٣١	٨٥٣٧	٨٥٤٣	٨٥٤٩	٨٥٥٥
٧٢	٨٥٧٣	٨٥٧٩	٨٥٨٥	٨٥٩١	٨٥٩٧	٨٦٠٣	٨٦٠٩	٨٦١٥
٧٣	٨٦٣٣	٨٦٣٩	٨٦٤٥	٨٦٥١	٨٦٥٧	٨٦٦٣	٨٦٦٩	٨٦٧٥
٧٤	٨٦٩٢	٨٦٩٨	٨٧٠٤	٨٧١٠	٨٧١٦	٨٧٢٢	٨٧٢٧	٨٧٣٣
٧٥	٨٧٥١	٨٧٥٦	٨٧٦٣	٨٧٦٨	٨٧٧٤	٨٧٧٩	٨٧٨٥	٨٧٩١
٧٦	٨٨٠٨	٨٨١٤	٨٨٢٠	٨٨٢٥	٨٨٣١	٨٨٣٧	٨٨٤٣	٨٨٤٨
٧٧	٨٨٦٥	٨٨٧١	٨٨٧٦	٨٨٨٢	٨٨٨٧	٨٨٩٣	٨٨٩٩	٨٩٠٤
٧٨	٨٩٢١	٨٩٢٧	٨٩٣٣	٨٩٣٨	٨٩٤٣	٨٩٤٩	٨٩٥٤	٨٩٦٠
٧٩	٨٩٧٦	٨٩٨٢	٨٩٨٧	٨٩٩٣	٨٩٩٨	٩٠٠٤	٩٠٠٩	٩٠١٥
٨٠	٩٠٣١	٩٠٣٦	٩٠٤٢	٩٠٤٧	٩٠٥٣	٩٠٥٨	٩٠٦٣	٩٠٦٩
٨١	٩٠٨٥	٩٠٩٠	٩٠٩٦	٩١٠١	٩١٠٦	٩١١٢	٩١١٧	٩١٢٢
٨٢	٩١٢٨	٩١٤٣	٩١٤٩	٩١٥٤	٩١٥٩	٩١٦٥	٩١٧٠	٩١٧٥
٨٣	٩١٩١	٩١٩٦	٩٢٠١	٩٢٠٦	٩٢١٢	٩٢١٧	٩٢٢٢	٩٢٢٧
٨٤	٩٢٤٣	٩٢٤٨	٩٢٥٣	٩٢٥٨	٩٢٦٣	٩٢٦٩	٩٢٧٤	٩٢٧٩

(تابع) لوغاريثات الأعداد لأربعة أرقام عشرية

الفرق										٩	٨
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١			
٦	٦	٥	٤	٤	٣	٢	١	١	٧٨٤٦	٧٨٣٩	
٦	٦	٥	٤	٤	٣	٢	١	١	٧٩١٧	٧٩١٠	
٦	٦	٥	٤	٣	٣	٢	١	١	٧٩٨٧	٧٩٨٠	
٦	٥	٥	٤	٣	٣	٢	١	١	٨٠٥٥	٨٠٤٨	
٦	٦	٥	٤	٣	٣	٢	١	١	٨١٢٢	٨١١٦	
٦	٥	٥	٤	٣	٣	٢	١	١	٨١٨٩	٨١٨٢	
٦	٥	٥	٤	٣	٣	٢	١	١	٨٢٥٤	٨٢٤٨	
٦	٥	٥	٤	٣	٣	٢	١	١	٨٣١٩	٨٣١٢	
٦	٥	٤	٤	٣	٣	٢	١	١	٨٣٨٧	٨٣٧٦	
٦	٥	٤	٤	٣	٢	٢	١	١	٨٤٤٥	٨٤٣٩	
٦	٥	٤	٤	٣	٢	٢	١	١	٨٥٠٦	٨٥٠٠	
٥	٥	٤	٤	٣	٢	٢	١	١	٨٥٦٧	٨٥٦١	
٥	٥	٤	٤	٣	٢	٢	١	١	٨٦٢٧	٨٦٢١	
٥	٥	٤	٤	٣	٢	٢	١	١	٨٦٨٦	٨٦٨١	
٥	٥	٤	٤	٣	٢	٢	١	١	٨٧٤٥	٨٧٣٩	
٥	٥	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٨٨٠٢	٨٧٩٧	
٥	٥	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٨٨٥٩	٨٨٥٤	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٨٩١٥	٨٩١٠	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٨٩٧١	٨٩٦٥	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩٠٢٥	٩٠٢٠	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩٠٧٩	٩٠٧٤	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩١٣٣	٩١٢٨	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩١٨٦	٩١٨٠	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩٢٣٨	٩٢٣٢	
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩٢٨٩	٩٢٨٤	

لوغاريات الأعداد لأربعة أرقام عشرية

العدد	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٨٥	٩٢٩٤	٩٢٠٩	٩٢-٤	٩٣-٩	٩٢١٥	٩٣٢٠	٩٣٢٥	٩٣٣٠
٨٦	٩٣٤٥	٩٣٠٠	٩٣٥٥	٩٣٦٠	٩٣٦٥	٩٣٧٠	٩٣٧٥	٩٣٨٠
٨٧	٩٣٩٥	٩٤٠٠	٩٤٠٥	٩٤١٠	٩٤١٥	٩٤٢٠	٩٤٢٥	٩٤٣٠
٨٨	٩٤٤٥	٩٤٥٠	٩٤٥٥	٩٤٦٠	٩٤٦٥	٩٤٦٩	٩٤٧٤	٩٤٧٩
٨٩	٩٤٩٤	٩٥٠٤	٩٥-٩	٩٥١٣	٩٥١٨	٩٥٢٣	٩٥٢٨	٩٥٣٨
٩٠	٩٥٤٢	٩٥٤٧	٩٥٥٢	٩٥٥٧	٩٥٦٢	٩٥٦٧	٩٥٧١	٩٥٧٦
٩١	٩٥٩٠	٩٦٩٥	٩٦٠٠	٩٦-٥	٩٦٠٩	٩٦١٤	٩٦١٩	٩٦٢٤
٩٢	٩٦٣٨	٩٦٤٣	٩٦٤٧	٩٦٥٢	٩٦٥٧	٩٦٦١	٩٦٦٦	٩٦٧١
٩٣	٩٦٨٥	٩٦٨٦	٩٦٩٤	٩٦٩٩	٩٧ ٣	٩٧-٨	٩٧١٣	٩٧١٧
٩٤	٩٧٣١	٩٧٣٦	٩٧٤١	٩٧٤٥	٩٧٠٠	٩٧٥٤	٩٧٥٩	٩٧٦٣
٩٥	٩٧٧٧	٩٧٨٢	٩٧٨٦	٩٧٩١	٩٧٠٥	٩٨٠٠	٩٨٠٥	٩٨٠٩
٩٦	٩٨٢٣	٩٨٢٧	٩٨٣٢	٩٨٣٦	٩٨٤١	٩٨٤٥	٩٨٥٠	٩٨٥٤
٩٧	٩٨٦٨	٩٨٧٢	٩٨٧٧	٩٨٨١	٩٨٨٦	٩٨٩٠	٩٨٩٤	٩٨٩٩
٩٨	٩٩١٢	٩٩١٧	٩٩٢١	٩٩٢٦	٩٩٣٠	٩٩٣٤	٩٩٣٩	٩٩٤٣
٩٩	٩٩٥٦	٩٩٦١	٩٩٦٥	٩٩٦٩	٩٩٧٤	٩٩٧٨	٩٩٨٣	٩٩٨٧
١٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠	١٠٠٠
١٠١	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٤	١٠٠٤
١٠٢	١٠٠٨	١٠٠٨	١٠٠٨	١٠٠٨	١٠٠٨	١٠٠٨	١٠٠٨	١٠٠٨
١٠٣	١٠١٢	١٠١٢	١٠١٢	١٠١٢	١٠١٢	١٠١٢	١٠١٢	١٠١٢
١٠٤	١٠١٦	١٠١٦	١٠١٦	١٠١٦	١٠١٦	١٠١٦	١٠١٦	١٠١٦
١٠٥	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠	١٠٢٠
١٠٦	١٠٢٤	١٠٢٤	١٠٢٤	١٠٢٤	١٠٢٤	١٠٢٤	١٠٢٤	١٠٢٤
١٠٧	١٠٢٨	١٠٢٨	١٠٢٨	١٠٢٨	١٠٢٨	١٠٢٨	١٠٢٨	١٠٢٨
١٠٨	١٠٣٢	١٠٣٢	١٠٣٢	١٠٣٢	١٠٣٢	١٠٣٢	١٠٣٢	١٠٣٢
١٠٩	١٠٣٦	١٠٣٦	١٠٣٦	١٠٣٦	١٠٣٦	١٠٣٦	١٠٣٦	١٠٣٦

(تابع) لوغاريتات الأعداد لأربعة أرقام عشرية

القسوق									٩	٨
٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١		
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩٣٤٠	٩٣٣٥
٥	٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٩٣٩٠	٩٣٨٥
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٤٤٠	٩٤٣٥
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٤٨٩	٩٤٨٤
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٥٣٨	٩٥٣٣
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٥٨٦	٩٥٨١
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٦٣٣	٩٦٢٨
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٦٨٠	٩٦٧٥
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٧٢٧	٩٧٢٢
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٧٧٣	٩٧٦٨
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٨١٨	٩٨١٤
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٨٦٣	٩٨٥٩
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٩٠٨	٩٩٠٣
٤	٤	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٩٥٢	٩٩٤٨
٤	٣	٣	٣	٢	٢	١	١	٠	٩٩٩٦	٩٩٩١
									٠٠٣٩	٠٠٣٥
									٠٠٨٢	٠٠٧٧
									٠١٢٤	٠١٢٠
									٠١٦٦	٠١٦٢
									٠٢٠٨	٠٢٠٤
									٠٢٤٩	٠٢٤٥
									٠٢٩٠	٠٢٨٦
									٠٣٣٠	٠٣٢٦
									٠٣٧٠	٠٣٦٦
									٠٤١٠	٠٤٠٦

اعداد عشوائية

٤٥-٩٧٣٢٧٨١	٣-٨-٥٢٦٢٨	٤١٧٥٩١٥٠	١٠-٢١٥-١٠٠
٨٣٩٥٢٤١٥-٧	٦٣٩٥٢١٦-٤	٨٦٢٠-٨١٠	٦٣٢٨-٢٤٦٩٣
٨٣٩٨٢٢-٢٣٢	٢٨٩٩١٨٤٩٦٦	١٢٢٦٣٥٦٧	١٩١٦٤٥٤٤٢٧
-٨٤٤٢٣٩٠-٦	٤٣٧٧٠٦٦-٢٧	٩٧٤٦٢٧-٠	٢٥٨٢١٥٦٢٩٤
٧٥٩٦٦١٢٥٩٥	-٧٧٨٧٨٥٧٥	١١١٤-٢٢٢	٢٦٨٤٦٢٢١-٦
-٨٨٢٩٣١-٩٢	٩١٥٦-٧١٢٩	-٠٠٩٠٢٧٦	٢١٥٠٢٢٢٢-٢
٢٨٢٠٤١٦٨-٨	٢٨٩٦٠٩٦٧٢٨	-٨-٦٤٢٩١٠	٤١٤١٧٢-٢٦٩
٢٢٦٣٤٨٨٦٣١	٢٨٥٥١٥٩٢٩٧	-٦٩١٤٩٦٢	٥٨٢٦٤٤٤-٦
٤٢-٥٨-٢٨-٩	٤٧١٧٠٢٨٧٨٦	١٤٥٨٥٢٤١٠	٢١٢١٠١٤٢٦
٧٦٧-٤-٤٨٤-	٢٨٩٥٠٧٨٩٧٥	٥٧٤٤٥٤٦-	٦١٩٢١٠٧٤٢٤
٩٠-٥٣٨٥٢٩	٥٧٢٨١٦٢١-٨	٢٩-٤٢٦-٢٠	١٥٤٨٥٦٢٢٨٢
٨١٧٨٤٩٩٨٢٤	١١٨٧١٢٤٥٥٢	٢٦١٢٢٨٧٤-	٨١٨٢٢١٥٩-٨
١٥٩٤٦٩٢٧٦٩	٨٩٥٣/-٩٥٨٢	-٢٨٢٤٢-٠٠	٢٤٨٩٢٥-٦٧٩
-١٩٦٥٠٨٩٩٩	٧١٥٧-٢-١٦٤	٦٨٢-٥٧١٠	٧٤١٢٩٤٤٤٤١
٩١٢٢٤٩٦٧٩٤	٧٨-٦٢٥٢٠٥٠	٨٥٢٢٢٩٨١٤	٨٧-٧٨-٢٠٥٢
١٧٨-٤٧٧٥-٩	١١١٦٥٤-٢٨-	-١١٠٦٠٩٩-	٦٥٥٧-٧٨٥٦٦
٢٢٢٨٥٩٤٣٢٢	٩٦٥٩٦١٢-١٠	٢٧٤٤٨٦٥٩٧٠	٤٦٥٤٠٠٤٠٠٥
٧٦٩٧٩٤٢٩٩٢	١٩٤٩٤١٩٥١٨	٤٤٢١٥٨١٤٧٠	٤٦٩٤٦٦٩٦٥٧
٩٨١٨٤٩٢١٩٧	١٨٤١٤٢٥٨٤-	٥١٧٦٤٤٧٢٧	٢٥٢-٦٥٢٨١٦
٩٤٨١٢١٦١١٢	٥٤٢٢٥٠٢٦٥٥	٥٢٢٢٤٠-٦٢	-٦٧٩٥٦٥٢٠١
٨٩٦٣٩٠٢٧٤١	٧٩٤٩٥١٨١٩٨	-٦٦٦٩٤١٥٤	٢٣٩٧٤٢٢١٤٤
٦٤٢٨٦٩٥٤٧٢	٢٢-٢٦-٩١٢٥	-٧٨١٦٤٨٠٠	٦٠-٩٤٨٧٧٨٦
٢٨١٠٧٦٤٢٢٩	٤٢٩٧٠٠٢٨٢	٨٩٩٤٧٩٨٤٥	٤٩٤١٩٥٩٠١٥
٢٢٦٧٢٢٥٠٦٢	٢٢٧١٢٦٧٢٩	٦٤٧٢٩١٢٥٨١	٦٧٢١-٤٨٤٢٢
٤١-٨٢٢٦٠-٤	١٢٤٠٠٦٦٤٦	٢٤٢٤٢٦٢٧٠	٤٢٩٢٧٦٢٥٠٧

اعداد عشوائية

1٧ ٩٢ ٨٤ ٦٠ ٠٠	٢٠ ٦١ ٢١ ١٤ ٥٢	٧٠ ٥٢ ٧٢ ٩٨ ٢٢	٢٨ ٥٢ ٤٠ ٥٢ ٢٢
1٥ ٢١ ٧٤ ١٢ ٢٥	٠٧ ٦١ ٧١ ٤٦ ٠١	٠٦ ٦٩ ٨٤ ٧٩ ٤٨	1٩ ٩٧ ٧٥ ٩٥ ٠٨
٠١ ٠٢ ٧٥ 1٥ ٥٤	٢٢ ٨٠ ٥٦ ٧٧ ٦٢	٢٤ ٨١ ٩٧ ٩٤ ٨١	٤٢ 1٤ 1٤ 1٠ ٤٢
٨٨ 1٩ ٤٧ ٦٢ 1٩	٩٧ ٢٥ ٦٦ 1٢ ٠٨	1٠ ٠٢ ٤٢ ٢٢ ٥٩	٠٠ ٠٢ ٥٢ ٠٢ ٤٩
٧٢ ٧٢ 1٦ ٧٧ ٦٩	1٨ ٤٢ ٦٦ ٤٤ 1٧	٢٤ ٨٨ ٥٧ ٩٠ ٧٢	٢٠ ٢٧ ٩٤ ٥٦ ٧٦
٢٧ ٦١ ٦٤ ٧٦ ٠٦	٢٦ 1٤ ٠٧ 11 ٢٨	1٨ ٦٤ ٠٨ 1٠ ٨٧	٤٧ ٩٨ ٢٠ ٤٦ ٠٢
٢٥ ٢٠ ٤٢ ٠٠ ٤٠	٧٠ ٦٧ ٨٤ 1٥ ٢٢	٥1 ٦٠ ٨٩ ٩٠ ٨1	٢٧ ٢1 ٥٦ ٨٦ ٢٩
٦٥ ٦٧ ٤٢ ٧٩ ٢٦	٨٩ ٩٥ ٩٩ ٥٢ 1٧	٤٨ ٧٧ ٠٢ ٤٠ ٦٢	٦٨ ٢٩ ٥٥ ٢٩ ٩٦
٢٦ ٧٥ 1٧ ٨٢ ٥٢	٧٥ ٥٢ ٨٥ ٥٠ ٧٠	٦٧ ٢1 ٠٦ ٢٢ ٢1	1٨ ٨٥ 1٤ ٦٨ 1٨
٦٢ ٩٢ ٢٢ ٧٨ ٥٢	٤٤ ٢٢ ٨٧ 1٦ ٠٥	٨٨ 1٨ ٥٠ ٢٠ ٢٠	٦٨ ٧٩ 1٨ ٦٥ ٩٦
٨٤ ٨٥ ٥٢ ٢٠ ٥٤	٥٢ ٢٦ ٦٤ ٧٨ ٨٦	٢٠ ٧٥ 1٩ ٠٤ ٦٩	٥٩ ٤٢ ٩٨ ٧1 ٤1
٢٤ ٧٩ ٢1 ٨٢ ٤٩	٠٢ ٧1 ٢٨ ٢٩ ٢٩	٢1 ٧٢ ٩٧ ٦٥ ٢٨	1٧ 1٠ ٨٦ ٠٨ ٩٩
٢٧ ٠٥ 1٢ ٩٤ ٤٦	٤٢ ٤٠ ٩٥ ٥٩ 11	٤٥ ٤٧ ٨٥ ٩٢ ٧1	٢٠ ٢٩ ٦٩ ٢1 ٠٨
٧٧ ٦٠ ٩1 ٠1 ٢٢	٦٢ ٥٢ ٥٤ ٢٦ ٠٢	٨٥ ٠٩ ٠٢ ٦٧ 1٢	٦٦ 1٥ ٨٩ ٦٤ 1٦
٠٩ ٢٨ ٨1 ٩٤ ٨1	٢٦ ٠٠ ٠1 1٧ ٩٩	٤٦ ٠٤ ٦٠ ٢٨ ٧٥	٢٧ ٨1 ٧٩ ٠٦ ٢٢
٢1 1٩ 1٢ 11 ٤٧	٥٢ ٦٧ ٥٧ ٧٢ ٢٨	٠٢ 1٦ ٧٠ ٠٩ ٨٩	٠٤ ٠1 ٢٢ ٦٢ ٢٢
٨٨ ٢٢ ٥٢ ٧٤ ٥٢	٢٩ ٩٠ ٦٠ ٦٩ ٢٢	٩٦ ٩٢ ٢٢ 1٢ ٦٠	٧٩ ٥٦ ٩٢ ٨٤ ٤٥
٤٢ ٧٠ ٩٠ ٧٨ ٦٩	٢٦ ٧٨ ٦٨ ٢٢ ٠٤	٤٤ ٧٤ ٢٨ ٨٢ ٦٢	٢٦ ٢٩ ٧٦ ٧٢ ٤٥
٢٥ ٢٠ ٢٦ ٢٧ ٢٨	٠٤ ٥٢ ٧٥ ٨٧ ٢٢	٠٥ ٢٤ ٢٢ ٥٨ ٠٤	٧٩ ٩1 ٢1 ٨٢ ٠٢
٢٤ ٩٤ ٨٤ ٨٠ ٢٨	٢٥ ٢٩ ٩٠ ٦٠ ٠1	1٧ ٢٨ ٨٤ ٩٤ ٢٧	1٧ ٩٠ ٩٧ ٤٤ ٢٢
٢٢ ٨٩ ٥٩ ٩٠ ٢٧	1٥ ٠٩ ٢٧ ٨٨ ٨٤	٥1 ٢1 1٢ ٧٩ ٦٥	٦٥ ٩٦ ٧٢ ٥٦ 1٢
٧٨ 1٢ ٠٠ ٢٤ ٨٢	٤٤ ٢1 ٧1 ٠٥ 1٨	٢٩ ٦٢ 1٦ ٢٠ ٥٤	٢٦ ٩٧ ٤٤ ٠1 ٥٥
٤٨ ٠٦ ٤٩ ٠٥ ٧٥	٤٥ ٩٤ ٤٦ ٤٢ ٩٠	٢٥ ٧٦ ٢1 ٥٢ 11	٩٥ ٠٦ ٥٢ ٦٠ ٦٤
٥٦ ٢٤ ٢٠ ٤٠ ٠٩	1٨ ٤٠ ٧٤ ٠٠ ٨٩	1٦ ٢٠ ٦٠ ٧٢ ٤٥	٧٠ ٢٩ ٢٩ ٢٦ ٢٦
٤1 ٦٨ ٨٩ 1٦ ٩٢	٤٢ ٢٠ ٩٤ ٤٧ 1٠	٤٨ 1٧ 1٧ ٩٩ ٨٢	٤٠ ٨٤ ٧٤ ٢٢ ٢٧

اعداد عشوائية

٢١ ٢٣ ٤٢ ٢٣ ٨٦	٨٢ ١٠ ٨١ ٤٠ ١١	٢٦ ٢٢ ٠٢ ٤٠ ٩٦	١٢ ٠١ ٢٧ ٦٦ ٧٦
٤٤ ٦١ ٩٦ ٢٨ ٤٨	٩٥ ٥٧ ٢١ ٧٥ ٢٦	٢٤ ٩٩ ٢٠ ٢٠ ٥٨	٩٧ ٨٤ ٥٤ ٦٦ ٥٨
٩٦ ٩٩ ٦٩ ٨٢ ٩٧	٥٢ ٩٩ ٠٢ ٠٢ ٢٦	٧١ ١٩ ٢٤ ٦٣ ٤٠	٤٤ ٥٩ ٥٥ ١٦ ٦٢
٢٥ ٨٦ ١٩ ٠٢ ٢١	٩٤ ٠٧ ٢٧ ٧٦ ٠٠	١٩ ٥٤ ١٦ ٧٩ ٤٥	٠٢ ٩٠ ٩٧ ١٧ ٠٤
٩٥ ٦٢ ٧٦ ٤١ ٤٨	٠١ ٧١ ٤٩ ٥٩ ٧٨	٤٥ ٢٩ ٢٧ ٦٦ ٥٨	٩٢ ٤٨ ٥٢ ٠٤ ٧٢
٢٢ ٢٥ ٦١ ٨٦ ٢٦	٥٠ ٧٠ ٩٤ ٠٢ ٢٢	٧٨ ٧٨ ٩٨ ٩٨ ٢١	٤٧ ٧٤ ٥٥ ٠٠ ٩١
٩٦ ٥٩ ٤٦ ١٨ ٦٨	٥١ ٥٨ ٥٧ ١٧ ٢٦	٧٩ ٨٩ ٥٧ ٤٢ ٧١	٠٦ ٢٤ ٤٦ ٦٦ ٧٠
٢٨ ٥١ ٤٥ ٥٦ ٥٥	٧٦ ٠٨ ٤٥ ٩٠ ٠٦	٦٧ ٤٤ ٩٢ ٠٩ ٢٨	٦٨ ٥٥ ٥٥ ١٧ ٠٢
٥٧ ٧٤ ٤٥ ٨٢ ٩٨	٢٢ ٨٢ ٨٠ ٢٦ ٢٥	٢٧ ٠٢ ٧٩ ١٦ ٩٠	٧٥ ٧١ ٥٧ ٧١ ٨٧
١٥ ٢٧ ٩٢ ٤٨ ٢٥	٠٠ ٥٢ ٢٦ ٥٠ ٠٩	٠٩ ٤٤ ٤٠ ١١ ٤٠	٩٢ ٠١ ١٦ ٥٤ ٦٠
٠٨ ٥٩ ٤٥ ٢٤ ٦٥	٦٢ ٢٠ ٦٠ ٢٢ ٨٨	٢١ ٧٦ ٦٩ ٦٦ ٠٢	٦٤ ٨٧ ٦٥ ٠٦ ٢٥
٥٧ ٨٦ ٧٨ ٦٢ ١٤	١٢ ٩٩ ٨٦ ٨٢ ٦٢	٦٥ ٢٨ ٢٧ ٢٦ ٩٢	٩٨ ٠٥ ٧٩ ٩٤ ٥٥
١٥ ٨٤ ٥٢ ١٢ ٢٨	٦٢ ٦٩ ٠٠ ٦٢ ٩٦	٩٠ ٧٤ ٩٥ ٤٢ ٢٩	٠٥ ٢٧ ٤٢ ٧٠ ٩٧
٠٩ ٤٤ ٨٧ ٩٨ ٦٧	٥٢ ١٨ ٢٩ ٠٥ ٢٢	٨٦ ٥٩ ٤١ ٧٠ ٤٦	١٥ ٢٢ ٢٩ ٢٥ ٤٠
٧٢ ٢٢ ٥٧ ٤٩ ٢٦	٢٥ ٩٤ ٠١ ٨٨ ١٦	٨١ ٠٦ ٦٤ ٢٥ ٢٠	٦٩ ٢ ٠ ٧٠ ٢٢
٢٦ ٤٢ ٥٨ ٧٧ ٩٦	٥١ ٢٢ ٩٩ ٧٥ ٢٤	٧٥ ١٦ ١٠ ٦٢ ٨٢	٢٠ ١٨ ١٧ ٢١ ٤٠
٨٢ ٢٤ ٧٨ ١٠ ٥٤	٢٢ ١٩ ٠٧ ٦٢ ٧١	٨٩ ٥١ ٤١ ٥٢ ٢٧	٥٦ ٨٠ ٨٦ ٢٩ ٢٧
٠٢ ٥٩ ١٠ ٠١ ٩٧	٩٦ ٥٩ ٧٤ ٥٥ ٤١	٧٢ ٢٠ ٥٤ ٤٠ ٢٥	٤٥ ٩٥ ٥٨ ٨٥ ٢٧
٢٤ ٠١ ٢٧ ٠٥ ٤٥	٦٢ ٦٦ ٦٦ ٩١ ٠١	٠٢ ٤٨ ٩٠ ٠٢ ٩١	٢٧ ٢٩ ٢٦ ٦٨ ٤٤
١١ ٠٢ ٢٠ ٤٠ ٤٤	١٨ ٠٤ ٧٦ ٥٢ ٦٢	٤٠ ٢٢ ٢٢ ١٠ ٥٩	٤٢ ٢٠ ١٠ ٧٦ ٠٠
٥٢ ١٢ ٢٤ ١٨ ٢٧	١٩ ٥٦ ٢٠ ٧٩ ٤٦	٦٠ ٠٥ ٨٠ ٩٧ ٠٠	٢٩ ٦٥ ٤٧ ٨١ ٦٤
٥٦ ٩٤ ٤٢ ٤٧ ١٢	٩٧ ١١ ٠٢ ٧٢ ٧٧	٠١ ٢٢ ٠٤ ٢٧ ٥٧	٩٦ ٨٢ ٥١ ٦١ ٢٤
٦٧ ٢٨ ٧١ ١٧ ١٢	٤٧ ٩٧ ٤٩ ٩٠ ١١	٥٩ ٢٧ ١٠ ٢٨ ٢٦	٦٥ ٤٢ ٧٩ ٩٠ ٤٢
٠٨ ٥٦ ٦٠ ٨٥ ١٢	٠٨ ٩١ ٢٤ ٥٢ ٧٩	٧٠ ٩٥ ٢٢ ٠٤ ٦٠	٤٧ ١٧ ٦١ ٠٥ ٨٢
٢٦ ٢٨ ٠٥ ٦٦ ٨٠	٥٤ ٢٦ ٧٢ ١٥ ٠٠	٠١ ١٩ ٢٢ ٧٥ ٢٦	٩٦ ١٤ ٨٢ ٥٦ ٨٧

الفهرس

ص	الموضوع
٣	المقدمة
٥	الفصل الأول : مقدمة وتعاريف
	نشأة وتطور ومجالات ومراحل علم الاحصاء
١١	الفصل الثاني : جمع للبيانات والمعلومات الاحصائية
	مصادر للبيانات الاحصائية، وأساليب جمعها - المعصر
٢٩	الفصل الثالث : العينات - وأنواع للعينات الاحصائية
	وسائل جمع للبيانات الاحصائية من الميدان
	(كشف البحث - صحيفة الاستقصاء أو الإستبيان)
	الفصل الثالث : تصنيف وعرض للبيانات الاحصائية
٣٧	المبحث الأول : تصنيف وعرض للبيانات في صورة جدولية
	(التصنيف اليدوى - للبيانات المنفصلة أو المتصلة -
	للتصنيف الآلى)
٥٩	المبحث الثاني : لعرض البياني للبيانات الإحصائية
	(الاعدة للبيانية، الخط البياني، الدائرة)
	المدرج التكرارى، المصنوع التكرارى، المدمج التكرارى)

الموضوع	ص
الفصل الرابع : تحليل البيانات الاحصائية	١٠٠
مقاييس النزعة المركزية (المتوسطات الاحصائية)	١٠١
المبحث الأول : الوسط الحسابي	١٠٣
المبحث الثاني : الوسيط	١٢٣
المبحث الثالث : المنوال	١٤١
المبحث الرابع : (العلاقة بين المتوسطات السابقة)	١٥٦
والمبحث الخامس : الوسط الهندسي	١٦٠
والمبحث السادس : الوسط التوافقي	١٦٨
الفصل الخامس : مقاييس التشتت	١٨٣
أولاً : (المدى ، الانحراف الربيعي ، الانحراف المتوسط	
الانحراف المعياري)	
ثانياً : مقاييس التشتت النسبي	٢٠٩
معامل الاختلاف المعياري	٢١٠
معامل الاختلاف الربيعي	٢١٥
منحنى لورنز	٢٢٠
الفصل السادس : الالتواء والعزوم والتفرطح	٢٢٩
الجزء الأول : الالتواء	
معاملات الالتواء لبيروسون (ت ، ت٣)	٢٣٢
معامل الالتواء لياولي (ت٣)	٢٣٣

الموضوع	ص
الجزء الثاني : العزوم	٢٤١
العزوم حول الصفر	٢٤٢
العزوم حول الوسط الحسابي (العزوم المركزية)	٢٤٦
العزوم العامة	٢٥٠
العزوم المختصرة	٢٥٢
العزوم ومقاييس الالتواء	٢٥٥
الجزء الثالث : التفرطح	٢٥٨
الفصل السابع : دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر	٢٦٧
المبحث الأول : تحليل الانحدار البسيط	٢٧١
(خط الانحدار ثابت الانحدار ، للخطأ المعياري)	
المبحث الثاني : الارتباط	٢٩١
(شكل الانتشار ، معامل الارتباط حسب معامل الارتباط)	
الخطى البسيط (بيرسون)	٢٩٦
معامل سبيرمان لإرتباط الرتب	٣١٤
معامل الإقتران	٣٢٢
الفصل الثامن : الأرقام القياسية	٣٣٧
الرقم القياسي وأنواعه واستخداماته	٣٣٩
الأرقام القياسية الزمانية ، الأرقام القياسية المكانية الأرقام القياسية للأسعار ، الأرقام القياسية للكميات طرق حساب الأرقام القياسية المختلفة لمجموعة من السلع	٣٤٩

الموضوع	ص
١ - الرقم القياس التجميعى البسيط	٣٥٠
٢ - الرقم القياسى التجميعى المرجح (لاسيير)	٣٦١
٣ - الرقم القياسى التجميعى المرجح (باشى)	٣٦٣
٤ - الرقم القياسى لمارشال وانجوارث	
الأرقام القياسية بالمناسيب	٣٧٨
(الأرقام القياسية البسيطة للمناسيب، الأرقام القياسية المرجحة للمناسيب)	
اختيار الأرقام القياسية	٤١٥
تعديل الأرقام القياسية	٤٢٢
الأرقام القياسية المتحركة	٤٢٣
الفصل التاسع : السلاسل الزمنية (تحليل وقياس مكوناتها)	
مكونات السلسلة الزمنية وتحليلها	٤٤٢
(أ) تغيرات الاتجاه العام	٤٤٤
طريقة التمهيد باليد، طريقة أشباه المتوسطات، طريقة المتوسطات، طريقة المتوسطات المتحركة طريقة المربعات الصغرى	
(الاتجاه العام الخطى / وغير الخطى)	٤٥٨
إستبعاد أثر الاتجاه العام	٤٧٤
(ب) التغيرات الموسمية	٤٧٦
(ج) التغيرات العرضية	٤٨٩
(د) التغيرات الدورية	٤٨٩
الجداول الاحصائية	٥٠١
الفهرس	٥١٣

هذا الكتاب

نشأة وتطور ومجالات ومراحل علم الإحصاء

جمع البيانات والمعلومات الإحصائية

تصنيف وعرض البيانات الإحصائية

تحليل البيانات الإحصائية

مقاييس التشتت

الالتواء والعزوم والتفرطح

دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر

الأرقام القياسية

السلاسل الزمنية (تحليل وقياس مكوناتها)

Bibliotheca Alexandrina



0369795



الدار الجامعية

٨٤ شارع زكريا غنيم

البراهيمية - الاسكندرية ج.م.ع

ت/فاكس: ٥٩٠٧٤٦٦ - ٥٩١٧٨٨٢ / ٠٣ / ٢

e-mail: m20ibrahim@yahoo.com